

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Факультет Высшая школа финансов и менеджмента

Кафедра финансового менеджмента, управленческого учета и международных
стандартов финансовой деятельности

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры

Протокол от «07» сентября 2017 г.

№6

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.25 ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА НЕПРЕРЫВНОГО ВРЕМЕНИ**

направление подготовки
38.03.02 Менеджмент

направленность (профиль)
Финансовая математика

квалификация: бакалавр

формы обучения: очная

Год набора 2017 г.

Москва, 2017 г.

Автор(ы)–составитель(и):

К.Э.Н. доцент, преподаватель кафедры финансового менеджмента,
управленческого учета и международных стандартов финансовой деятельности

А.Н.Романников

Заведующий кафедрой финансового менеджмента, управленческого учета и
международных стандартов финансовой деятельности

д.э.н., профессор Е.Н. Лобанова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)...	14
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	17
6.1. Основная литература.....	
6.2. Дополнительная литература.....	
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	
6.4. Нормативные правовые документы.....	
6.5. Интернет-ресурсы.....	
6.6. Иные источники.....	
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	18

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.ОД.25 «Финансовая математика непрерывного времени» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-17	Способность анализировать сложные процессы в менеджменте	ДПК-17.2	Способность использовать методы бюджетирования капитала и денежных потоков в профессиональной деятельности

1.2.

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Деятельность по управлению ценными бумагами/ Анализ состояния рынка ценных бумаг, рынка производных финансовых инструментов (С/03.6) Внутренний учет сделок с ценными бумагами и производными финансовыми инструментами (В/03.6)	ДПК -17.2	на уровне знаний: знает о случайных процессах и их саморегулировании, о эффективных рынках, об эффективном управлении стохастическими процессами, о математических моделях и методах с непрерывным временем
		на уровне умений: моделировать стохастические процессы, проводить анализ процессов, принимать решения в сложных системах анализировать и управлять рисками принятых решений
		на уровне навыков: владеет навыками компьютерного моделирования, анализа данных и решения математических задач

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины 72 академических / 54 астрономических часа (2 ЗЕ).

Количество академических/ астрономических часов, выделяемых на контактную работу с преподавателем, составляет 24/18 часа, из них 12 /9– на лекционные занятия, 12/9 – на практические занятия, на самостоятельную работу обучающихся отводится 48/36 часов.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Финансовая математика непрерывного времени» относится к циклу Б1.В.ОД. «Обязательные дисциплины». Код дисциплины Б1.В.ОД.25. Дисциплина изучается на 4 курсе, в 8 семестре.

Содержание курса является логическим продолжением и развитием дисциплины: «Финансовая математика».

Данная дисциплина является основой профессиональной и научной деятельности

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет с оценкой.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 2.

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), академический/астрономический час.				СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				
			Л	ПЗ	КСР		
Тема 1	Винеровские процессы и лемма Ито	24/18	4/3	4/3		16/12	О, ДЗ, КР
Тема 2	Модель Блэка-Шоулза-Мертона	24/18	4/3	4/3		16/12	О, ДЗ, КР
Тема 3	Процентные деривативы: модели краткосрочных ставок	24/18	4/3	4/3		16/12	О, ДЗ, КР
Промежуточная аттестация							ЗаО
Всего:		72/54	12/9	12/9		48/36	

Примечание:

* – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), домашнее задание (ДЗ)

** – формы промежуточной аттестации: зачет с оценкой (ЗаО)

Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Винеровские процессы и лемма Ито

Марковское свойство, Стохастические процессы с непрерывным временем, Винеровские процессы, Обобщенный Винеровский процесс, Процесс Ито, Процесс, описывающий изменение цены акции, Модель с дискретным временем, Метод Монте-Карло, Лемма Ито, Применение к форвардным контрактам, Свойство логнормальности, Эффективные рынки и марковское свойство цен акций, Стохастические процессы

Тема 2. Модель Блэка-Шоулза-Мертона

Логнормальное свойство цен акций, Распределение ставки доходности, Ожидаемая доходность, Волатильность, Оценка волатильности по ретроспективным данным, Операционные и календарные дни, Концепции, лежащие в основе дифференциального уравнения Блэка-Шоулза-Мертона, Выводы дифференциального уравнения Блэка-Шоулза-Мертона, Цены котируемых деривативов, Риск-нейтральная оценка, Применение модели Блэка-Шоулза-Мертона для оценки форвардных контрактов на поставку акций, Формула Блэка-Шоулза, Свойства формул Блэка-Шоулза, Интегральная функция нормального распределения, Варранты и управленческие акционерные опционы, Подразумеваемая волатильность, Дивиденды, Европейские опционы, Американские опционы, Аппроксимация Блэка

Тема 3. Процентные деривативы: модели краткосрочных ставок

Модели равновесия, Модель Рендлемана-Барттера, Модель Васичека, Модель Кокса, Ингерсолла и Росса, Двухфакторные модели равновесия, Безарбитражные модели, Модель Хо-Ли, Однофакторная модель Халла-Уайта, Модель Блэка-Карасински, Двухфакторная модель Халла-Уайта, Опционы на облигации, Опционы на облигации с купонными выплатами, Структуры волатильности, Деревья процентных ставок, Иллюстрация использования триномиальных деревьев, Нестандартное ветвление, Общая процедура построения дерева, Применение деревьев в сочетании с аналитическими формулами, Дерево для оценки американских облигационных опционов, Хеджирование с помощью однофакторной модели

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.ОД.25 «Финансовая математика непрерывного времени» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос (О)
- при проведении занятий семинарского типа: контрольная работа (КР),
- при контроле результатов самостоятельной работы студентов: анализ выполненных домашних заданий (ДЗ)

4.1.2 Зачет с оценкой проводится с применением следующих методов (средств):

- проведение устного опроса
- решение задач

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Типовые задачи для контрольных работ, домашних заданий

Типовые задачи по теме 1

1. Допустим, что ожидаемая доходность цены акции равна 16% годовых, а его волатильность — 30% годовых. Вычислите следующие величины, считая, что цена акции в конце определенного дня равен 50 долл.

Ожидаемая цена акции в конце следующего дня.

Стандартное отклонение цены акции в конце следующего дня.

95%-ные доверительные границы для цены акции в конце следующего дня.

2. Доля активов компании, вложенных в краткосрочные эквиваленты наличности (млн. долл.), описывается обобщенным Винеровским процессом, скорость дрейфа которого равна 0,1 млн. долл. в месяц, а дисперсия — 0,16 млн долл. в месяц. Первоначальная доля равна 2,0 млн. долл.

Какое распределение вероятностей будет иметь эта доля активности компании через один, шесть или двенадцать месяцев?

Какова вероятность того, что через шесть месяцев и через год эта доля активов станет отрицательной?

В какой момент вероятность отрицательной доли актива будет наибольшей?

3. Предположим, что x – доходность бессрочной правительственной облигации, выплаты по которой равны одному доллару в год. Допустим, что процентный доход начисляется и выплачивается непрерывно, а доходность описывается следующим стохастическим процессом:

$$dx = a(x_0 - x)dt + sxdz,$$

где a , x_0 и s – положительные константы, а dz – винеровский процесс. Какой процесс описывает цену облигации? Чему равен ожидаемый мгновенный доход владельца облигации (включая процентный доход и капитальную прибыль)?

4. Предположим, что величина S подчиняется законам геометрического броуновского движения. Какой процесс описывает поведение следующих случайных величин:

$$y = 2S,$$

$$y = S^2,$$

$$y = e^S,$$

$$y = e^{r(T-t)}/S$$

Выразите коэффициенты при членах dt и dz через величину y , а не S .

5. Текущая цена акции равна 50 долл. Ее ожидаемая доходность и волатильность равна 12% и 30% соответственно. Какова вероятность того, что через два года цена акции будет больше 80 долл.

Типовые задачи по теме 2

Предположим, что текущая цена акции равна 50 долл., ее ожидаемая доходность равна 18%, а волатильность доходности – 30%. Какое распределение будет иметь цена акции через два года? Вычислите математическое ожидание и стандартное отклонение этого распределения. Постройте 95%-ные доверительные интервалы для этих параметров.

Ниже представлены значения цены акции (в долл.), зафиксированные в конце 15 последовательных недель.

Оцените волатильность цены акции. Чему равно стандартное отклонение вашей оценки?

Финансовая организация планирует выпустить ценную бумагу, которая за время T должна принести инвестору S_T^2 долл.

Используя риск-нейтральный подход, вычислите стоимость ценной бумаги в момент t через цену акции S в этот же момент времени.

Рассмотрим четырехмесячный опцион на бездивидендную акцию, предполагая, что цена акции равна 30 долл., цена исполнения опциона – 29 долл., безрисковая процентная ставка – 5%, а волатильность – 25%.

Чему равна цена этого опциона, если он является европейским опционом «колл»?

Чему равна цена этого опциона, если он является американским опционом «колл»?

Чему равна цена этого опциона, если он является европейским опционом «пут»?

Проверьте выполнение паритета опционов «колл» и «пут».

Предположим, что опцион, описанный в задаче 4 предусматривает выплату дивидендов через $1\frac{1}{2}$ месяца в размере 50 центов.

Чему равна цена этого опциона, если он является европейским опционом «колл»?

Чему равна цена этого опциона, если он является европейским опционом «пут»?

Чему равна цена этого опциона, если он является американским опционом «колл»?

Укажите, при каких условиях целесообразно его досрочное исполнение.

6. Рассмотрим шестимесячный американский опцион «колл», предполагая, что цена акции равна 18 долл., цена исполнения опциона – 20 долл., безрисковая процентная ставка – 10%, а волатильность – 30%. Через два и пять месяцев ожидаются две выплаты дивидендов в размере 40 центов. Вычислите стоимость этого опциона. Насколько высокими могли бы быть дивидендные выплаты, если бы американский опцион не стоил дороже европейского?

Типовые задачи по теме 3

Постройте тринминальное дерево по модели Хо-Ли, в которой $\sigma=0,02$. Предположим, что начальная нуль-купонная процентная ставка для сроков погашения через 0,5, 1,0 и 1,5 года равна 7,5, 8 и 8,5%. Используйте два шага по времени, длиной по шесть месяцев каждый. Вычислите стоимость облигации с нулевым купоном и номинальной стоимостью 100 долл. при условии, что после достижения финального узла дерева до погашения облигации остается шесть месяцев. Используя дерево, оцените стоимость однолетнего европейского опциона на покупку облигации с ценой исполнения 95.

Некий трейдер желает вычислить цену однолетнего американского опциона на покупку пятилетней облигации с номинальной стоимостью 100 долл. Купонные выплаты по облигации равны 6% и осуществляются раз в полгода. Котировочная цена исполнения опциона равна 100. Непрерывно начисляемые нуль-купонные ставки для сроков погашения через шесть месяцев, один год, два года, три года, четыре года и пять лет равны 4,5, 5, 5,5, 5,8, 6,1 и 6,3%. Оптимальная скорость возвращения к среднему в рамках как нормальной, так и логнормальной модели равна 5%.

Однолетний европейский опцион на покупку облигации с котировочной ценой исполнения, равной 100, является предметом активной купли-продажи. Его рыночная цена равна 0,50 долл. Трейдер решил использовать этот опцион для калибровки модели.

- 1) Используя нормальную модель, укажите подразумеваемое значение σ для цены европейского опциона.
- 2) Используя параметр σ , вычислите стоимость американского опциона.
- 3) Повторите пп. 1 и 2 для логнормальной модели. Докажите, что используемая модель незначительно влияет на вычислительную цену при условии, что модель калибруется с помощью европейского опциона.
- 4) Постройте дерево для логнормальной модели и вычислите вероятность появления отрицательных процентных ставок.
- 5) Постройте дерево для логнормальной модели и докажите, что цена опциона в узле $i=0$ и $j=-1$ вычислена правильно.

Вычислите стоимость европейских свопционов 1x4, 2x3, 3x2 и 4x1, дающих право получать плавающую ставку и выплачивать фиксированную. Предположим, что однолетняя, двухлетняя, трехлетняя, четырехлетняя и пятилетняя процентные ставки равны 3, 3,5, 3,8, 4,0 и 4,1% соответственно. Выплаты по свопу осуществляются раз в полгода, а фиксированная ставка равна 4% в год при полугодовом начислении. Используйте логнормальную модель с параметрами $a=5\%$ и $\sigma=1\%$, а также 50 шагов по времени. Вычислите волатильность каждого опциона, подразумеваемую в модели Блэка.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-17	Способность анализировать сложные процессы в менеджменте	ДПК-17.2	Способность использовать методы бюджетирования капитала и денежных потоков в профессиональной деятельности

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ДПК-17.2	Проводит анализ и обосновывает необходимость применения конкретных методов бюджетирования капитала и денежных потоков	Проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты

4.3.2. Типовые оценочные средства

Вопросы и задачи

1. Какой смысл имеет утверждение, что в определенном месте изменение температуры описывается марковским процессом? Не считаете ли вы, что температура, действительно, подчиняется марковскому процессу?

2. Может ли торговая стратегия, основанная на анализе ретроспективных данных, принести процентный доход, превышающий средний? Аргументируйте свой ответ.

3. Предположим, что доля активов компании, вложенных в краткосрочные эквиваленты наличности (cash position), подчиняется обобщенному винеровскому процессу со скоростью дрейфа, равной 0,5 млн долл. за квартал, и дисперсией, равной 4,0 млн долл. за квартал. Какой долей активов, вложенных в краткосрочные эквиваленты наличности, должна владеть компания в первоначальный момент времени, чтобы вероятность получить отрицательную долю активов через год, не превышая 5%?

4. Переменные X_1 и X_2 подчиняются обобщенному винеровскому процессу со скоростью дрейфа μ_1 и μ_2 и дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 . Какому процессу подчиняется случайная величина $X_1 + X_2$ при следующих условиях:

1) изменения переменных X_1 и X_2 за короткий промежуток времени не коррелируют друг с другом;

2) между переменными X_1 и X_2 за короткий промежуток времени существует корреляция.

5. Рассмотрим переменную S , подчиняющуюся следующему процессу:

$$dS = \mu dt + \sigma dz.$$

Для первых трех лет $\mu = 2$ и $\sigma = 3$, а для следующих трех $\mu = 3$ и $\sigma = 4$. какое распределение вероятностей будет иметь переменная через шесть лет, если ее начальное значение равно 5?

6. Предположим, что функция G зависит от цены акции S и времени. Допустим, что σ_S и σ_G – волатильность значений S и G . Покажите, что когда ожидаемый процентный доход от измерения цены акции S увеличивается на величину $\lambda\sigma_S$, скорость роста функции G увеличивается на величину $\lambda\sigma_G$, где λ — константа.

7. Цена акции A и B подчиняется законам геометрического броуновского движения. Изменения цены на любых двух не пересекающихся интервалах времени не коррелируют друг с другом. Можно ли утверждать, что цена инвестиционного портфеля, состоящего из одной акции A и одной акции B , подчиняется законом геометрического броуновского движения? Аргументируйте свой ответ.

8. Предположим, что цена акции в уравнении (8) описывается следующим процессом:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t},$$

где μ и σ — константы. Подробно объясните разницу между этой и следующими моделями:

$$\Delta S = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma \varepsilon \Delta t$$

$$\Delta S = \mu \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}.$$

Почему модель (8) более точно описывает поведение цены акции, чем любая из трех альтернативных моделей?

9. Предположим, краткосрочная процентная ставка r подчиняется следующему стохастическому процессу:

$$dr = a(b - r)dt + rcdz,$$

где a , b и c — положительные константы, а dz — винеровский процесс. Опишите природу этого процесса.

10. Предположим, что цена акции S подчиняется законам геометрического броуновского движения с математическим ожиданием μ и волатильностью σ .

$$ds = \mu S dt + \sigma S dz.$$

Каким процессом описывается переменная S^n ? Докажите, что случайная величина S^n также подчиняется законам геометрического броуновского движения.

11. Предположим, что x — доходность облигации с нулевым купоном, выплаты по которым при непрерывном начислении в момент T равны одному доллару. Допустим, что переменная x описывается следующим стохастическим процессом.

$$dx = a(x_0 - x)dt + sxdz,$$

где a , x_0 и s — положительные константы, а dz — винеровский процесс. Какой процесс описывает цену облигации?

12. Какие предположения о распределении возможных значений цены акции через один год приняты в модели оценки опционов Блэка-Шоулза? Какие предположения о распределении непрерывно начисляемой доходности акции на протяжении года?

13. Волатильность цены акции равна 30% годовых. Чему равно стандартное отклонение изменения цены акции в течение одного операционного дня?

14. Объясните принцип риск-нейтральной оценки.

15. Вычислите цену трехмесячного европейского опциона на продажу бездивидендной акции с ценой исполнения, равной 50 долл., если текущая цена акции равна 50 долл., безрисковая процентная ставка — 10% годовых, а волатильность — 30% в год.

16. Как изменятся вычисления при решении задачи 4, если через два месяца ожидается выплата дивидендов в размере 1,50 долл.?

17. Что такое подразумеваемая волатильность? Как она вычисляется?

18. Текущая цена акции равна 40 долл. Предположим, что ожидаемая доходность акции равна 15%, а волатильность цены акции – 25%. Какое распределение вероятности имеет непрерывно начисляемая доходность за два года?

19. Цена акции подчиняется законам геометрического броуновского движения с ожидаемой доходностью, равной 16%, и волатильностью, равной 35%. Текущая цена акции равна 38 долл.

1) Какова вероятность того, что шестимесячный европейский опцион на покупку акций с ценой исполнения, равной 40 долл., будет исполнен?

2) Какова вероятность того, что будет исполнен европейский опцион на покупку акций с такой же ценой исполнения и таким же сроком действия?

20. Д

21. Менеджер, управляющий инвестиционным портфелем, объявил, что средняя доходность, полученная в течение каждого года, на протяжении последних десяти лет была равна 20% годовых. В чем заключается ошибка в этом утверждении?

22. Допустим, что ожидаемая доходность бездивидендной акции равна μ , а волатильность – σ . Некая финансовая организация объявила о выпуске ценных бумаг, которые за время T приносят $\ln S_T$ долл., где S_T – стоимость цены акции в момент T . Используя риск-нейтральный подход, выразите стоимость этой ценной бумаги в момент t через цену акции S в этот же момент.

23. Допустим, что ожидаемая доходность дериватива в момент T равен S_T^n , где S_T – цена акции в этот момент. Если цена акции подчиняется законам геометрического броуновского движения, можно показать, что в момент $t \leq T$ цена дериватива имеет вид

1) Подставляя это выражение в дифференциальное уравнение Блэка-Шоулза, выведите обыкновенное дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет функция

2) Укажите краевые условия для дифференциального уравнения относительно функции $h(t, T)$.

3) Докажите, что

$$h(t, T) = e^{(0,5\sigma^2 n(n-1) + r(n-1))(T-t)}$$

где r – безрисковая процентная ставка, а σ – волатильность цены акции.

24. Чему равна цена трехмесячного европейского опциона на покупку бездивидендной акции, если ее цена равна 52 долл., цена исполнения – 50 долл., безрисковая процентная ставка – 12% годовых, а волатильность – 30% в год?

25. Чему равна цена шестимесячного европейского опциона на покупку бездивидендной акции, если ее цена равна 69 долл., цена исполнения – 70 долл., безрисковая процентная ставка – 5% годовых, а волатильность – 35% в год?

26. Рассмотрим американский опцион на покупку акции. Цена акции равна 70 долл., срок до завершения – восемь месяцев, безрисковая процентная ставка – 10% годовых, цена исполнения – 65 долл., а волатильность – 32%. Через три и девять месяцев ожидается выплата дивидендов в размере одного доллара за акцию. Докажите, что исполнять опцион досрочно нецелесообразно ни для одной даты выплаты дивидендов. Вычислите стоимость опциона.

27. Рыночная цена опциона на покупку бездивидендной акции равна 2 ½ долл. Цена акции равна 15 долл., цена исполнения – 13 долл., срок до завершения – три месяца, а безрисковая процентная ставка – 5% годовых. Чему равна подразумеваемая волатильность?

28. Докажите, что формулы Блэка-Шоулза для вычисления стоимости опционов «колл» и «пут» удовлетворяют условию их паритета.

29. Предположим, что текущая цена акции равна 50 долл., а безрисковая процентная ставка – 5%. Преобразуйте следующую таблицу, содержащую стоимость европейских опционов на покупку акций, не приносящих дивиденды, в таблицу, содержащую значения подразумеваемой волатильности.

Цена исполнения, долл.	Срок действия, месяцы		

30. Подробно объясните, почему подход, предложенный Блэком для оценки американского опциона на покупку акции, приносящей дивиденды, позволяет получить правильный результат, даже если акция предусматривает только одну выплату дивидендов. Как соотносится ответ, полученный с помощью аппроксимации Блэка, с истинной стоимостью: недооценивает или переоценивает ее? Аргументируйте свой ответ.

31. Рассмотрим американский опцион на покупку акции. Его цена акции равна 50 долл., срок до завершения – 15 месяцев, безрисковая процентная ставка – 8% годовых, цена исполнения – 55 долл., а волатильность – 25%. Через четыре и десять месяцев ожидается выплата дивидендов в размере 1,5 долл. за акцию. Докажите, что исполнять опцион досрочно нецелесообразно ни для одной даты выплаты дивидендов. Вычислите стоимость опциона.

32. Докажите, что вероятность исполнения европейского опциона на покупку акции в риск-нейтральных условиях равна $N(d_2)$. Чему равна стоимость дериватива, приносящего прибыль в размере 100 долл., если цена акции в момент T больше цены исполнения K ?

33. Покажите, что функция $S \frac{-2r}{\sigma^2}$ может быть стоимостью ценных бумаг, продаваемых на бирже.

34. Некая компания выпустила неоплаченные управленческие акционерные опционы. Следует ли учитывать «размывание» акционерного капитала при оценке этих опционов? Аргументируйте свой ответ.

35. Цена акции некой компании равна 50 долл. Компания выпустила 10 млн неоплаченных акций и в настоящее время раздумывает, следует ли подарить своим сотрудникам три миллиона пятилетних беспроигрышных (al-the-money) опционов «колл». Волатильность цены акции равна 25%, пятилетняя безрисковая процентная ставка – 5%, выплата дивидендов не предусмотрена. Оцените стоимость выпуска управленческих акционерных опционов для этой компании.

36. В чем заключается разница между моделями равновесия и безарбитражными моделями?

37. Предположим, что текущий уровень краткосрочной процентной ставки равен если краткосрочная ставка увеличится на 8% 1) в модели Васичека; 2) в модели Рендлемана-Барттера; 3) в модели Кокса-Интерсолла-Росса?

38. Если цена акции имеет тенденцию возвращения к среднему или зависит от предыстории, то, возможно, она является несостоятельной. Почему этот эффект не возникает, если краткосрочная процентная ставка подчиняется тому же стохастическому процессу?

39. Объясните разницу между однофакторной и двухфакторной моделями процентных ставок.

40. Можно ли подход, описанный в разделе 28.4 для декомпозиции опциона на облигацию с купонными выплатами на портфель опционов на нулевые купоны, использовать в сочетании с двухфакторной моделью? Аргументируйте свой ответ.

41. Предположим, что в моделях Васичека и Коска-Ингерсолла-Росса $a=0,1$, $b=0,1$. В обеих моделях начальная процентная ставка равна 10%, а начальное стандартное отклонение изменения краткосрочной процентной ставки за короткий промежуток времени

Δt равно $0,02\sqrt{\Delta t}$. Сравните цены десятилетней облигации с нулевым купоном, вычисленные по обоим моделям.

42. Предположим, что в модели Васичека $a=0,1$, $b=0,08$ и $\sigma=0,015$, а начальная процентная ставка равна 5%. Вычислите цену однолетнего европейского опциона на покупку облигации с нулевым купоном при условии, что ее номинальная стоимость равна 100 долл., срок обращения равен трем годам, а цена исполнения опциона равна 87 долл.

43. Повторите решение задачи 7 и оцените стоимость европейского опциона «пут» с ценой исполнения, равной 87 долл. В чем заключается смысл паритета цен опционов «колл» и «пут»? Докажите, что цены опционов на покупку и продажу облигации с нулевым купоном, упомянутой в задаче, не нарушают паритет.

44. Предположим, что в модели Васичека $a=0,05$, $b=0,08$ и $\sigma=0,015$, а начальная процентная ставка равна 6%. Вычислите цену 2,1-летнего европейского опциона на покупку трехлетней облигации. Предположим, что купонные выплаты по облигации в размере 5% выплачиваются раз в полгода. Номинальная стоимость облигации равна 100 долл., а цена исполнения опциона равна 99 долл. Цена исполнения, выплачиваемая за облигацию, равна ее наличной цене (а не котировочной). Вычислите цену опциона «пут», условия которого совпадают с условиями опциона «колл».

45. Предположим, что в модели Халла-Уайта $a=0,05$ и $\sigma=0,01$. Вычислите цену однолетнего европейского опциона на покупку облигации с нулевым купоном при условии, что ее номинальная стоимость равна 100 долл., временная структура является горизонтальной, срок обращения равен пяти годам, а цена исполнения опциона равна 68 долл.

46. Предположим, что в модели Халла-Уайта $a=0,05$, $\sigma=0,015$, а начальная временная структура является горизонтальной и проходит на уровне 6% при полугодовом начислении. Вычислите цену 2,1-летнего европейского опциона на покупку трехлетней облигации. Предположим, что купонные выплаты по облигации равна 5% и осуществляются раз в полгода. Номинальная стоимость облигации равна 100, а цена исполнения опциона равна 99. Цена исполнения, выплачиваемая за облигации, равна ее наличной цене (а не котировочной).

47. Предположим, что $a=0,05$ и $\sigma=0,015$, а временная структура является горизонтальной и проходит на уровне 10%. Постройте триномиальное дерево по модели Халла-Уайта, в которой используется два шага по времени, по одному году каждый.

48. С какими вычислениями связана калибровка однофакторной модели временной структуры?

Вычислите стоимость европейских свопционов 1x4, 2x3, 3x2 и 4x1, дающих право получать фиксированную ставку и получать плавающую. Предположим, что однолетняя, двухлетняя, трехлетняя, четырехлетняя и пятилетняя процентные ставки равны 6, 5,5, 6, 6,5 и 7% соответственно. Выплаты по свопу осуществляются раз в полгода, а фиксированная ставка равна 6% в год при полугодовом начислении. Используйте модель Халла-Уайта с параметрами $a=3\%$ и $\sigma=1\%$. Вычислите волатильность каждого опциона, подразумеваемую в модели Блэка.

Шкала оценивания.

Критерий оценивания	Оценка (баллы)
Проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	Отлично (85-100 баллов)

Не всегда проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	Хорошо (70-84 баллов)
Не всегда проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Не обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	Удовлетворительно (50-69 баллов)
Не обнаружил полученные знания	Неудовлетворительно (49 и ниже)

4.4. Методические материалы

Студент допускается к зачету по дисциплине в случае выполнения им учебного плана по дисциплине в полном объеме: выполнения всех мероприятий, предусмотренных программой дисциплины.

Зачет проводится письменно в форме устного ответа и решения.

Процедура проведения зачета:

1. В аудитории одновременно могут находиться не более 6 человек обучающихся группы;
2. Обучающийся для сдачи зачета предъявляет экзаменатору свою зачетную книжку, получает чистые маркированные листы бумаги для записей ответа и вариант задания, затем приступает к подготовке ответа. При решении задачи необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения, при необходимости закончить решение выводами;
3. Для работы с заданием студенту отводится не более 30 минут;
4. По истечении отведенного времени студент сдает задание на проверку;
5. Полученные работы преподаватель проверяет и оглашает студентам результаты по окончании проверки.

Во время работы с практическими заданиями студенты имеют право воспользоваться калькулятором.

Результат по сдаче зачета после объявления вносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вопросы для самостоятельной подготовки к занятиям лекционного, практического (семинарского) типов по темам (разделам) дисциплины (модуля):

1. Марковское свойство
2. Стохастические процессы с непрерывным временем
3. Винеровские процессы
4. Обобщенный винеровский процесс
5. Процесс Ито
6. Процесс, описывающий изменение цены акции
7. Модель с дискретным временем
8. Метод Монте-Карло
9. Лемма Ито
10. Применение к форвардным контрактам
11. Свойство логнормальности
12. Эффективные рынки и марковское свойство цен акций
13. Стохастические процессы

14. Логнормальное свойство цен акций
15. Распределение ставки доходности
16. Ожидаемая доходность
17. Волатильность
18. Оценка волатильности по ретроспективным данным
19. Операционные и календарные дни
20. Концепции, лежащие в основе дифференциального уравнения Блэка-Шоулза-Мертон
21. Выводы дифференциального уравнения Блэка-Шоулза-Мертон
22. Цены котируемых деривативов
23. Риск-нейтральная оценка
24. Применение модели Блэка-Шоулза-Мертон для оценки форвардных контрактов на поставку акций
25. Формула Блэка-Шоулза
26. Свойства формул Блэка-Шоулза
27. Интегральная функция нормального распределения
28. Варранты и управленческие акционерные опционы
29. Подразумеваемая волатильность
30. Дивиденды
31. Европейские опционы
32. Американские опционы
33. Аппроксимация Блэка
34. Модели равновесия
35. Модель Рендлемана-Барттера
36. Модель Васичека
37. Модель Кокса, Ингерсолла и Росса
38. Двухфакторные модели равновесия
39. Безарбитражные модели
40. Модель Хо-Ли
41. Однофакторная модель Халла-Уайта
42. Модель Блэка-Карасински
43. Двухфакторная модель Халла-Уайта
44. Опционы на облигации
45. Опционы на облигации с купонными выплатами
46. Структуры волатильности
47. Деревья процентных ставок
48. Иллюстрация использования триномиальных деревьев
49. Нестандартное ветвление
50. Общая процедура построения дерева
51. Применение деревьев в сочетании с аналитическими формулами
52. Дерево для оценки американских облигационных опционов
53. Хеджирование с помощью однофакторной модели

Требования к организации самостоятельной работы студентов при подготовке к аудиторным занятиям

1. Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Ежедневной

учебной работе студенту следует уделять 9–10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3–4 часа. Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

2. Самостоятельная работа на лекции.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателями. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

3. Подготовка к семинарским занятиям.

Подготовку к каждому семинарскому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом семинарского занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме семинара и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или 10 письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ. Структура семинара В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы семинарское занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по проблеме семинара.
3. Обсуждение выступлений по теме – дискуссия.

4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.

5. Подведение итогов занятия.

Первая часть – обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут. Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов семинарского занятия. Обязательный элемент доклада – представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность — 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение – дискуссия. В ходе этого этапа семинарского занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность – до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на семинарском занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность – 15-20 минут. Подведением итогов заканчивается семинарское занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

4. Работа с литературными источниками

В процессе подготовки к семинарским занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1. Основная литература.

1. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. Джон К. Халл. – М.: Издательский дом Вильямс, 2014

6.2. Дополнительная литература.

1. Фьючерсные рынки. Портфельные стратегии, управление рисками и арбитраж. Дайан Сигел, Дэниел Сигел. – М.: Издательство: Альпина Паблишер, 2016

2. Опционы. Разработка, оптимизация и тестирование торговых стратегий. Сергей Израйлевич, Вадим Цудикман. – М.: Издательство: Альпина Паблишер, 2017

3. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров. Ральф Винс. – М.: Издательство: Альпина Паблишер, 2016

4. Корпоративные облигации. Структура и анализ. Фрэнк Дж. Фабозци, Ричард С. Уилсон. – М.: Издательство: Альпина Паблишер, 2016
5. Дифференциальные уравнения. Л.Э.Эльсгольц. – М.: Издательство: ЛКИ, 2013
6. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. Дмитрий Письменный. – М.: Издательство: Айрис-Пресс, 2015

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Занятия проводятся в учебных аудиториях, оснащенных рабочим местом преподавателя (стол, стул, кафедра), рабочими местами студентов (столы, стулья) по количеству студентов, доской меловой или белой для написания маркерами или флипчартом для бумаги большого формата, маркерами (красный, черный, зеленый, синий), губкой для досок, оборудованием для показа презентаций и слайдов (компьютер, проектор, экран).

Используется следующее программное обеспечение:

Microsoft Windows 10 LTSB 1607

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Microsoft Office Professional 2016

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Acrobat Professional Academic Edition License Russian

Multiple Platforms (Adobe, 65258631AE01A00)

Количество 50

Правообладатель Adobe

Дата покупки / продления 03.04.2017

Контракт #15/08-17

Продавец SoftLine

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 03.04.2018