Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
и ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Высшая школа финансов и менеджмента

Заседание научно-исследовательского
семинара Высшей школы финансов и менеджмента «Количественные методы в финансах»
на тему:

«Построение модели расчета кредитного риска портфеля негосударственного пенсионного фонда с использованием модели Мертона»

Автор работы:

Васин О.А.

Руководитель работы:

кандидат ф–м. наук, профессор, зав. кафедрой корпоративных финансов, инвестиционного проектирования и оценки им. М.А. Лимитовского,

Минасян В.Б.

Постановка проблемы [1/3]:

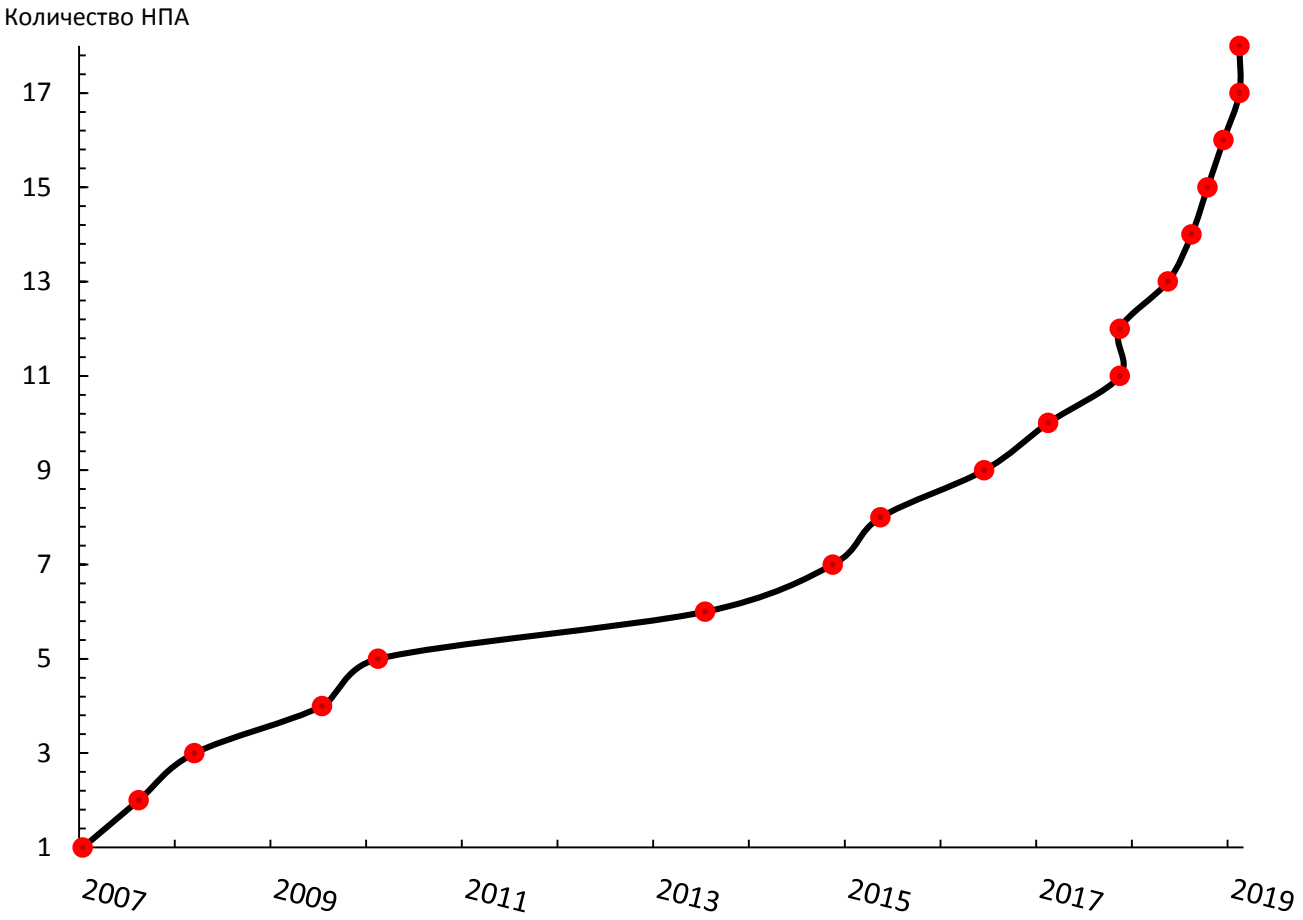
- Цель данной работы – разработка модели прогнозирования кредитного риска портфеля инвестиций негосударственного пенсионного фонда (НПФ) при помощи численных методов с учетом корреляции вероятностей дефолта корпоративных заемщиков;

- Объектом исследования являются финансовые инструменты российских компаний, подверженных кредитному риску;

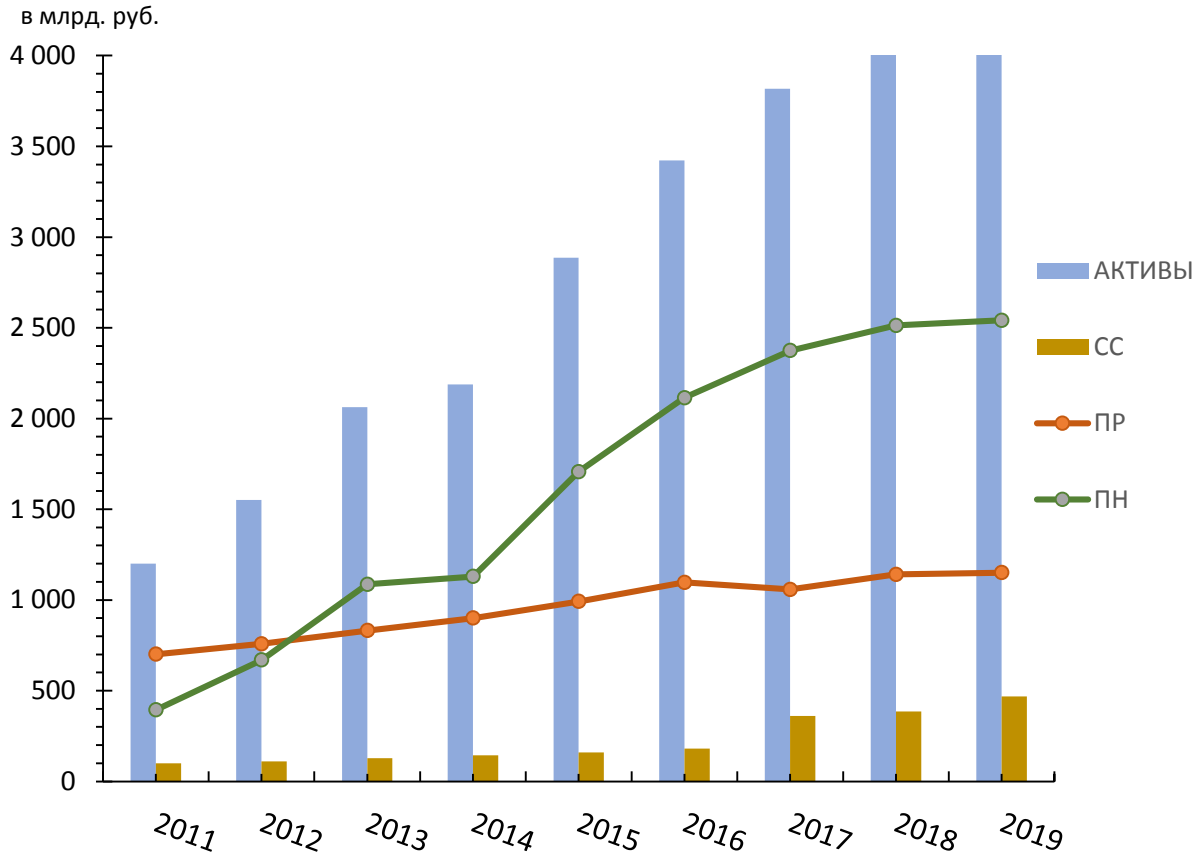
- Предметом исследования являются модели и методы оценки вероятностей дефолта и кредитного риска облигационного портфеля НПФ.

Постановка проблемы [2/3]:

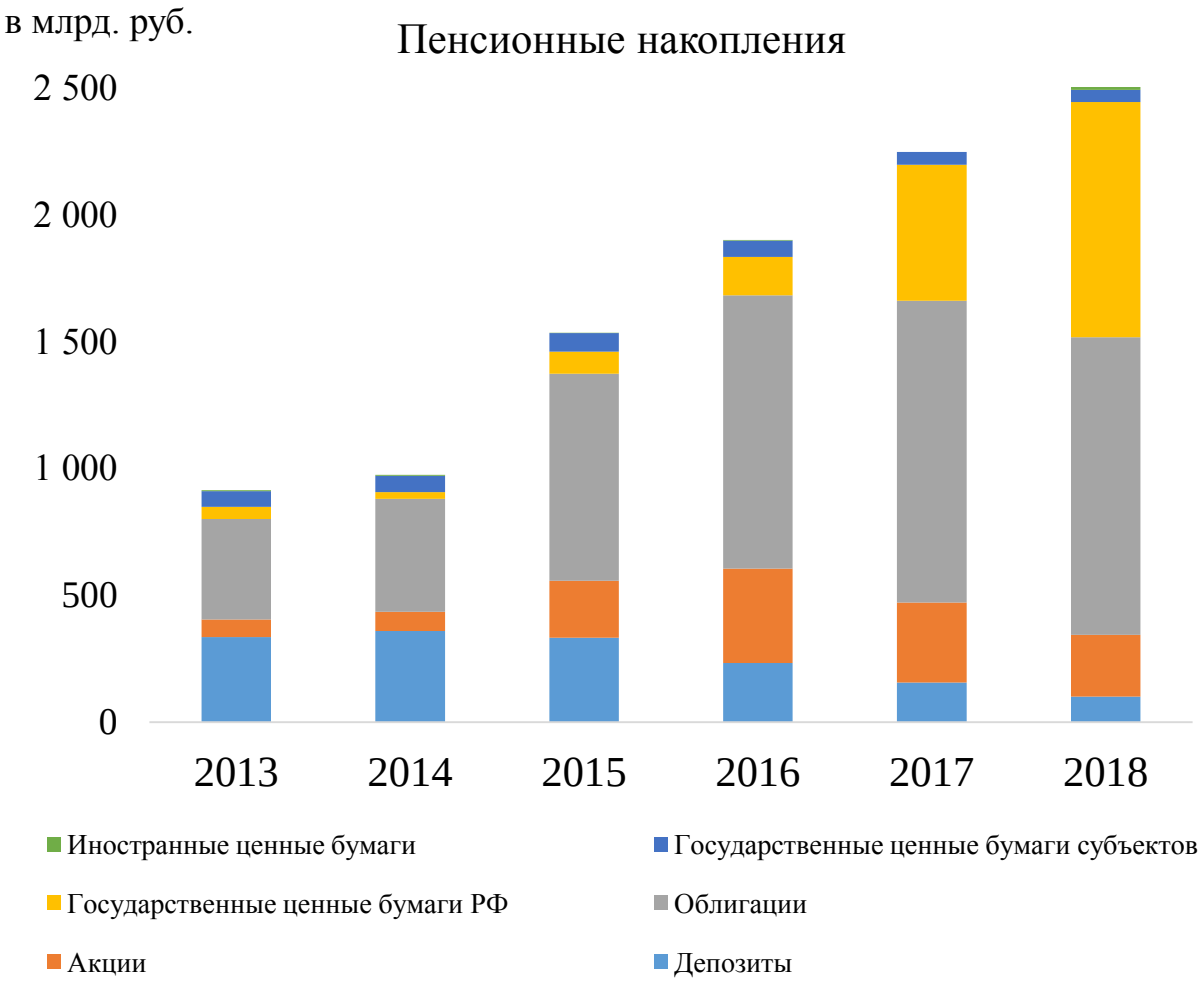
Информация по опубликованным Банком России НПА в области риск-менеджмента НПФ

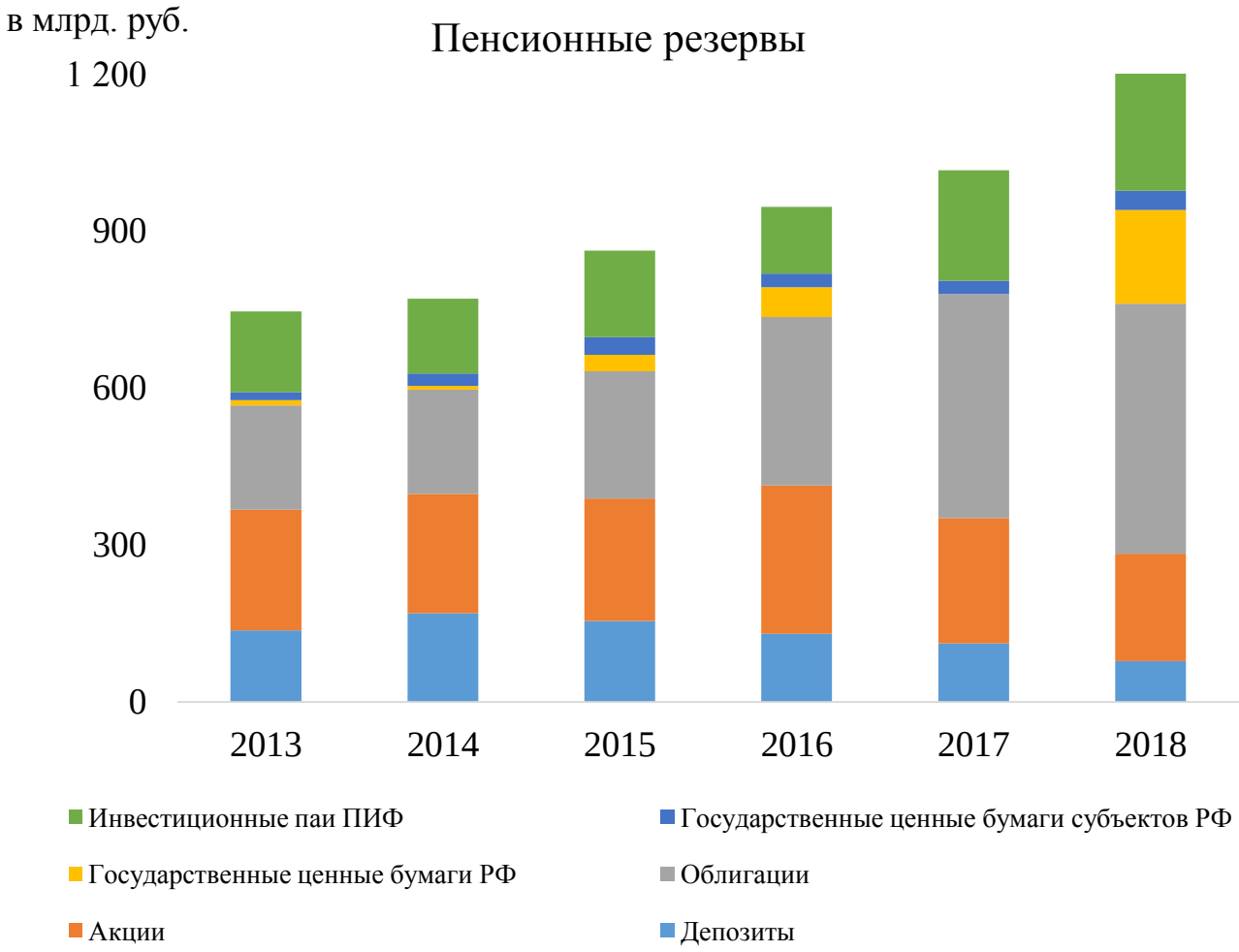


Динамика роста активов НПФ в разрезе пенсионных накоплений, пенсионных резервов, а так же собственных средств



Постановка проблемы [3/3]:





Подходы к оценке кредитного риска

Фундаментальные показатели

- Модели на основе макроэкономических факторов
- Модели на основе финансовой и бухгалтерской отчетности
- Модели на основе внутреннего рейтинга

Финансовые показатели

- Скоринговые модели
- Модели дискриминантного анализа
- Модели бинарного выбора

Рыночные модели

- Модели сокращенных форм
- Структурные модели

Современные модели

- Модели нечеткой логики
- Нейронные сети

Теоретические предпосылки модели [1/2]

Р. Мертон рассмотрел кредиторскую задолженность компании как требование, которое может быть обращено на ее стоимость, и использовал формулу ценообразования опционов Блэка — Шоулза для оценки вероятности дефолта компании.

В рамках данной модели предоставление кредита трактуется как покупка активов компании у акционеров и передача им опциона call на данные активы с ценой исполнения, равной стоимости кредита, и временем исполнения, равным сроку погашения кредита

$$\begin{cases} D, \text{если } V_t \geq D \\ V_t \text{ в противном случае} \end{cases}$$

Теоретические предпосылки модели [2/2]

Трансформация модели Блэка–Шоулза в модель Мертона

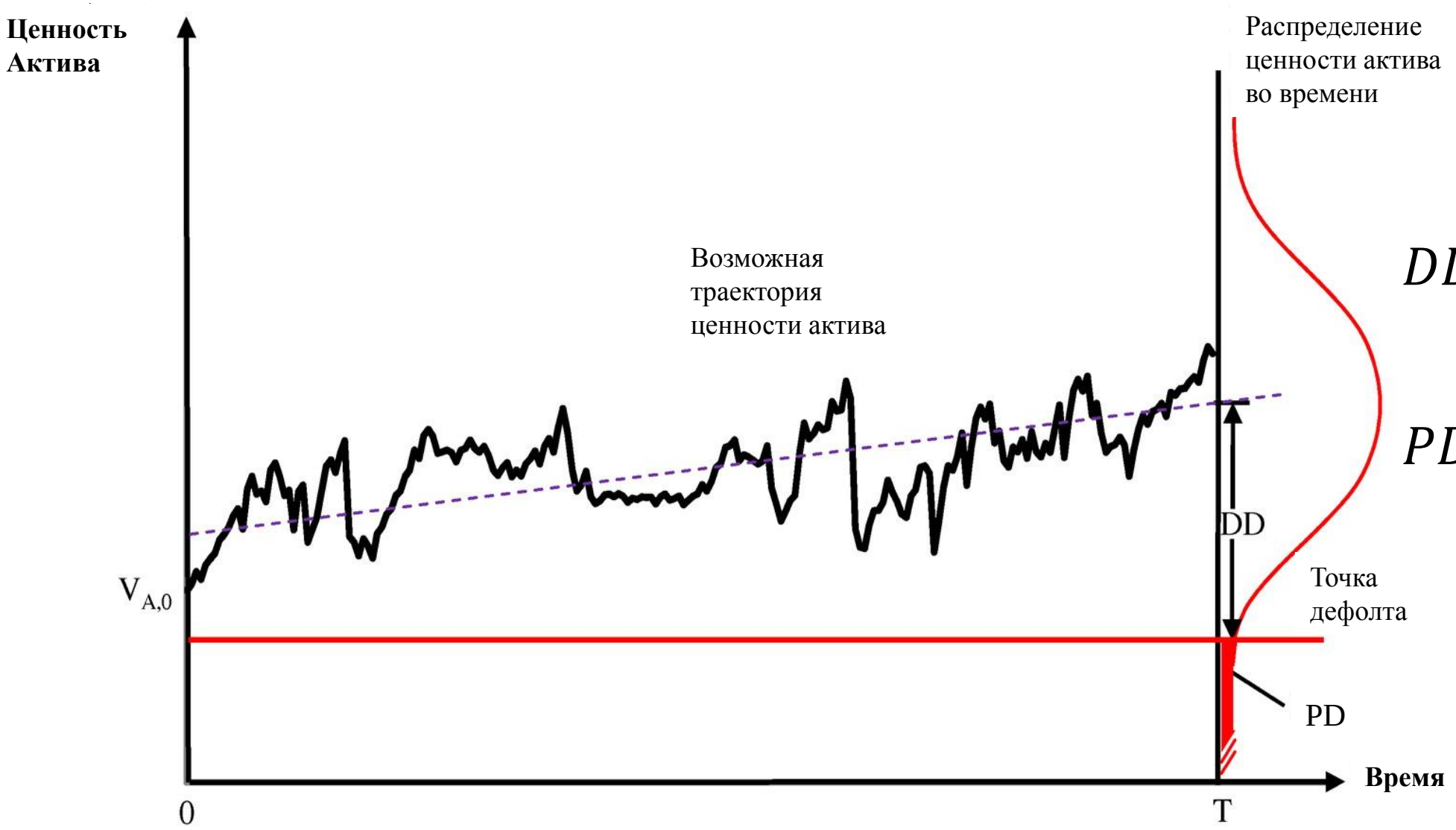
$$C = S * N(d_1) - X * e^{-rT} * N(d_2) \rightarrow E_t = A_t * N(d_1) - L * e^{-rT} * N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \rightarrow d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{L}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

E_t – рыночная капитализация (цена опциона call) ; A_t – стоимость активов (текущая цена базисного актива); L – обязательства фирмы (цена исполнения опциона)

Оценка параметра «*дистанция до дефолта*»



$$DD = \frac{A_t - L}{A_t * \sigma_A * \sqrt{T}}$$

$$PD = N(-DD)$$

DD: Расстояние до дефолта, PD: Вероятность дефолта

Корреляция дефолтов

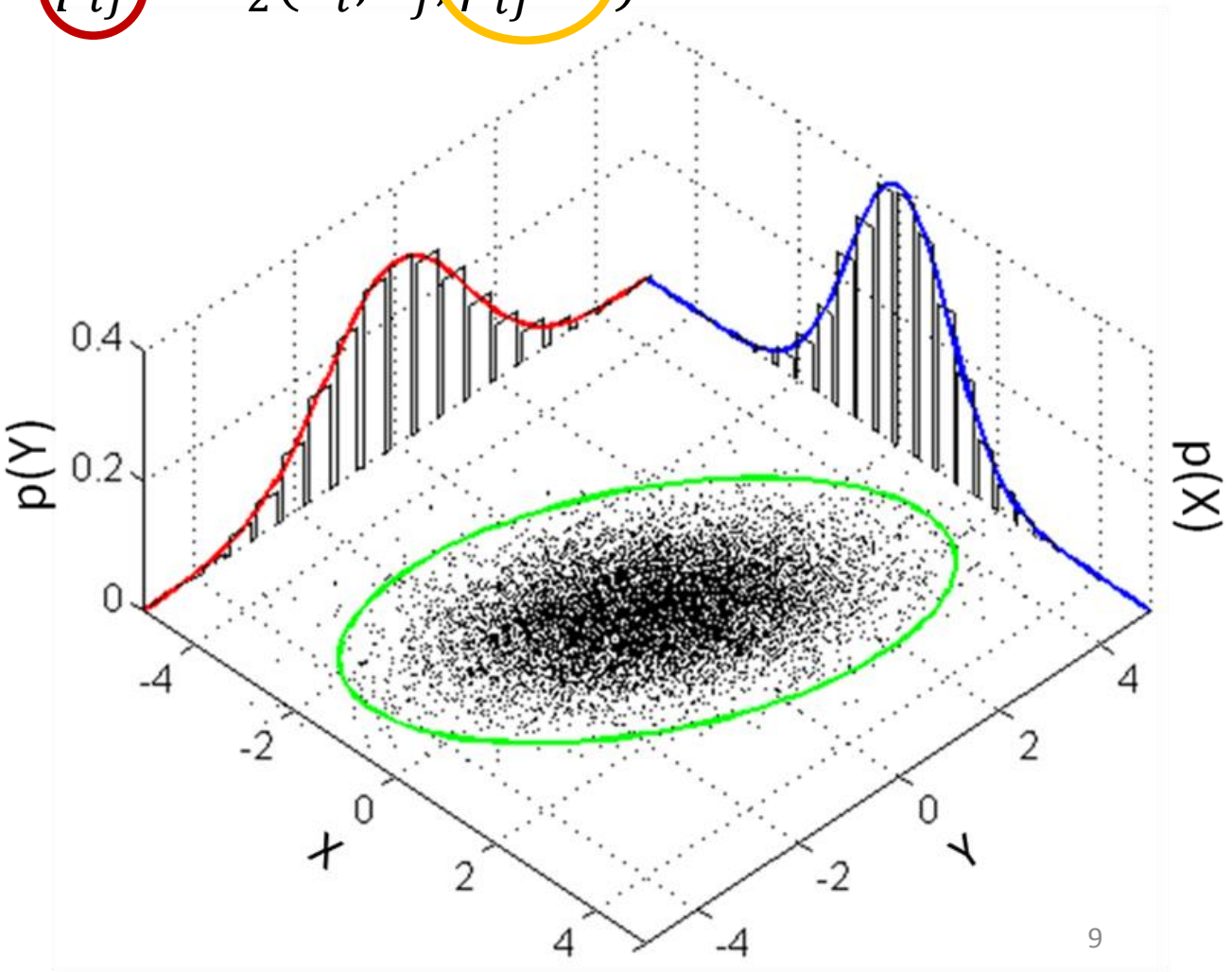
$$Prob(A_i \le d_i; A_j \le d_j) = p_{ij} = N_2(d_i; d_j; \rho_{ij}^{asset})$$

$$\hat{p} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{D_t}{N_t} \qquad (1)$$

$$\frac{D_t}{2} = \frac{D_t(D_t-1)}{2} \qquad (2)$$

$$\frac{N_t}{2} = \frac{N_t(N_t-1)}{2} \qquad (3)$$

$$\widehat{p_2} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{D_t(D_t-1)}{N_t(N_t-1)} \qquad (4)$$



Однофакторная модель оценки ценности активов

- $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \text{i} \neq j$
- $cov(Z, \varepsilon_i) = 0, \forall i$

$$A_i = w_i * Z + \sqrt{1 - w_i^2} * \varepsilon_i$$

Систематический риск

Специфический риск

По определению:

$VAR(A_i) = \alpha^2 VAR(Z) + \beta^2 VAR(\varepsilon_i)$

$VAR(A_i) = VAR(Z) = VAR(\varepsilon_i) = 1$

$1 = \alpha^2 + \beta^2$

$\beta = \sqrt{1 - \alpha^2}$

$$A_i = \boldsymbol{\alpha} * Z + \boldsymbol{\beta} * \varepsilon_i$$

Дефолт произойдет, если $A_i < N^{-1}(PD)$

$\alpha * Z + \sqrt{1 - \alpha^2} * \varepsilon_i < N^{-1}(PD)$

Реализация модели [1/3]

Горнодобывающая промышленность:

АК «АЛРОСА»

Металлургическая промышленность:

ПАО «ГМК «Норильский никель»
ПАО «Магнитогорский металлургический комбинат»
ПАО «Новолипецкий металлургический комбинат»
ОК «РУСАЛ»

Телекоммуникационная отрасль:

ПАО «Ростелеком»
ПАО «Мегафон»

Торговля:

ПАО «Магнит»

Нефтедобывающая промышленность:

ПАО «НК «Роснефть»
ПАО «НК «Лукойл»
ПАО «АНК «Башнефть»

Газодобывающая промышленность:

ПАО «Газпром»
ПАО «НОВАТЭК»

Энергетическая промышленность:

ПАО «ФСК «ЕЭС»
ПАО «РусГидро»
ПАО «Мосэнерго»

Транспортная промышленность:

ПАО «Аэрофлот»

Реализация модели [2/3]

Временной горизонт: **5 лет**

Рыночные данные:

- котировки акций компаний;
- капитализация компаний;
- волатильность капитализации;
- значения безрисковой ставки.

Бухгалтерские данные:

- Величина обязательств компании (квартальные данные)*

Модельные данные:

- моделируемая величина рыночной капитализации;
- моделируемая волатильность рыночной капитализации.

**что бы избегнуть «ступенчатость» данных был применен метод интерполяции данных*

Реализация модели [3/3]

1. На основе модели Мертона оценивается ценность активов и их волатильность

2. Находится рыночная ценность активов и волатильность активов

3. Используется функция минимизации для решения систем уравнений

4. Рассчитывается расстояние до дефолта и вероятность дефолта

5. Рассчитывается корреляция

6. Рассчитывается стандартизированная ценность активов

$$\begin{cases} E_t = A_t * N(d_1) - L * e^{-rT} * N(d_2) \\ \sigma_E = \frac{A_t}{E_t} * N(d_1) * \sigma_E \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_t = E_t + L \\ \sigma_A = \sigma_E \frac{E_t}{A_t} * N(d_1) \end{cases}$$

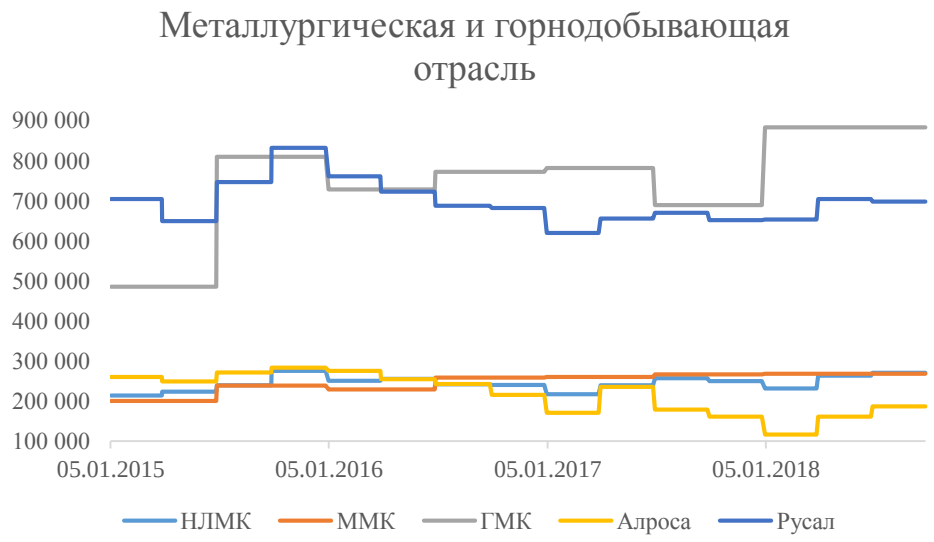
$$F = \left(\frac{E_{model}}{E_{observed}} - 1\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{E,model}}{\sigma_{E,observed}} - 1\right)^2 \rightarrow min$$

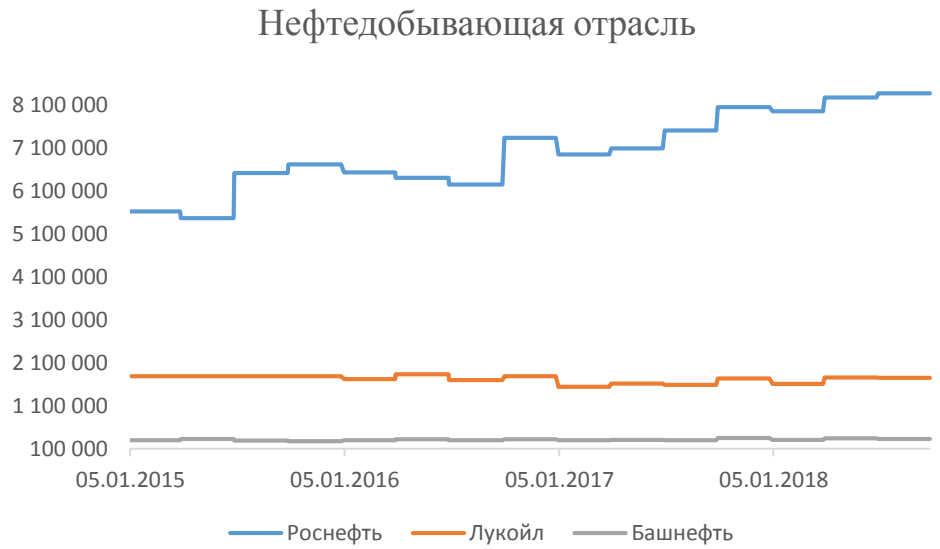
$$DD = \frac{A_t - L}{A_t * \sigma_A * \sqrt{T}}$$

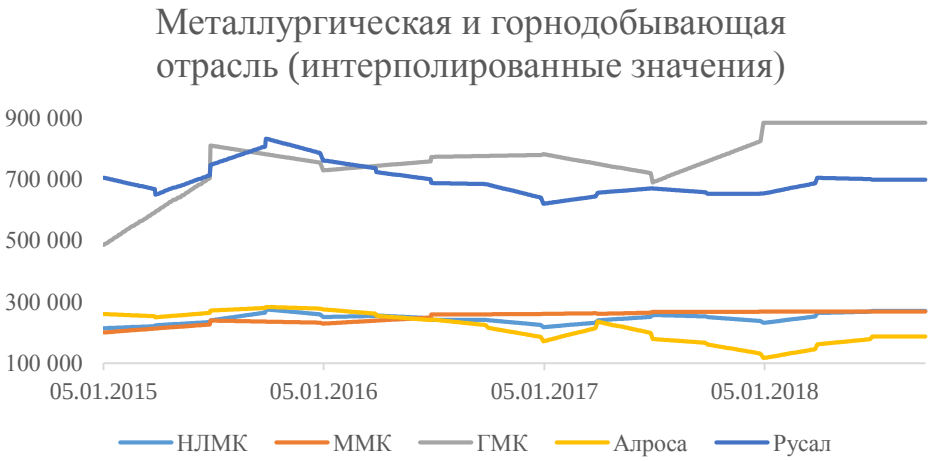
$$PD = N(-DD)$$

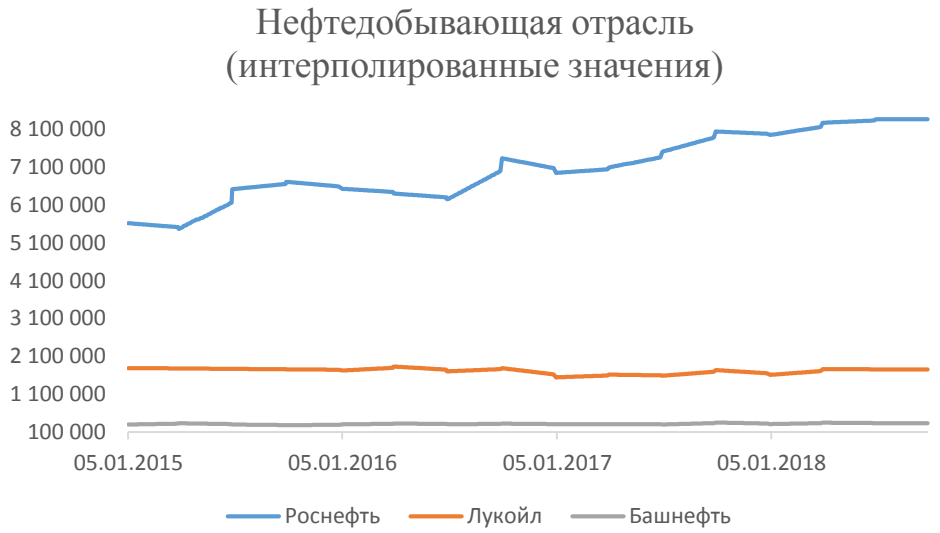
$$A_i = w_i * Z + \sqrt{1 - w_i^2} * \varepsilon_i$$

Интерполяция данных [1/2]

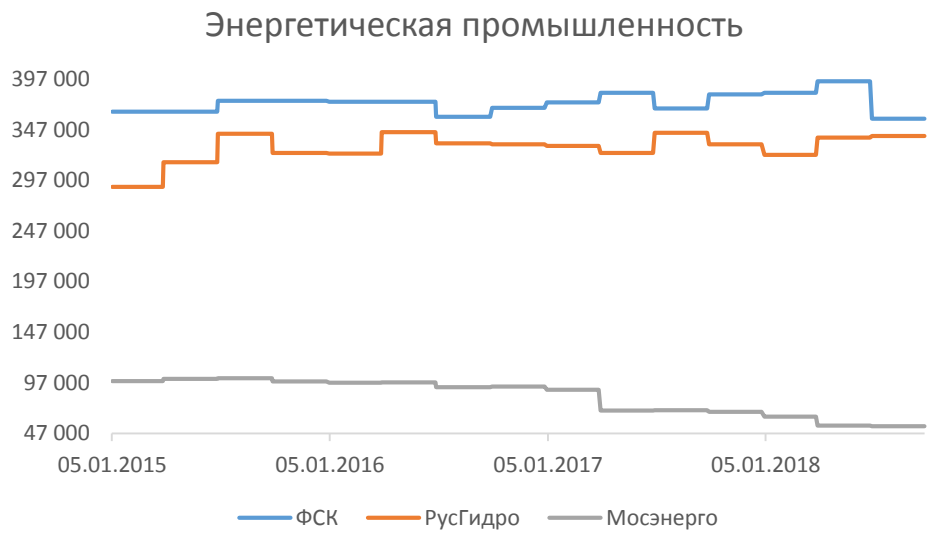


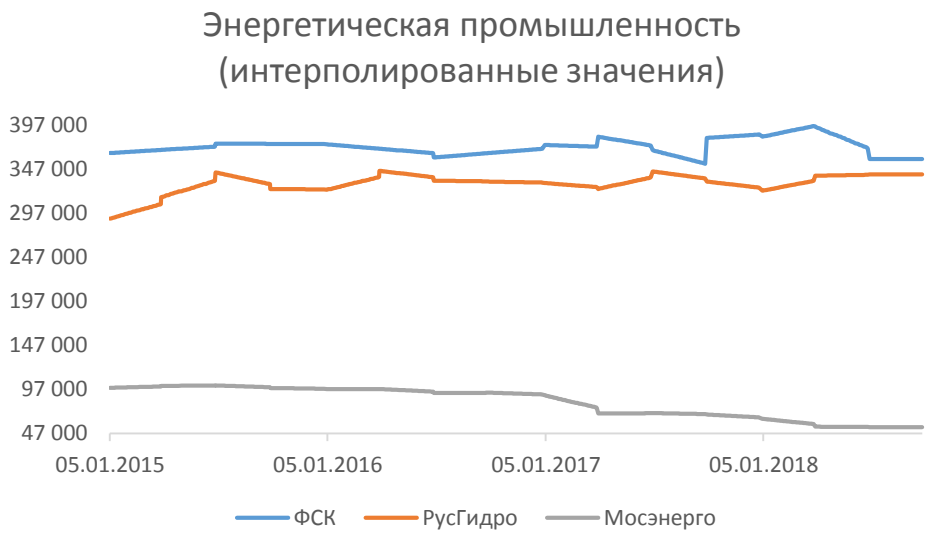






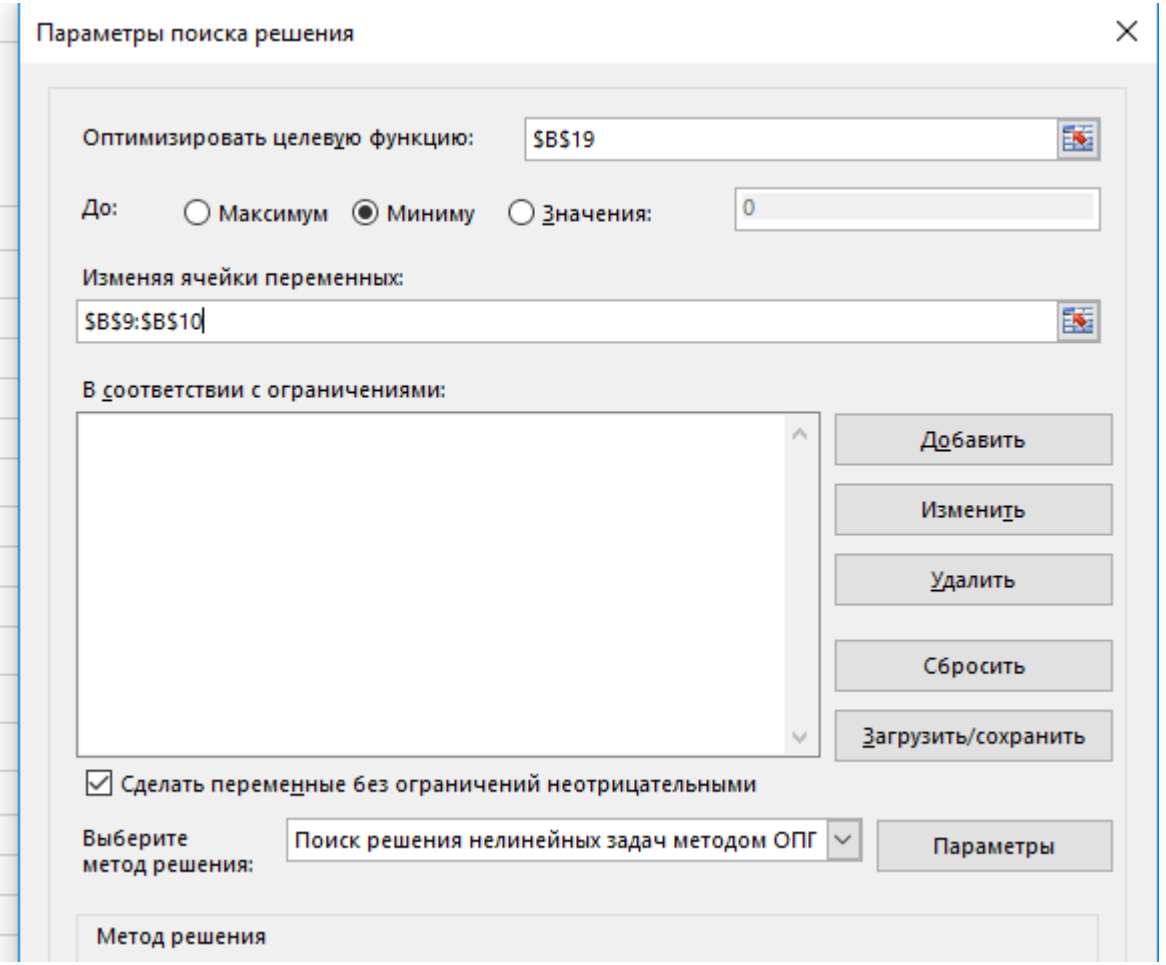
Интерполяция данных [2/2]



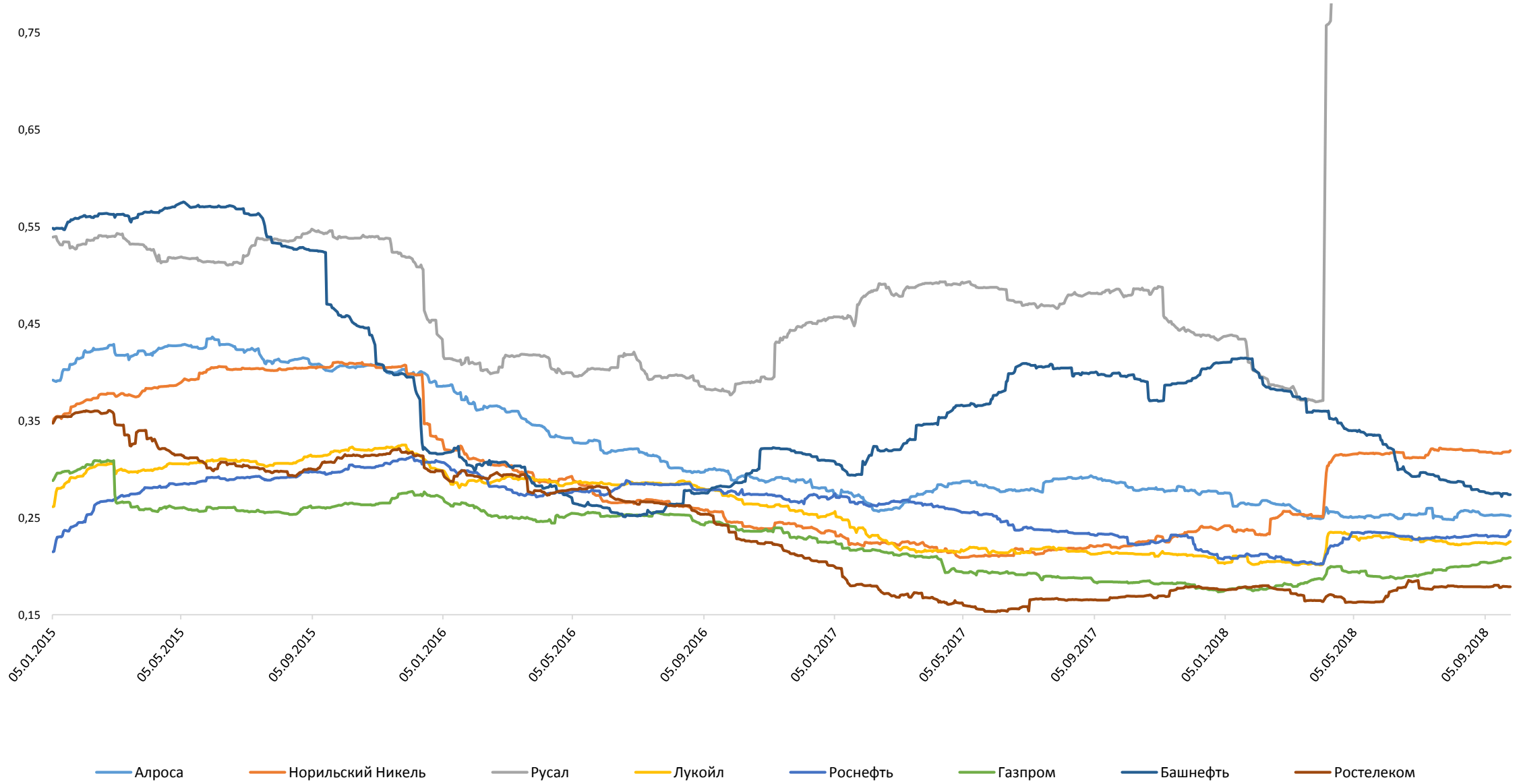


Реализация модели в среде Excel

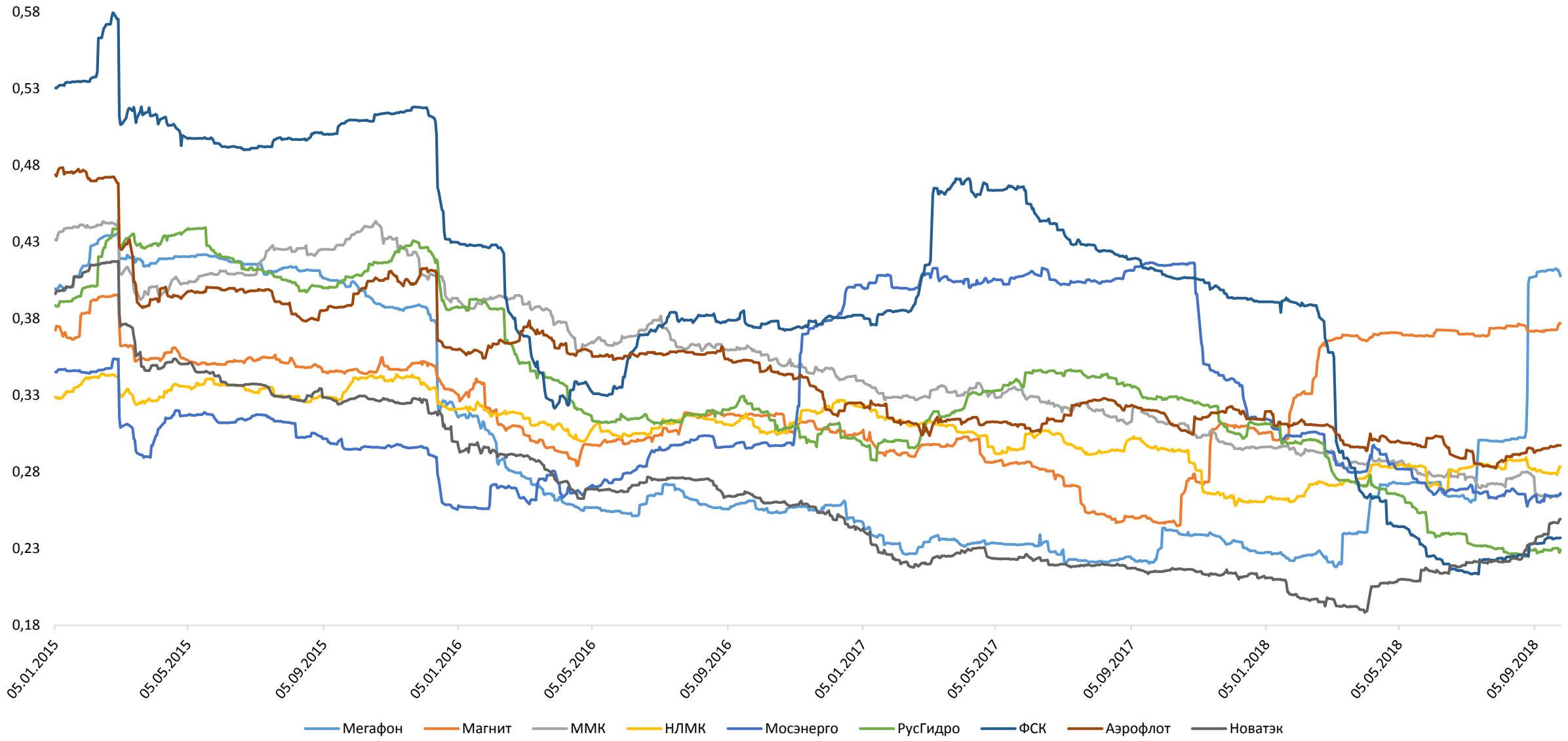
Data				
		Наблюдаемые величины		
Equity value, E_t	2039300,00			
Equity volatillity, σ_E	0,31		PD	DTD
Liabilities, L_t	884173,68		0,087%	3,130959
Risk free rate, r	0,08			
Horizon, (T-t)	1			
Unknowns				
Assets Value, A_t	2858354,57			
Asstets volatillity, σ	0,220593891			
Model Values from Black-Shoels formulae				
d_1	5,776128817			
d_2	5,555534926			
Equity value, E_t	2039297,666			
Equity volatillity, σ_E	30,919%			
OBJECTIVE: min/ dev/ data-model				
Squared rel errors	0,000000000004			



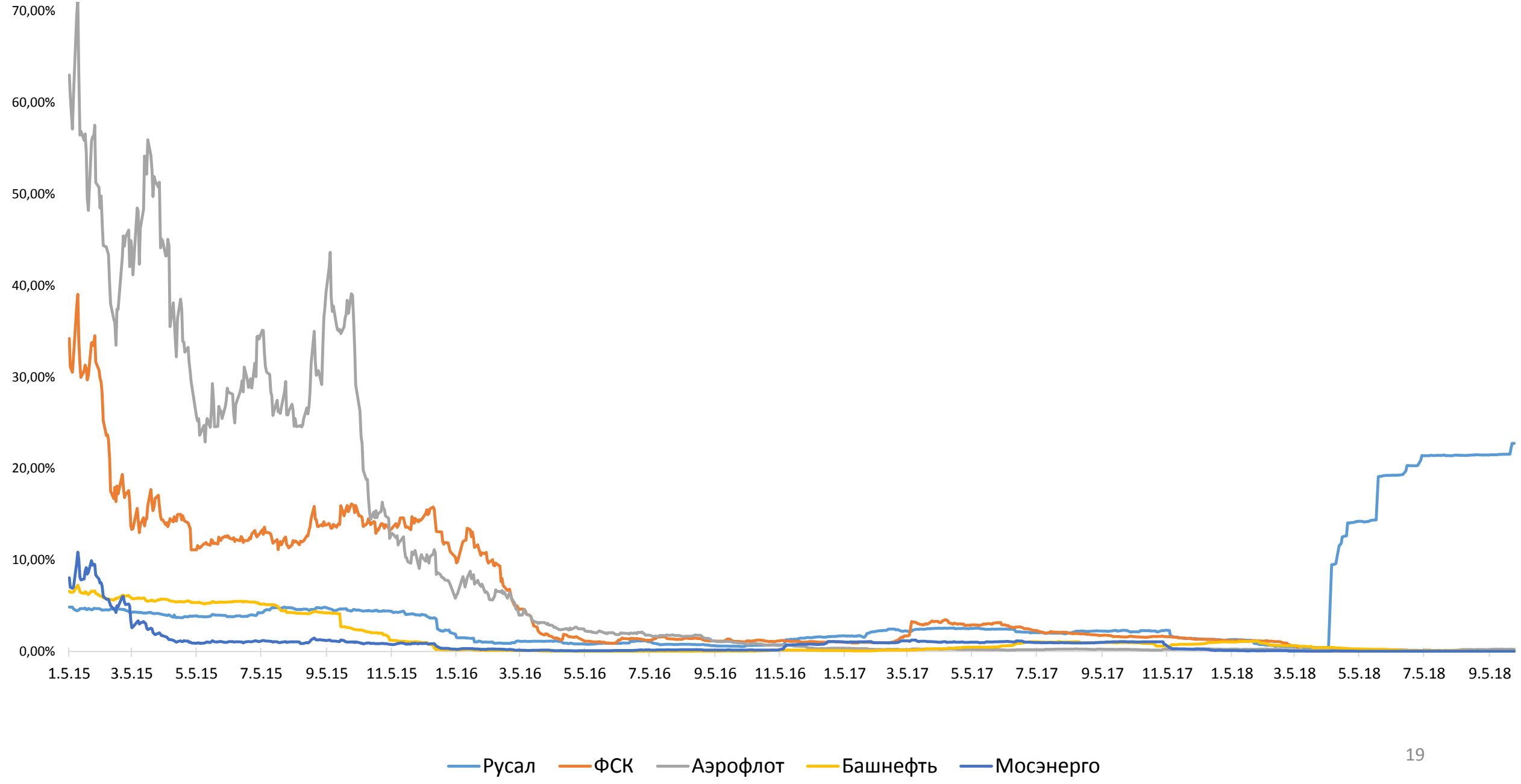
Волатильность компаний[1/2]



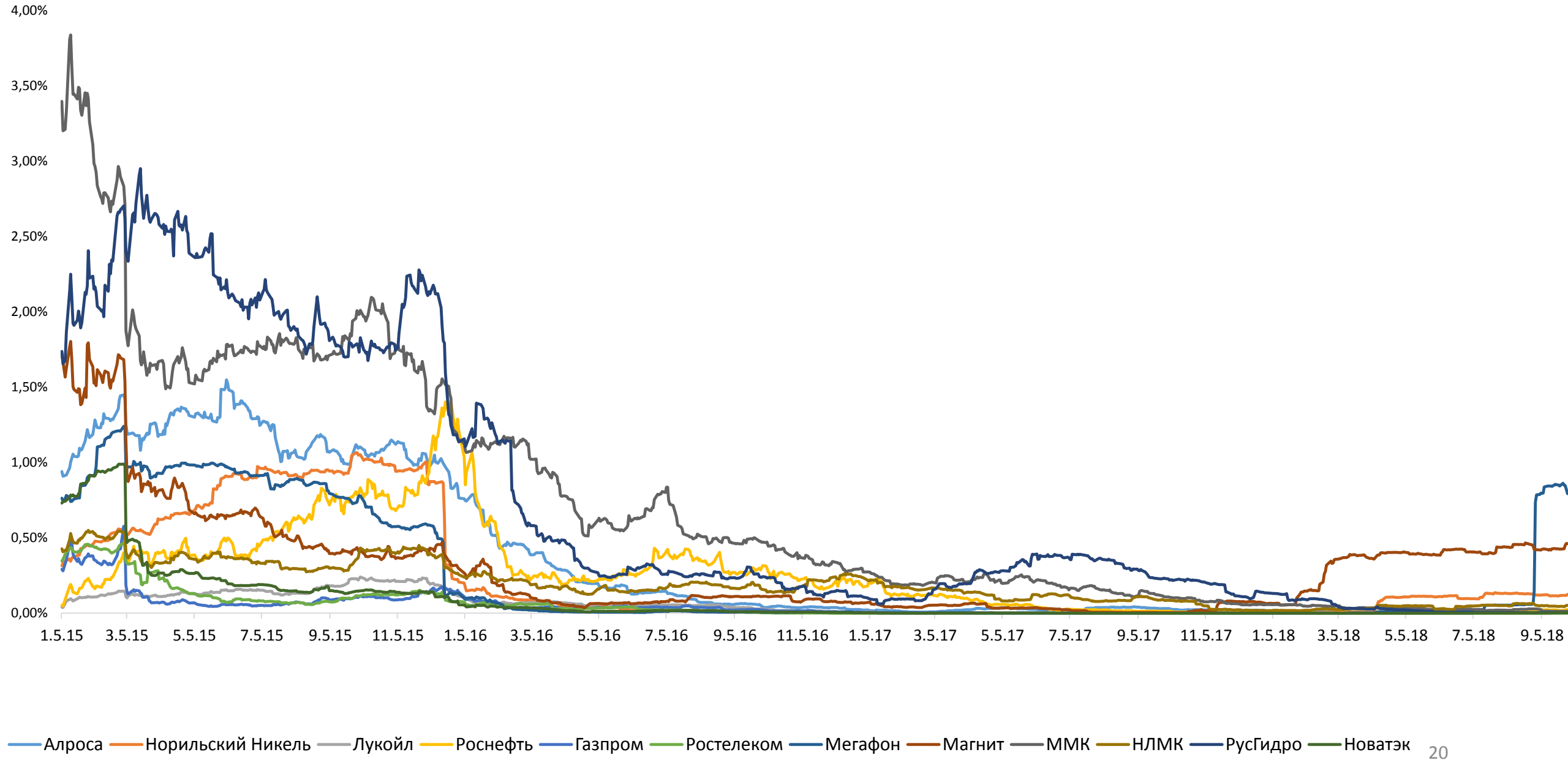
Волатильность компаний[2/2]



Динамика вероятностей дефолта [1/2]

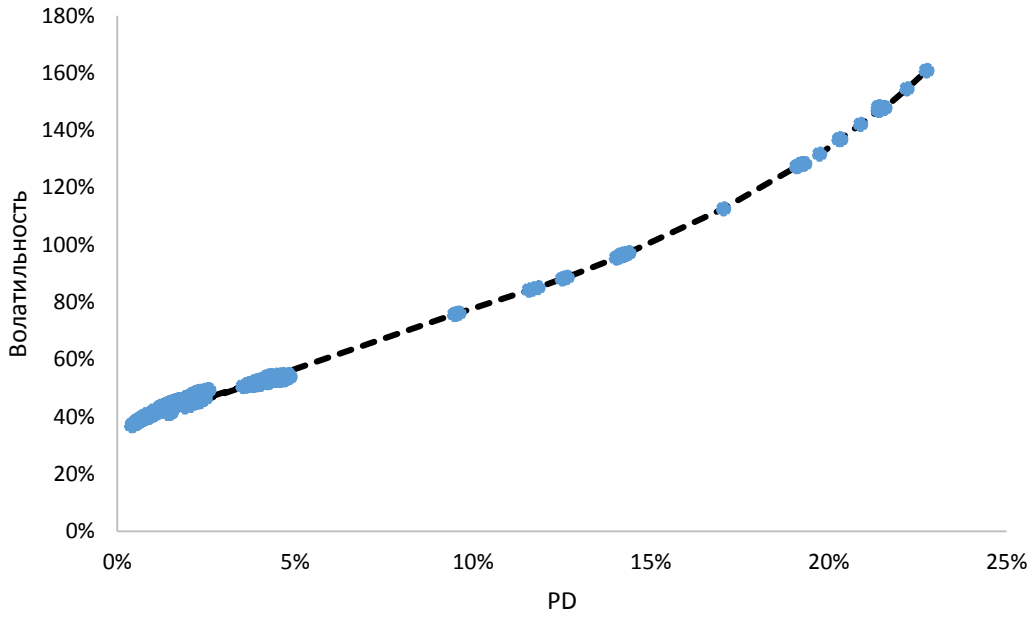


Динамика вероятностей дефолта [2/2]

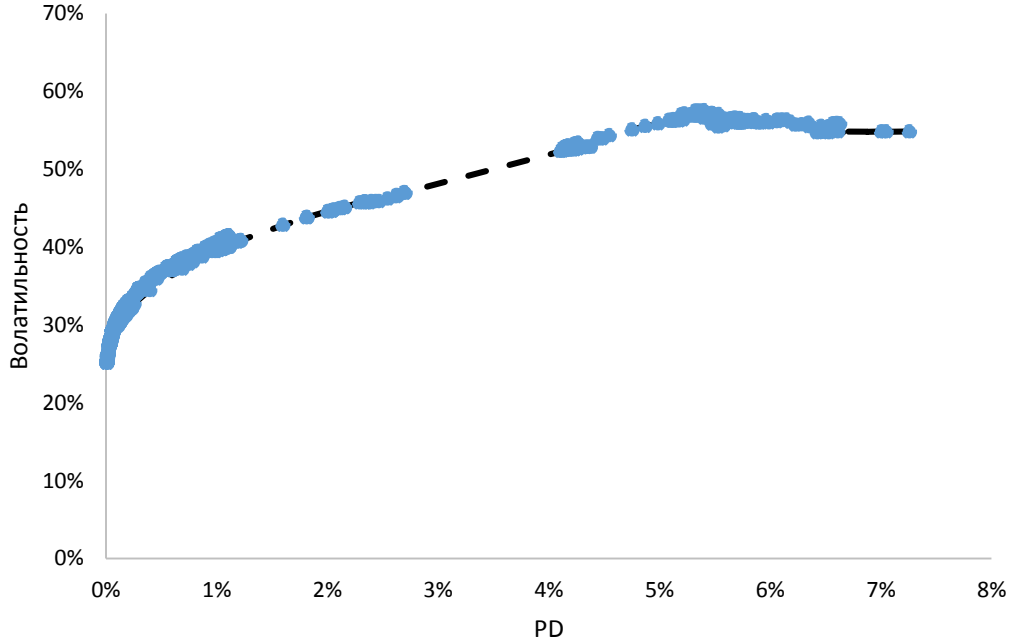


Влияние волатильности акций компаний на вероятность дефолта [1/2]

Зависимость вероятности дефолта от волатильности акций компании Русал

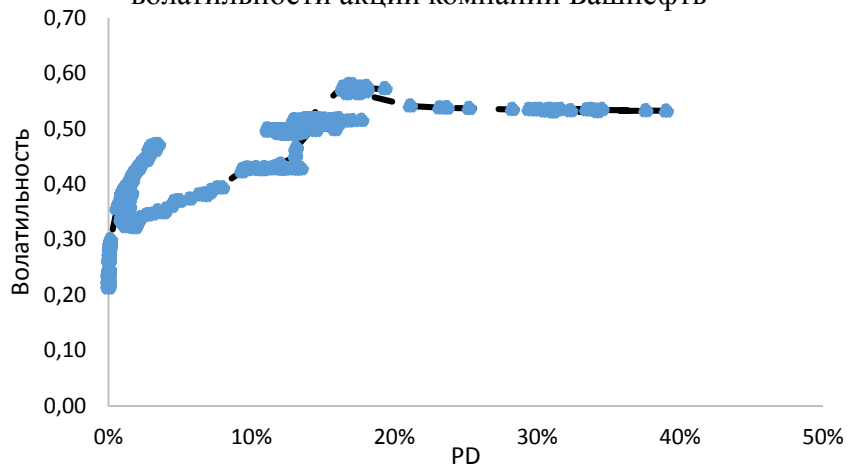


Зависимость вероятности дефолта от волатильности акций компании ФСК

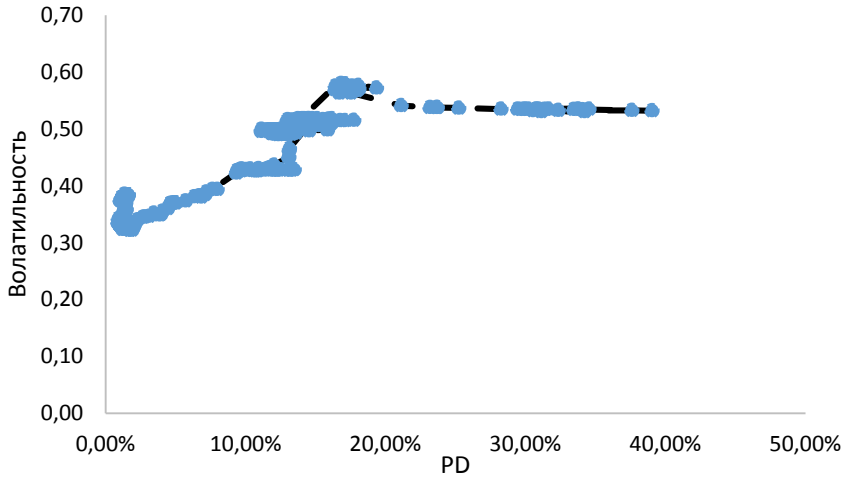


Влияние волатильности акций компаний на вероятность дефолта [2/2]

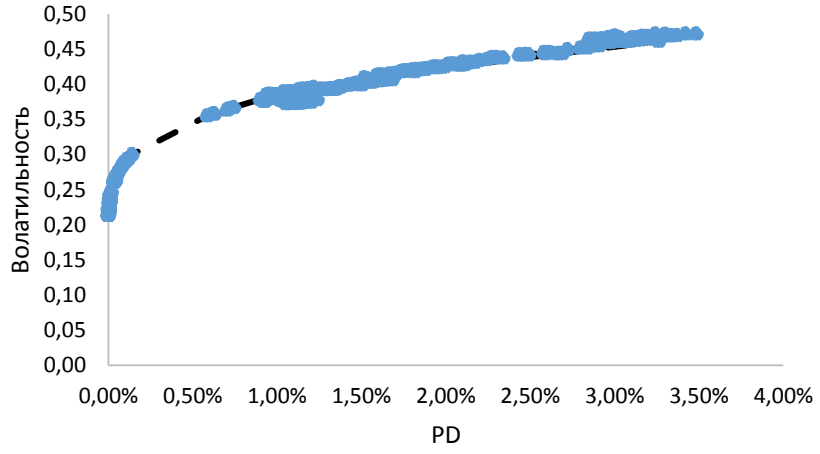
Зависимость вероятности дефолта от волатильности акций компании Башнефть



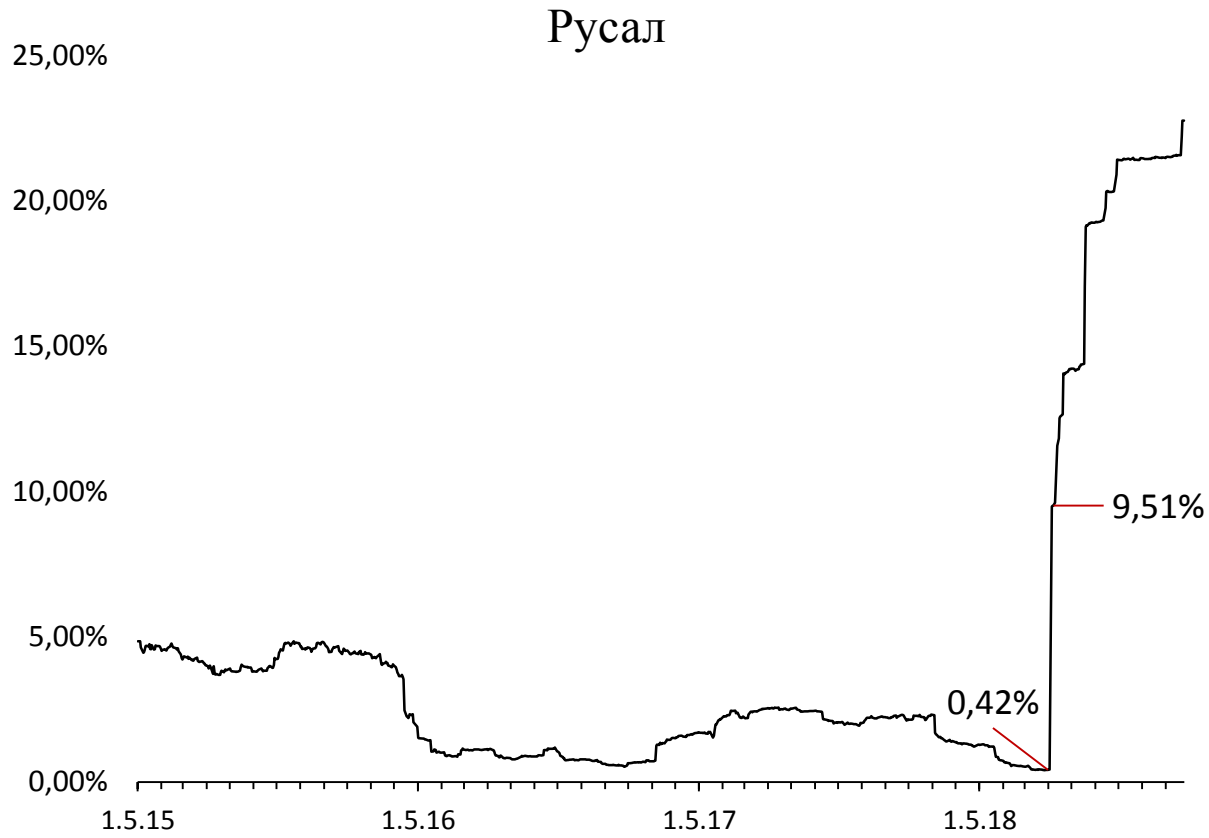
Зависимость вероятности дефолта от волатильности акций компании Башнефть до сделки



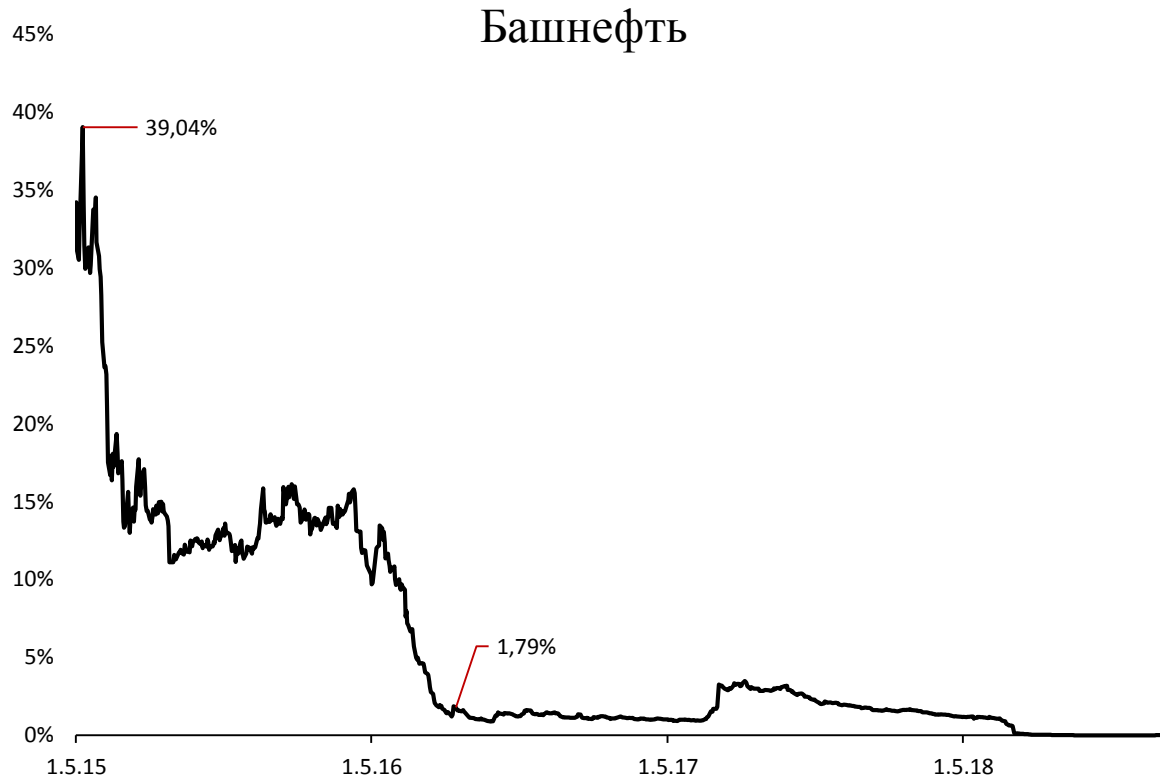
Зависимость вероятности дефолта от волатильности акций компании Башнефть после сделки



Индивидуальный график вероятности дефолта [1/2]



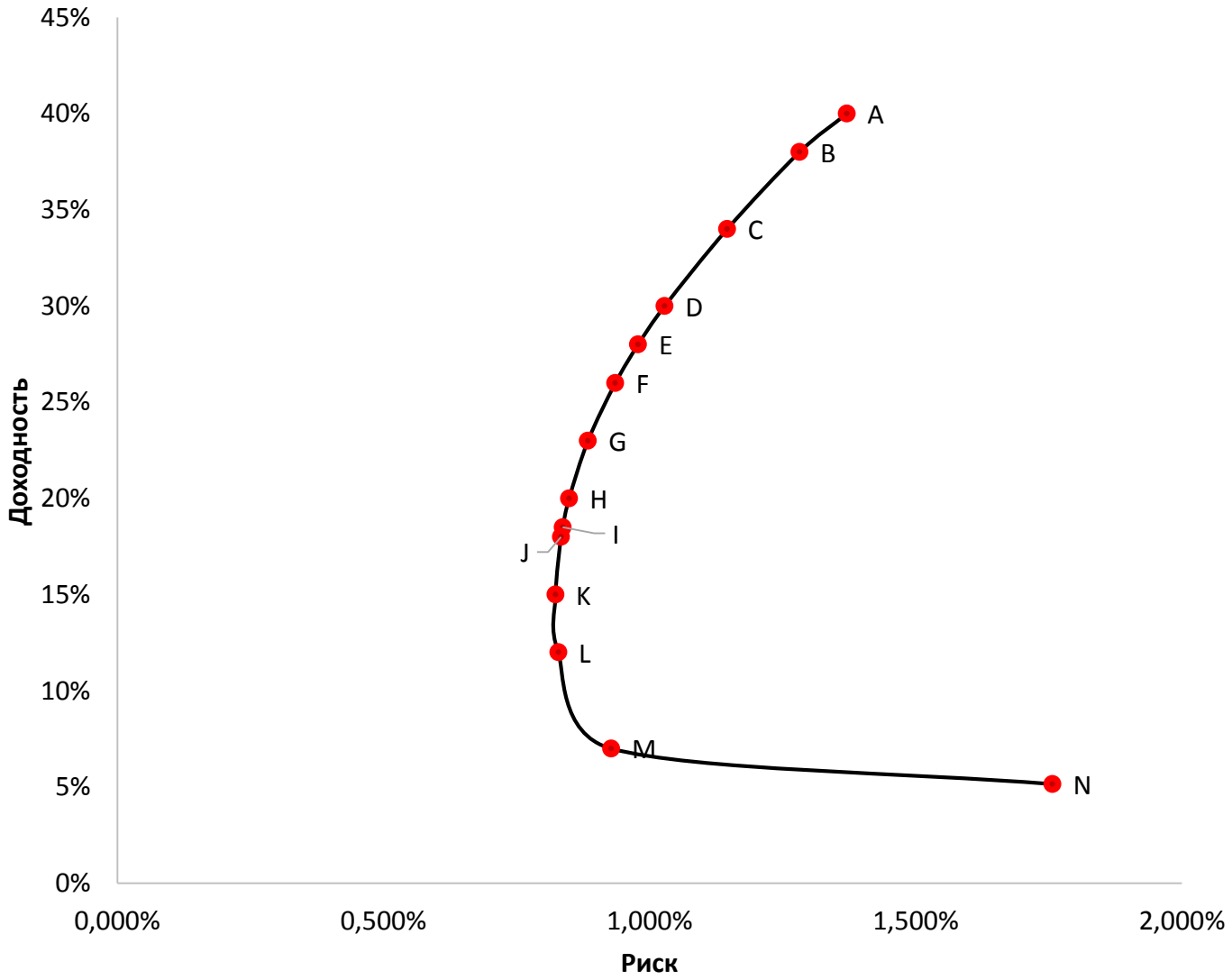
Индивидуальный график вероятности дефолта [2/2]



Результаты регрессионного исследования

Компания	Коэффициент корреляции PD с уровнем волатильности	Коэффициент корреляции PD с величиной финансового рычага	Коэффициент детерминации
АК «АЛРОСА»	0,96	0,87	0,92
ПАО «НЛМК»	0,93	0,87	0,87
ОК «РУСАЛ»	0,99	0,13	0,98
ПАО «НК «Роснефть»	0,84	0,64	0,7
ПАО «НК «Лукойл»	0,85	0,8	0,8
ПАО «АНК «Башнефть»	0,94	0,15	0,89
ПАО «НОВАТЭК»	0,8	0,52	0,64

Граница эффективных портфелей



Реализация модели в среде Excel

Сумма вложений	162 000 162,00

Количество попыток	30 001

Запустить Monte Carlo

Запустить Monte-Carlo v.2

Рапспределение смоделированных потерь	
Уровень значимости	Убыток
90%	0
95%	0
99%	0
99,90%	8 751 063,01
99,95%	8 751 063,01

Портфель				Monte Carlo				
Эмитент	PD	NAV	Wi	Порог дефолта	Ценность Активов	Потери	Фактор Z	Сценарий
Алроса	0,005%	7 064 687	0,06	-3,89	-1,95	0		0
НорНикель	0,129%	0	0,06	-3,01	-0,94	0		0
Лукойл	0,001%	20 337 462	0,06	-4,29	0,72	0		0
Роснефть	0,026%	16 754 130	0,06	-3,47	0,61	0		0
Газпром	0,003%	0	0,06	-4,00	1,01	0	0,57	0
Ростелеком	0,000%	77 652 825	0,06	-5,17	-0,99	0		0
Мегафон	0,814%	8 751 063	0,06	-2,40	0,52	0		0
НЛМК	0,028%	6 583 443	0,06	-3,45	-0,42	0		0
Новатэк	0,004%	24 856 552	0,06	-3,97	1,00	0		0

PD- вероятность дефолта; NAV – вложение в эмитента; W_i- параметр корреляции

Результаты сравнения эффективных портфелей [1/2]

Компания / Портфель	Алроса	Лукойл	Роснефть	Газпром	Ростелеком	Мегафон	НЛМК	Новатэк	VaR 99,9%,	VaR 99,95%,
L	3,51%	0,00%	15,83%	3,36%	56,20%	4,45%	10,60%	6,05%	7 212 643,53	17 164 753,18
G	3,51%	0,00%	15,82%	3,40%	56,18%	4,46%	10,59%	6,05%	7 219 845,33	17 162 620,44
B	0,00%	44,01%	0,00%	0,00%	0,13%	7,66%	0,00%	48,20%	12 403 006,06	12 403 006,06
C	0,00%	38,82%	0,00%	0,00%	12,60%	7,37%	0,00%	41,22%	11 933 605,66	11 933 605,66
D	1,96%	33,35%	0,00%	0,00%	23,74%	7,02%	0,00%	33,93%	11 377 051,97	11 377 051,97
E	3,00%	30,61%	0,00%	0,00%	29,26%	6,85%	0,00%	30,28%	11 096 866,59	11 096 866,59
F	4,56%	21,25%	5,43%	0,00%	40,72%	6,10%	0,00%	21,95%	9 880 355,31	9 880 355,31
H	4,54%	15,41%	8,82%	0,00%	45,73%	5,64%	2,38%	17,49%	9 129 900,46	9 129 900,46
I	4,36%	12,55%	10,34%	0,00%	47,93%	5,40%	4,06%	15,34%	8 751 054,26	8 751 054,26
J	4,30%	11,60%	10,82%	0,00%	48,72%	5,32%	4,61%	14,64%	8 621 327,62	8 621 327,62
K	3,97%	5,81%	13,77%	0,32%	52,96%	4,87%	7,93%	10,37%	7 887 694,70	7 887 694,70
A	0,00%	41,20%	0,00%	0,00%	0,00%	0,62%	0,00%	58,19%	997 396,65	997 396,65
M	0,00%	0,00%	0,00%	2,93%	72,14%	0,00%	24,93%	0,00%	0,00	0,00
N	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	0,00%	0,00	0,00

Высокий уровень риска

Результаты сравнения эффективных портфелей [2/2]

Портфель	Риск, %	Доходность, %	VaR, 99,9%	VaR, 99,95%
H	0,85%	20,00%	9 129 900,46	9 129 900,46
I	0,84%	18,50%	8 751 054,26	8 751 054,26
J	0,83%	18,00%	8 621 327,62	8 621 327,62
K	0,82%	15,00%	7 887 694,70	7 887 694,70

Выводы

- Проведен обзор текущего состояния рынка негосударственных пенсионных фондов
- Сформулированы основные причины актуальности рассматриваемой темы научной работы
- Обоснована необходимость разработки расчета корреляции дефолтов
- В работе предложен и реализован подход расчета кредитного риска для негосударственного пенсионного фонда. Полученная модель позволяет учитывать не только частные вероятности дефолта, но и взаимосвязь дефолтов, относящихся к одному инвестиционному классу.
- Результаты модели могут быть использованы при внедрении системы управления финансовыми рисками в негосударственных пенсионных фондах