Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт бизнеса и делового администрирования

Кафедра Количественных методов в менеджменте

УТВЕРЖДЕНА

решением Ученого совета
Института бизнеса и делового
администрирования
Протокол от «08» сентября 2016г.
№____4_____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.20 Основы линейной алгебры и аналитической геометрии

(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

направление подготовки

_____41.03.01 Зарубежное регионоведение_____
(код, наименование направления подготовки)

__«Экономическое и политическое развитие стран Востока»__
(направленность (и) (профиль (и) специализация (ии))

_____бакалавр_____
(квалификация)

_____очная_____
(форма(ы) обучения)

Год набора 2016

Москва, 2016 г.

Автор(ы)–составитель(и):
Янгирова Анастасия Валерьевна

Заведующая кафедрой
Количественных методов в менеджменте
д. э. н., профессор Чеканский Александр Николаевич

Оглавление

1.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....4

2.Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....5

3.Содержание и структура дисциплины.....6

4.Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....8

5.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....17

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....23

6.1. Основная литература.....23

6.2. Дополнительная литература.....24

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....24

6.4. Нормативные правовые документы.....24

6.5. Интернет-ресурсы.....24

6.6. Иные источники.....24

2. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....25

1.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

Дисциплина Б1.Б.20 «Основы линейной алгебры и аналитической геометрии» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	способностью применять знания в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладных профессиональных задач	ОПК-1.1	Способность аккумулировать и систематизировать знания в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК-1	**следующих знаний:** • источников базовых знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа; • основ в области знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа; • возможностей использования средств вычислительной техники в профессиональной деятельности; • основа современных информационных технологий (сбора, обработки, хранения и передачи информации) и тенденциями их развития; • определений, теорем, подходов к решению задач из основных разделов высшей математики; • основных тенденций развития экономики, обусловленных взаимосвязью и взаимозависимостью экономических процессов; **следующих умений:** • выявлять источники базовых знаний в области теории регионоведения и международных отношений, всеобщей и отечественной истории, географии, экономики, права, культуры и литературы региона; • использовать современные информационные технологии в профессиональной деятельности и в выполнении анализа полученных результатов; • владеть приемами работы с современными типовыми пакетами прикладных программ (MS Excel, MS Word и MS Access), обеспечивающих широкие возможности обработки информации; • владеть культурой математического мышления;

	•	решать типовые математические задачи, используемые при решении профессиональных задач; использовать математический язык и математическую символику при построении экономических моделей;
	•	ориентироваться в окружающей экономической действительности, понимать последствия принимаемых экономических решений на всех уровнях хозяйствования;
	•	определять необходимые знания для прикладных региональных исследований.
		следующих навыков:
	•	поиска и отбора источников базовых знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа;
	•	научного анализа экономических проблем и процессов, навыками практического использования базовых знаний и методов математики и гуманитарных наук.

2.Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б. 20 «Основы линейной алгебры и аналитической геометрии» относится к базовой части ОП ВО, изучается в 3-м семестре, общая трудоемкость дисциплины составляет 2 ЗЕ / 72 академических/ 54 астрономических часа, в том числе 36 академических/27 астрономических часов контактной работы (18/13,5 часов лекций, 2 часа лабораторных работ, 16 /12 часов практических занятий), 36 академических часа СРС.

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний математики, а также на приобретенные ранее умения и навыки в области использования математического аппарата, формируемые математическими дисциплинами в курсе средней школы.

Форма промежуточной аттестации – зачёт.

3.Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	МЕТОД КООРДИНАТ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 2	ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 3	ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 4	СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 5	МАТРИЦЫ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	КР
Тема 6	ОПРЕДЕЛИТЕЛИ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 7	ОБРАТНЫЕ МАТРИЦЫ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 8	РАНГ МАТРИЦЫ. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 9	МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	4/3	1/0,75	1/0,75			2/1,5	О, Т

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 10	ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 11	ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 12	СОБСТВЕННЫЕ ЧИСЛА И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 13	КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 14	ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 15	ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	КР
Тема 16	ЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О, Т
Тема 17	ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ	4/3	1/0,75		1/0,75		2/1,5	О
Тема 18	СИМПЛЕКС-МЕТОД	4/3	1/0,75	1/0,75			2/1,5	О
Промежуточная аттестация								Зачёт в письменно-устной форме
	Всего:	**72/54**	**18/13,5**	**2/1,5**	**16/12**		**36/27**	

**- формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР), коллоквиум (К), эссе (Э), реферат (Р), диспут (Д) и др.*

Содержание дисциплины (модуля)

ТЕМА 1 МЕТОД КООРДИНАТ

Аналитическая геометрия на плоскости. Направленные отрезки на оси, линейные операции над ними. Декартовы координаты на прямой и плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном отношении.

ТЕМА 2 ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Различные виды уравнения прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнения прямой, проходящей через данную точку в данном направлении; уравнение прямой, проходящей через две данные точки; уравнение прямой в отрезках. Общее уравнение прямой и его исследование. Построение прямой по его уравнению.

ТЕМА 3 ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Определение угла между двумя прямыми. Условие параллельности прямых. Условие перпендикулярности прямых. Исследование взаимного расположения пар прямых, заданных общими уравнениями. Точка пересечения прямых. Расстояние от данной точки до данной прямой.

ТЕМА 4 СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Линейное уравнение, определение решения линейного уравнения. Равносильность линейных уравнений. Противоречивые и тривиальные уравнения. Общий вид решения уравнения.

Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Аналогия с исследованием взаимного расположения двух прямых на плоскости. Частные и общее решения.

Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса). Основные шаги, прямой и обратный ход метода. Три варианта завершения прямого хода метода Гаусса: а) система совместная и определенная, б) система совместная и неопределенная; в) система несовместная.

ТЕМА 5 МАТРИЦЫ

Матрицы, операции над ними и их свойства: сложение матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц.

Произведение матриц: умножение матрицы строки на матрицу-столбец; умножение матрицы на столбец; умножение строки на матрицу; умножение матриц. Условия существования произведения матриц. Свойства операции умножения матриц.

Возведение матрицы в степень, условие существования степени матрицы. Матричный полином (многочлен).

ТЕМА 6 ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Понятие определителя матрицы. Формулы для вычисления определителей 2-го и третьего порядков. Свойства определителя. Перестановки. Общая формула для вычисления определителей.

Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений. Исследование систем с определителем, равным нулю.

Миноры и алгебраические дополнения, их связь с определителем матрицы. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

ТЕМА 7 ОБРАТНЫЕ МАТРИЦЫ

Обратная матрица: определение, условие существования. Присоединенная матрица. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с использованием обратной матрицы.

ТЕМА 8 РАНГ МАТРИЦЫ. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ

Ранг матрицы и его свойства. Алгоритм вычисления ранга матрицы. Исследование систем линейных уравнений с использованием теоремы Кронекера-Капелли.

ТЕМА 9 МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Модель Леонтьева – модель многоотраслевой экономики. Схема межотраслевого баланса. Матрица прямых затрат. Основная задача межотраслевого баланса. Продуктивность модели Леонтьева.

ТЕМА 10 ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

Базисный минор матрицы. Базисные и свободные неизвестные. Базисное решение. Структура общего решения неоднородной системы. Связь общих решений неоднородной системы линейных уравнений и соответствующей ей приведенной однородной системы линейных уравнений.

ТЕМА 11 ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА.

Векторы на плоскости и в пространстве: определение, параллельный перенос, равенство векторов. Классы равных векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Операции над векторами и их свойства. Координаты вектора. Декартова система координат в пространстве. Радиус-векторы: взаимнооднозначное соответствие между точками и направленными отрезками.

Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Линейно независимые системы векторов и их свойства. Ранг и базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Линейные пространства: определение, примеры. n-мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства.

Линейная зависимость и системы линейных уравнений. Связь ранга матрицы с базисом системы векторов. Теорема о ранге матрицы и ее следствия.

ТЕМА 12 СОБСТВЕННЫЕ ЧИСЛА И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ

Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные вектора линейных операторов. Характеристическое уравнение линейного оператора.

Свойства собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейная модель обмена.

ТЕМА 13 КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ.

Понятие квадратичной формы. Матрично-векторный вид квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

ТЕМА 14 ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Координаты фокусов эллипса и его эксцентриситет. Общий вид уравнения эллипса. Различные виды уравнения эллипса и соответствующие им расположения эллипса на плоскости.

Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Координаты фокусов гиперболы и уравнение его асимптот. Основной прямоугольник гиперболы. Общий вид уравнения гиперболы. Различные виды уравнения гиперболы и соответствующие им расположения гиперболы на плоскости. Обратная пропорциональная зависимость как частный случай гиперболы.

Парабола. Каноническое уравнение параболы. Координаты фокуса и уравнение директрисы параболы. Общий вид уравнения параболы. Различные виды уравнения параболы и соответствующие им расположения параболы на плоскости.

ТЕМА 15 ПЛОСКОСТЬ И ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. Нормальный вектор прямой (на плоскости) и плоскости (в пространстве).

Основные виды уравнения плоскости в пространстве: общее уравнение; уравнение плоскости в отрезках. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в пространстве.

Уравнения прямой в пространстве (различные формы: общие; канонические; уравнения прямой, проходящей через две точки). Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

ТЕМА 16 ЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Система линейных неравенств. Линейное программирование: понятие и примеры. Целевая функция и допустимое множество. Стандартная задача линейного программирования. 1-й классический пример задачи линейного программирования – задача о ресурсах. Графический метод решения стандартной задачи линейного программирования.

2-й классический пример задачи линейного программирования - транспортная задача. Графический метод решения сбалансированной транспортной задачи.

ТЕМА 17 ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ.

Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности. Экономическая интерпретация решения двойственной задачи.

ТЕМА 18 СИМПЛЕКС-МЕТОД.

Основные идеи симплексного метода решения задач линейного программирования. Каноническая форма задачи линейного программирования, свойства решений задач линейного программирования. Опорное решение. Угловые точки. Правила симплекс - метода. Две стадии симплекс-метода. Итерация и ее этапы.

4.Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

1.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

1.1.1. В ходе реализации дисциплины «Основы линейной алгебры и аналитической геометрии» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: устные опросы, оценка аудиторной работы;
- при проведении практических занятий: устные опросы, оценка аудиторной работы, контрольная работа.

1.1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме зачёта.

1.2. Материалы текущего контроля успеваемости (контрольные вопросы)

1. Предмет и метод аналитической геометрии. Начальные понятия геометрии.
2. Направленные отрезки на оси. Величина направленного отрезка. Линейные операции над направленными отрезками.
1. Декартовы координаты на прямой.
2. Декартовы координаты на плоскости.
3. Расстояние между двумя точками на плоскости.
4. Определение координат точки на плоскости, делящей отрезок в данном отношении.
5. Прямая на плоскости: уравнение с угловым коэффициентом.
6. Прямая на плоскости: уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.

7. Прямая на плоскости: уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
8. Прямая на плоскости: уравнение прямой в отрезках.
9. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
10. Построение прямой на плоскости по его уравнению.
11. Определение угла между двумя прямыми на плоскости.
12. Условие параллельности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.
13. Условие параллельности прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
14. Условие перпендикулярности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.
15. Условие перпендикулярности прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
16. Исследование взаимного расположения пар прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
17. Нахождение координат точки пересечения прямых на плоскости.
18. Расстояние от данной точки до данной прямой на плоскости.
19. Линейное уравнение, определение решения линейного уравнения. Равносильность линейных уравнений. Противоречивые и тривиальные уравнения. Общий вид решения уравнения.
20. Системы линейных уравнений: определение решения системы линейных уравнений. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Аналогия с исследованием взаимного расположения двух прямых на плоскости.
21. Эквивалентность систем линейных уравнений. Элементарные преобразования систем, приводящие к эквивалентным системам линейных уравнений.
22. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (метод исключения переменных). Основные шаги, прямой и обратный ход метода.
23. Три варианта завершения прямого хода метода Гаусса: а) система несовместная, б) система совместная и неопределенная; в) система совместная и определенная.
24. Общее и частное решение системы линейных уравнений. Привести пример.
25. Матрицы, операции над ними и их свойства: сложение матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц.
26. Произведение матриц: умножение матрицы строки на матрицу-столбец; умножение матрицы на столбец; умножение строки на матрицу; умножение матриц.
27. Условия существования произведения матриц. Свойства операции умножения матриц.
28. Возведение матрицы в степень, условие существования степени матрицы.
29. Понятие определителя матрицы. Формулы для вычисления определителей 2-го и третьего порядков. Свойства определителя.
30. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений. Исследование систем с определителем, равным нулю.
31. Миноры и алгебраические дополнения, их связь с определителем матрицы. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.
32. Обратная матрица: определение, условие существования. Присоединенная матрица.
33. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
34. Решение систем линейных уравнений с использованием обратной матрицы.
35. Ранг матрицы и его свойства. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
36. Исследование систем линейных уравнений с использованием теоремы Кронекера-Капелли.
37. Матричное моделирование: модель Леонтьева. Стоимостной межотраслевой баланс. Матрица прямых затрат.
38. Матричное моделирование: модель Леонтьева. Главное уравнение модели. Основная задача межотраслевого баланса и ее решение. Матрица полных затрат. Продуктивные матрицы.

39. Базисное решение. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.
40. Векторы на плоскости и в пространстве: определение, параллельный перенос, равенство векторов. Классы равных векторов. Коллинеарные и компланарные векторы.
41. Операции над векторами и их свойства.
42. Линейные пространства: определение, примеры.
43. Координаты вектора. Декартова система координат в пространстве. Радиус-векторы: взаимнооднозначное соответствие между точками и направленными отрезками. Связь координат коллинеарных векторов.
44. Линейно зависимые системы векторов и их свойства.
45. Линейно независимые системы векторов и их свойства.
46. Ранг и базис системы векторов. Разложение вектора по базису.
47. n-мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства.
48. Линейная зависимость и системы линейных уравнений. Связь ранга матрицы с базисом системы векторов.
49. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
50. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Характеристическое уравнение линейного оператора.
51. Свойства собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.
52. Квадратичные формы. Матрично-векторный вид квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы.
53. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерии знакоопределенности квадратичной формы.
54. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение вида кривой второго порядка по коэффициентам ее уравнения.
55. Окружность: определение. Общее и каноническое уравнения окружности. Пример приведения общего уравнения окружности к каноническому.
56. Эллипс: определение. Общее и каноническое уравнения эллипса. Пример приведения общего уравнения эллипса к каноническому.
57. Координаты фокусов эллипса и его эксцентриситет. Различные соотношения коэффициентов канонического уравнения эллипса и соответствующие им расположения эллипса на плоскости.
58. Гипербола: определение. Общее и каноническое уравнения гиперболы. Основной прямоугольник гиперболы. Координаты фокусов гиперболы и уравнения его асимптот.
59. Различные соотношения коэффициентов канонического уравнения гиперболы и соответствующие им расположения гиперболы на плоскости. Обратная пропорциональная зависимость как частный случай гиперболы.
60. Парабола: определение. Общее и каноническое уравнения параболы. Пример приведения общего уравнения параболы к каноническому.
61. Координаты вершины и фокуса параболы. Уравнение директрисы параболы.
62. Скалярное произведение векторов и его свойства.
63. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. Нормальный вектор прямой (на плоскости) и плоскости (в пространстве).
64. Общее уравнение плоскости в пространстве. Уравнение плоскости в отрезках.
65. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в пространстве.
66. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой в пространстве, проходящей через две точки.
67. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.
68. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.

69. Линейное программирование: понятие и примеры. Линейные задачи оптимизации. Системы линейных неравенств и их геометрические образы.
70. I классический пример задачи линейного программирования – задача о ресурсах.
71. Стандартная форма задачи линейного программирования. Область допустимых решений задачи, целевая функция задачи линейного программирования.
72. Алгоритм графического метода решения задач линейного программирования.
73. Двойственная задача линейного программирования.
74. Теоремы двойственности.
75. II классический пример задачи линейного программирования - транспортная задача.
76. Каноническая форма задачи линейного программирования, свойства решений задач линейного программирования. Основные идеи симплексного метода решения задач линейного программирования.
77. Вычислительная схема симплекс-метода: стадии и итерации.

Примерные типовые задачи для подготовки к контрольной работе

№1

1. На оси абсцисс найти точку, равноудаленную от точек A(2;3) и B(5;6).
2. Даны точки A(-2;4), B(6;-2) и C(-5; 0). Точка D делит отрезок BC в отношении $\frac{|AB|}{|AC|}$, где |AB| - расстояние между точками A и B, а |AC| - расстояние между точками A и C. Составить уравнение прямой, проходящей через точку A и точку D.
3. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых L1 и L2, и параллельной прямой L3.

$$L1: 3x - 2y + 5 = 0$$
$$L2: x + 2y - 9 = 0$$
$$L3: 2x + y + 6 = 0$$

4. Найти методом Гаусса общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}.$$

5. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5 \\ -x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -1 \end{cases}.$$

№2

1. Вычислить значение выражения P(A) = A2 − 4·A + 13·E, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель матрицы системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

а) с помощью «правила треугольников»; б) разложением определителя по строке (столбцу).

3. Проверить, является ли матрица $\begin{pmatrix} -10 & 8 & -11 \\ 4 & -3 & 4 \\ 9 & -7 & 10 \end{pmatrix}$ обратной к матрице системы из задания 2. Если это верно, то найти решение системы уравнений из задания 2 методом обратной матрицы. Если неверно, то ответ обосновать и описать метод обратной матрицы.
4. Решить систему уравнений из задания 2 по правилу Крамера.

5. Исследовать систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

на совместность и неопределенность, не решая ее.

№3

1. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}.$$

2. Даны два вектора a = (1, 0, 1) и b =(-1, 2, -1). Определить, при каком m векторы m a + 2b и a - b: а) коллинеарны; б) ортогональны.
3. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной системы в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.
5. Найти собственные векторы матрицы из задания 4.

1.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	способностью применять знания в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладных профессиональных задач	ОПК-1.1	Способность аккумулировать и систематизировать знания в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа

Этап освоения компетенции	Критерий оценивания	Показатель оценивания
ОПК-1.1 Способность аккумулировать и систематизировать знания в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа	Определяет поисковые методы работы по выявлению существующих знаний в области математического анализа Демонстрирует знания в области математического анализа.	Определены поисковые методы по выявлению существующих знаний в области математического анализа. Наличие знаний в области математического анализа.

4.3.2. Типовые оценочные средства
Вопросы к зачету

1. Операции сложения и умножения матриц, их свойства. Линейная комбинация матриц. Линейная зависимость. Признак линейной зависимости.
2. Определители и их свойства. Разложение определителей по строке (столбцу). Вычисление определителей.
3. Произведение матриц и его свойства. Обратная матрица, её вычисление.
4. Ранг матрицы, его свойства и его вычисление. Теорема о базисном миноре.
5. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
6. Теорема Крамера о решении системы линейных уравнений.
7. Связные и свободные векторы.
8. Координаты вектора относительно базиса.
9. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
10. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
11. Выражение скалярного произведения в произвольных координатах.
12. Ориентированное пространство. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения в координатах. Приложения.
13. Аффинные, декартовы. Их преобразования.
14. Аналитические задания фигур. Основные теоремы об уравнениях фигур. Параметрические уравнения.
15. Алгебраические фигуры и их порядок. Основная теорема о прямой на плоскости.
16. Специальные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
17. Основная теорема о плоскости в пространстве. Специальные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
18. Общие и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
19. Эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Директориальные свойства этих фигур.
20. Теоремы об уравнениях конуса, цилиндра и фигуры вращения. Достаточные признаки цилиндра, конуса и фигуры вращения.
21. Фигуры 2-го порядка в пространстве. Их канонические уравнения.
22. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.
23. Линейное пространство, его аксиомы и простейшие следствия из них. Примеры линейных пространств. Арифметическое линейное пространство.
24. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Связь понятий "Базис" и "Размерность".
25. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность.
26. Преобразование базисов и координат.
27. Пересечение, сумма подпространств и их размерности. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.
28. Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами. Изоморфизм линейных пространств и теорема об изоморфизме.

29. Матрица линейного оператора и его координатная запись. Обратный оператор и его матрица. Теорема о соответствии между линейными операторами и матрицами.
30. Преобразование матрицы линейного оператора при преобразовании базиса линейного пространства.
31. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге. Формула связи между рангом, дефектом и размерностью пространства.
32. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
33. Операторная запись линейной системы и ее геометрическая интерпретация. Теорема Кронекера - Капелли. Условие нетривиальной совместности произвольной однородной системы
34. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис. Нормальная фундаментальная система решений. Общее решение.
35. Связь решений однородной и неоднородной системы. Геометрическая интерпретация общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

Шкала оценивания

К основным формам контроля, определяющим процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций по дисциплине, относится текущая аттестация в форме контрольной работы и промежуточная аттестация в форме зачёта. Выполнение заданий, предусмотренных программой курса, является обязательным для всех студентов.

Обучающиеся, не выполнившие в полном объеме все эти задания, не допускаются к сдаче зачёта.

Результаты текущего и промежуточного (итогового по дисциплине) контроля формируют рейтинговую оценку работы студента.

Итоговая оценка по курсу складывается из оценки работы обучающегося в семестре и результата зачёта. Удельный вес работы в семестре, как правило, составляет 50% итоговой оценки (по 100-балльной шкале).

Показателями оценивания компетенций на различных этапах формирования компетенций являются:

- знание терминов, понятий, категорий, концепций и теорий по дисциплине;
- понимание связей между теорией и практикой;
- сформированность аналитических способностей в процессе изучения дисциплины;
- знание специальной литературы по дисциплине.

Шкала оценивания компетенций на различных этапах их формирования включает следующие критерии:

- полное соответствие;
- частичное соответствие;
- несоответствие.

1.4. Критерии финальных оценок по 100-балльной шкале[1]

1 ПОЛОЖЕНИЕ ОБ ОЦЕНИВАНИИ АКАДЕМИЧЕСКОЙ УСПЕВАЕМОСТИ ФМО ИБДА РАНХиГС

100-95	5+	Программа курса освоена полностью. Студент свободно ориентируется в проблематике всех тем курса, владеет терминологией, умеет использовать теоретический материал и научный инструментарий для решения профессиональных задач. Понимает место данной учебной дисциплины в своем профессиональном становлении. Обладает высоким уровнем профессиональной эрудиции. Умеет рассматривать конкретные вопросы учебной дисциплины в контексте, выходящем за рамки этой дисциплины, в междисциплинарном ключе. Имеет собственную аргументированную позицию по ключевым проблемам курса.
94- 90	5	Программа курса освоена полностью. Студент свободно ориентируется в проблематике всех тем курса, владеет терминологией, умеет использовать теоретический материал и научный инструментарий для решения профессиональных задач. Понимает место данной учебной дисциплины в своем профессиональном становлении. Обладает высоким уровнем профессиональной эрудиции. Умеет рассматривать конкретные вопросы учебной дисциплины в контексте, выходящем за рамки этой дисциплины. Собственная позиция - в стадии формирования
89-85	5-	Программа курса освоена полностью. Студент свободно ориентируется в проблематике всех тем курса, владеет терминологией, умеет использовать теоретический материал и научный инструментарий для решения практических задач. Понимает место данной учебной дисциплины в своем профессиональном становлении. Обладает высоким уровнем профессиональной эрудиции.
84-80	4+	Программа курса освоена полностью. Студент ориентируется в проблематике практически всех тем курса. Владеет терминологией. Понимает, каким образом теоретический материал может быть использован в качестве инструментария для решения практических задач. Обладает достаточным уровнем профессиональной эрудиции.
79-75	4	Программа курса освоена полностью. Студент ориентируется в проблематике практически всех тем курса. Владеет терминологией. Понимает, каким образом теоретический материал может быть использован в качестве инструментария для решения практических задач. Обладает необходимым уровнем профессиональной эрудиции.
74-70	4-	Программа курса освоена практически полностью. Студент ориентируется в проблематике большинства тем курса. Владеет терминологией. Понимает, каким образом теоретический материал может быть использован в качестве инструментария для решения практических задач. Демонстрирует удовлетворительный уровень профессиональной эрудиции.
69-65	3+	Программа курса в основном освоена. Глубина понимания отдельных тем курса варьируется. Студент владеет терминологией. Имеет представление, каким образом теоретический материал может использоваться в качестве инструмента для решения практических задач. Демонстрирует базовый уровень профессиональной эрудиции.
64-60	3	Программа курса освоена в общих чертах. Понимание большинства тем курса не отличается глубиной. Студент знаком с терминологией. Профессиональная эрудиция отсутствует.

59-55	3-	Программа курса освоена в общих чертах. Понимание основных тем курса является поверхностным. Студент знаком с терминологией. Профессиональная эрудиция отсутствует.
54 и менее	2	Программа курса не освоена.

Оценки за разные виды работы выставляются исходя из следующих критериев:

Инструмент оценивания	**Показатели оценивания**	**Шкала оценивания**
Письменная работа	В работе раскрыто блестящее и всестороннее понимание лекционного материала, приведены разнообразные кейсы и ситуации, дана их оригинальная интерпретация.	85-100 Отлично
	В работе раскрыто всестороннее понимание лекционного материала, приведен один кейс или ситуация, дана их глубокая интерпретация.	70-84 Хорошо
	В работе раскрыто поверхностное и фрагментарное понимание лекционного материала, приведен кейс или ситуация, дана их выборочная интерпретация.	55-69 удовлетворительно
	Отсутствует целостное понимание лекционного материала. Анализ кейсов неадекватен теоретической фактуре.	Менее 55 Неудовлетворительно
Деловая игра	Активное участие в игре, всесторонняя обратная связь, активное участие в обсуждении результатов при условии всестороннего использования знаний, полученных на лекционных занятиях.	85-100 отлично
	Активное участие в игре, всесторонняя обратная связь, активное участие в обсуждении результатов при условии отсутствия применения знаний, полученных на лекционных занятиях.	70-84 Хорошо
	Пассивное участие в игре и последующих дискуссиях.	55-69 удовлетворительно
	Отсутствие понимания смысла и назначения игры, а также необходимых знаний.	Менее 55 Неудовлетворительно
Работа на семинаре	Оригинальная презентация самостоятельной работы, активное участие и критичное участие в дискуссии.	85-100 отлично
	Оригинальная презентация самостоятельной работы при ограниченном участии в дискуссии.	70-84 Хорошо
	Стандартная (достаточная) презентация при ограниченном участии в дискуссии.	55-69 удовлетворительно
	Отсутствие понимания предмета в презентации и дискуссиях.	Менее 55 Неудовлетворительно

5.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Формат дисциплины предполагает активное и заинтересованное участие

обучающихся во всех формах освоения дисциплины, включая лекционные и практические занятия, а также самостоятельную работу обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям обучающимся рекомендуется:

1. Внимательно изучить вопрос/вопросы (задание).
2. Прочитать предложенную литературу и материалы лекции по соответствующей теме.
3. Найти рекомендованные источники.
4. Выполнить домашнее задание.

Виды самостоятельной внеаудиторной работы (ко всем разделам курса):

- повторение лекционного материала и материала учебников;
- самостоятельное изучение разделов курса;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к итоговой аттестации.

Важное значение для самостоятельной работы над темами дисциплины имеет перечень практических занятий, предусмотренных настоящим планом. В параграфе приведены вопросы для предварительного, самостоятельного ознакомления, а также задания для решений.

План практических занятий

ТЕМА 1 МЕТОД КООРДИНАТ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1 Декартовы координаты точек на прямой и на плоскости.
2 Расстояние между двумя точками на плоскости.
3 Определение координат точки на плоскости, делящей отрезок в данном отношении.

Задания

1. На оси абсцисс найти точку, равноудаленную от точек A(2;3) и B(5;6).
2. Даны точки A(-2;4), B(6;-2) и C(-5; 0). Найти координаты точки D, делящей отрезок BC в отношении $\frac{|AB|}{|AC|}$, где $|AB|$ - расстояние между точками A и B, а $|AC|$ - расстояние между точками A и C.

ТЕМА 2 ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Уравнение с угловым коэффициентом.
2. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
3. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
6. Построение прямой на плоскости по его уравнению.
7. Объяснение индивидуального задания по аналитической геометрии.

Задания

1. Даны точки A(-2;4), B(6;-2). Составить уравнение прямой, проходящей через точку A и точку B.
2. Построить прямую, задаваемую уравнением
$$-\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1.$$
3. Записать уравнения прямой задания 2 в виде уравнения с угловым коэффициентом и в виде общего уравнения.

ТЕМА 3 ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Определение угла между двумя прямыми на плоскости.
2. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.

3. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
4. Исследование взаимного расположения пар прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
5. Нахождение координат точки пересечения прямых на плоскости.
6. Расстояние от данной точки до данной прямой на плоскости.

Задания

1. Найти точку пересечения прямых L1 и L2

   L1: $3x - 2y + 5 = 0$

   L2: $x + 2y - 9 = 0$,
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых из задания 1 и а) параллельной прямой L3: $2x + y + 6 = 0$;

   б) перпендикулярной прямой L3.

ТЕМА 4 СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Линейное уравнение, определение решения линейного уравнения. Равносильность линейных уравнений. Противоречивые и тривиальные уравнения. Общий вид решения уравнения.
2. Системы линейных уравнений: определение решения системы линейных уравнений. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Аналогия с исследованием взаимного расположения двух прямых на плоскости.
3. Эквивалентность систем линейных уравнений. Элементарные преобразования систем, приводящие к эквивалентным системам линейных уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (метод исключения переменных). Основные шаги, прямой и обратный ход метода.
5. Три варианта завершения прямого хода метода Гаусса: а) система несовместная, б) система совместная и неопределенная; в) система совместная и определенная.
6. Общее и частное решение системы линейных уравнений.

Задания

1. Найти методом Гаусса общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5 \\ -x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -1 \end{cases}.$$

ТЕМА 5 МАТРИЦЫ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Матрицы, операции над ними и их свойства: сложение матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц.
2. Произведение матриц: умножение матрицы строки на матрицу-столбец; умножение матрицы на столбец; умножение строки на матрицу; умножение матриц.
3. Условия существования произведения матриц. Свойства операции умножения матриц.
4. Возведение матрицы в степень, условие существования степени матрицы.

Задания

1. Вычислите значение выражения 4*A — 9*B, где

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Приведите пример, когда произведение матриц не существует. Объясните, как вычисляется и вычислите элемент c_{12} матрицы $C = A*B$ для матриц A и B из задания 1.
3. Вычислить значение выражения P(A) = A2 − 4·A + 13·E, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ТЕМА 6 ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Понятие определителя матрицы. Формулы для вычисления определителей 2-го и третьего порядков. Свойства определителя.
2. Миноры и алгебраические дополнения, их связь с определителем матрицы. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.
3. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.

Задания

1. Вычислить определитель матрицы системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

а) с помощью «правила треугольников»; б) разложением определителя по строке (столбцу).

2. Решить систему уравнений из задания 1 по правилу Крамера.

ТЕМА 7 ОБРАТНЫЕ МАТРИЦЫ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Обратная матрица: определение, условие существования. Присоединенная матрица.
2. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
3. Решение систем линейных уравнений с использованием обратной матрицы.

Задания

1. Вычислить методом присоединенной матрицы обратную матрицу к матрице системы из задания 1 темы 6.
2. Проверить, является ли матрица $\begin{pmatrix} -10 & 8 & -11 \\ 4 & -3 & 4 \\ 9 & -7 & 10 \end{pmatrix}$ обратной к матрице системы из задания 1 темы 6. Если это верно, то найти решение системы уравнений из задания задания 1 темы 6 методом обратной матрицы. Если неверно, то ответ обосновать и описать метод обратной матрицы.

ТЕМА 8 РАНГ МАТРИЦЫ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Ранг матрицы и его свойства. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
2. Исследование систем линейных уравнений с использованием теоремы Кронекера-Капелли.

Задания

1. Вычислить ранг матрицы системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}.$$

2. Исследовать систему из задания 1 на совместность и неопределенность, не решая ее.

ТЕМА 10 ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Базисный минор, базисные и свободные переменные. Базисное решение.
2. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
3. Неоднородные системы линейных уравнений. Связь общих решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений.
4. Объяснение индивидуального задания по линейной алгебре.

Задания

1. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}.$$

2. Записать общее решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases},$$

используя фундаментальную систему решений приведенной однородной системы и частное решение неоднородной системы.

ТЕМА 11 ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Векторы на плоскости и в пространстве: определение, параллельный перенос, равенство векторов. Классы равных векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Операции над векторами и их свойства.
2. Линейные пространства: определение, примеры.
3. Координаты вектора. Декартова система координат в пространстве. Радиус-векторы: взаимнооднозначное соответствие между точками и направленными отрезками. Связь координат коллинеарных векторов.
4. Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Линейно независимые системы векторов и их свойства.
5. Ранг и базис системы векторов. Разложение вектора по базису.
6. n-мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства.
7. Линейная зависимость и системы линейных уравнений. Связь ранга матрицы с базисом системы векторов.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. Нормальный вектор прямой (на плоскости) и плоскости (в пространстве).

Задания

1. Даны два вектора $a = (1, 0, 1)$ и $b = (-1, 2, -1)$. Определить, при каком m векторы $m\,a + 2b$ и $a - b$: а) коллинеарны; б) ортогональны.

2. Найти базис данной системы векторов

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти разложение каждого из векторов задания 2 в базисе, полученном в задании 2.

ТЕМА 12 СОБСТВЕННЫЕ ЧИСЛА И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
2. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Характеристическое уравнение линейного оператора.
3. Свойства собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

Задания

1. Найти собственные числа матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.
2. Найти собственные векторы матрицы из задания 1.

ТЕМА 13 КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Квадратичные формы. Матрично-векторный вид квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы.
2. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерии знакоопределенности квадратичной формы.

Задания

1. Записать квадратичную форму $L(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 6x_2x_3$ в матрично-векторном виде.
2. Выяснить, является ли квадратичная форма из задания 1 положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной.

ТЕМА 14 ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение вида кривой второго порядка по коэффициентам ее уравнения.
2. Окружность: определение. Общее и каноническое уравнения окружности. Пример приведения общего уравнения окружности к каноническому.
3. Эллипс: определение. Общее и каноническое уравнения эллипса. Пример приведения общего уравнения эллипса к каноническому. Координаты фокусов эллипса и его эксцентриситет. Различные соотношения коэффициентов канонического уравнения эллипса и соответствующие им расположения эллипса на плоскости.
4. Гипербола: определение. Общее и каноническое уравнения гиперболы. Основной прямоугольник гиперболы. Координаты фокусов гиперболы и уравнения его асимптот. Различные соотношения коэффициентов канонического уравнения гиперболы и соответствующие им расположения гиперболы на плоскости. Обратная пропорциональная зависимость как частный случай гиперболы.
5. Парабола: определение. Общее и каноническое уравнения параболы. Пример приведения общего уравнения параболы к каноническому. Координаты вершины и фокуса параболы. Уравнение директрисы параболы.

Задания

1. Определить тип линии и координаты ее центра:

а) $9x^2 + y^2 - 36x - 2y + 28 = 0$;

б) $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$.

2. Определить тип линии и координаты ее фокусов:
   а) $5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$;
   б) $2x^2 - 8x + y + 5 = 0$.

ТЕМА 15 ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Общее уравнение плоскости в пространстве. Уравнение плоскости в отрезках.
2. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в пространстве.
3. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой в пространстве, проходящей через две точки.
4. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.
5. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.

Задания

1. Даны точки $M_1(3; -1; 2)$ и $M_2(-1; 2; 5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.
2. Составить параметрические уравнения прямой, проведенной через точку $M_0(2; -1; -3)$ перпендикулярно плоскости $3x + y - z - 8 = 0$.

ТЕМА 16 ЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Линейное программирование: понятие и примеры. Линейные задачи оптимизации. Системы линейных неравенств и их геометрические образы.
2. I классический пример задачи линейного программирования – задача о ресурсах.
3. Стандартная форма задачи линейного программирования. Область допустимых решений задачи, целевая функция задачи линейного программирования.
4. Алгоритм графического метода решения задач линейного программирования.
5. II классический пример задачи линейного программирования - транспортная задача.

Задания

1. Найти область допустимых решений задачи линейного программирования
   $F(x) = 2x_1 + x_2 \to \max$
   $$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 2 \\ 3x_1 - x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \le 5 \\ -2x_1 - x_2 \le -2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$
2. Решить задачу линейного программирования из задания 3 графическим методом: построить линии уровня целевой функции задачи линейного программирования и вектор, показывающий направление роста целевой функции; выписать оптимальное решение, если оно существует, и оптимальное значение целевой функции.
3. Решить сбалансированную транспортную задачу. На складах A_1 и A_2 есть в наличии соответственно 22 и 28 тыс.ед продукции. Два потребителя B_1 и B_2 хотели бы получить со склада соответственно 30 и 20 тыс.ед продукции. Стоимость перевозки продукции задана матрицей $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, где C_{ij} - стоимость перевозки 1

тыс.ед продукции в млн.руб. с i-го склада j-му потребителю. Как минимизировать стоимость перевозок? Найти оптимальное решение и значение целевой функции.

ТЕМА 17 ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ

Вопросы для самостоятельного рассмотрения

1. Двойственная задача линейного программирования.
2. Теоремы двойственности.

Задания

1. Задача линейного программирования

$f = x_1 + 3x_2 \to \max$;.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 4x_1 + x_2 \le 8, \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

имеет оптимальное решение (0; 2). Постройте задачу, двойственную к данной.

2. Найдите решение двойственной задачи из задания 1, используя теоремы двойственности.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015.— 481 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/52071.html. — ЭБС «IPRbooks»
2. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ю.В. Щербакова— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— 159 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/6259.html. — ЭБС «IPRbooks»
3. Корсакова Л.Г. Высшая математика для экономистов. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Л.Г. Корсакова— Электрон. текстовые данные.— Калининград: Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, 2005.— 274 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/7360.html. — ЭБС «IPRbooks»

6.2. Дополнительная литература

1. Попов, А. М. Высшая математика для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под ред. А. М. Попова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 566 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3724-4. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/4AC6D210-49AB-4D97-8E60-C4D12ADCBF32
2. Поспелов, А. С. Сборник задач по высшей математике. Ч. 1 : учебное пособие для бакалавров / А. С. Поспелов ; под ред. А. С. Поспелова. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 605 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-8168-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/12261681-9326-4861-8BDB-9F547702D1EA

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Темы семинарских занятий отражают последовательность изучения курса в соответствии с программой и выбраны исходя из их значения для изучения курса. Курс "Основы линейной алгебры и аналитической геометрии" состоит из трех основных частей. Первая часть – "Аналитическая геометрия" – включает изучение геометрических объектов на плоскости и в пространстве: декартова система координат, взаимное

расположение геометрических объектов. Вторая часть – "Линейная алгебра" – включает изучение элементов теории матриц, линейных пространств, линейных операторов, систем линейных уравнений и методов их решения. Третья часть – "Применение аналитической геометрии и линейной алгебры в линейном программировании" – включает в себя изучение методов решения задач линейной оптимизации, линейного программирования, основана на знаниях, полученных в первой и второй части.

Форма проведения занятий – решение задач по ключевым положениям теоретического курса. Для эффективного участия в семинарах рекомендуется повторение теоретического материала и выполнение домашних заданий. На оценку работы студентов на практическом занятии влияет правильность и скорость решения предлагаемых задач, умение объяснить другим студентам свое решение, правильность ответов на вопросы по теоретическому курсу.

6.4. Нормативные правовые документы

Конституция Российской Федерации

6.5. Интернет-ресурсы

1. Лекции по высшей математике. [Электронный ресурс]: Электронный учебник. – [cop. 2004 - 2009]. – Режим доступа: http://www.mathelp.spb.ru/index1.htm
2. Прикладная математика. Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями. [Электронный ресурс]. – [cop. 2004-2009]. – Режим доступа: http://www.pm298.ru/index.htm
3. Матвеев С.В. Пособие по векторной алгебре. [Электронный ресурс]: Электронный учебник веб-сайта EqWorld – [cop. 2004-2009 А. Д. Полянин]. – Режим доступа: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/angeometry.htm
4. Линейное программирование. [Электронный ресурс]. – [cop. 2004 Семен Гирич]. – Режим доступа: http://first.boom.ru/Products/Theory/theory.htm

6.6. Иные источники

Не используются

2. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения лекций и практических занятий необходимы:

1. Аудитория, оборудованная для проведения компьютерных презентаций, включая возможность частичного затемнения аудитории, а также оснащенная доской, мелом или набором цветных маркеров.
2. Мультимедийное оборудование для компьютерной презентации – персональный компьютер, проектор, экран
3. Требования к программному обеспечению при прохождении учебной дисциплины
Комплект офисных программ: MS Word, MS Excel, MS PowerPoint, Wolfram Mathematica.
4. Часть практических занятий должна проходить в компьютерном классе.