

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**ИНСТИТУТ ОТРАСЛЕВОГО МЕНЕДЖМЕНТА
Факультет инженерного менеджмента
Кафедра теории и систем отраслевого управления**

УТВЕРЖДЕНА

кафедрой теории и систем отраслевого
управления

Протокол от «28» августа 2019 г.

№ 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.22 Линейная алгебра и аналитическая геометрия

направление подготовки

27.03.05 – Инноватика

направленность (профиль) "Технологическое предпринимательство"

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год набора - 2020

Москва, 2019 г.

Авторы–составители:

Преподаватель кафедры теории и систем отраслевого управления Н.И. Пышков,
преподаватель кафедры теории и систем отраслевого управления И.С. Пугаченко

Заведующий кафедрой теории и систем отраслевого управления, к.э.н., доцент С.С.
Серебренников

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.22 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» обеспечивает овладение следующей компетенцией с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-7	Способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в инновационной деятельности	ОПК-7.1	Способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в профессиональной деятельности

1.2. В результате освоения дисциплины Б1.Б.22 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ОПК-7.1	<p>на уровне знаний: основных понятий и инструментов матричной алгебры; основных свойств определителей и подходов к применению этих свойств для решения конкретных задач; основных понятий и инструментов аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, уравнения прямой и плоскости, элементы кривых второго порядка; основных понятий и результатов об n-мерных векторных и евклидовых пространствах</p> <p>на уровне умений: применяет методы матричного исчисления и вычисляет числовые характеристики: решает задачи, используя метод наименьших квадратов; вычисляет определители методом разложения по строкам и столбцам, с применением свойств определителей; производит действия с матрицами; решает системы линейных уравнений методом Гаусса, Крамера или матричным методом; производит линейные действия с векторами, находит разложение вектора по базису; вычисляет скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, заданных координатами в прямоугольной декартовой системе координат; применяет векторное исчисление при решении геометрических задач; составляет уравнения линий на плоскости по заданному геометрическому описанию; решает основные геометрические задачи, связанные с прямой линией</p>

	на плоскости; исследует системы линейных уравнений; применяет векторное исчисление, координатный метод при решении различных геометрических задач на уровне навыков: исследует кривые 2-го порядка по их каноническим уравнениям; приводит общее уравнение кривых 2-го порядка к их каноническому виду; определяет взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве друг относительно друга по их заданным уравнениям
--	--

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Вид учебных занятий и самостоятельная работа		Объем дисциплины, час.	
		Всего	Семестр
			1
Очная форма обучения			
Контактная работа обучающихся с преподавателем, в том числе:		48	48
лекционного типа (Л)		16	16
лабораторные работы (практикумы) (ЛР)			
практического (семинарского) типа (ПЗ)		32	32
Самостоятельная работа обучающихся (СР)		24	24
Промежуточная аттестация	форма	экзамен	экзамен
	час.	36	36
Общая трудоемкость (час. / з.е.)		108/3	108/3

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.22 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» изучается в 1 семестре очной формы обучения, общая трудоемкость дисциплины – 3 зачетные единицы, 108 часов.

Дисциплина реализуется параллельно с изучением дисциплин: Б1.Б.10 «Деловые коммуникации», Б1.Б.07 «Безопасность жизнедеятельности», Б1.Б.01 «История» и является основой для изучения дисциплины Б1.Б.23 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины

Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, час.			Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий	СР	

			Л	ЛР	ПЗ	КСР		аттестации**
Очная форма обучения								
Тема 1	Матрицы, системы линейных уравнений, определители	22	4		10		8	РЗ, О, КР
Тема 2	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	24	6		10		8	РЗ, О, КР
Тема 3	n-мерные векторные пространства	26	6		12		8	РЗ
Промежуточная аттестация		36						Экз
Всего:		108	16		32		24	36

Примечание:

* – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), решение задач (РЗ), контрольная работа (КР);

** - форма промежуточной аттестации: экзамен (Экз).

Содержание дисциплины

Тема 1. Матрицы, системы линейных уравнений, определители

Элементарные функции, графики элементарных функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теоремы о бесконечно малых. Понятие предела функции, теоремы о пределах. Число Эйлера, приложения числа Эйлера к вычислению пределов. Понятие непрерывности функции в точке и на отрезке. Теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса и теорема Коши.

Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

Понятие производной функции в точке. Геометрический смысл производной, уравнение касательной. Основные формулы и правила вычисления производной. Правило Лопиталя. Понятие дифференциала функции, линеаризация функции. Применения дифференциала к приближённым вычислениям. Исследование функции на монотонность и наличие точек экстремума. Исследование функции на выпуклость и наличие точек перегиба. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты. Общая схема исследования функции и построения графиков, примеры.

Тема 3. n-мерные векторные пространства

Понятие первообразной и неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла. Табличные интегралы. Основные правила интегрирования: замена переменной, внесение под знак дифференциала, интегрирование по частям. Приёмы интегрирования для некоторых классов функций: рациональных дробей, функций с радикалами, тригонометрических функций. Примеры функций, не интегрируемых в элементарных функциях.

Понятие определённого интеграла, свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница, приёмы вычисления определённых интегралов. Приложения определённого интеграла к вычислению площадей и объёмов. Понятие несобственного интеграла 1-го и 2-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающегося и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.22 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа:
опрос;
- при проведении занятий семинарского типа:
решение задач, контрольная работа;
- при контроле результатов самостоятельной работы студентов:
решение задач.

4.1.2. Экзамен проводится в письменной форме ответом на вопросы и решением задачи билета.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Материалы текущего контроля успеваемости по теме 1:

Типовое задание №1:

- Объяснить, как определяются операции над матрицами: сложение, умножение, умножение на число.
- Сформулировать свойства этих операций, на примерах проверить справедливость некоторых свойств.
- Доказать, что если для матриц A и B выполняется равенство $AB = BA$, то A и B квадратные матрицы одинакового порядка.

Типовое задание №2:

- Объяснить, какие матрицы называют ступенчатыми, главными ступенчатыми.
- Привести примеры ступенчатых матриц. Изложить алгоритм Гаусса приведения матрицы к ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований строк.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- Привести матрицу к главному ступенчатому виду.

Типовое задание №3:

- Объяснить, что понимается под моделью Леонтьева межотраслевого баланса и в чём суть принципа линейности материальных затрат.
- Сформулировать критерий продуктивности для матрицы прямых затрат.
- В следующей таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период в условных ден. ед.:

Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
	1 отрасль	2 отрасль		
1	100	160	240	500
2	275	40	85	400

Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт первой отрасли должен увеличиться на 25%, а второй отрасли – в 1,5 раза.

Типовые вопросы к опросу:

- Что такое определитель?
- Все элементы прямоугольной таблицы нулевые, этот объект можно назвать матрицей?
- Чем отличается определитель от ранга матрицы?
- Чем отличается алгебраическое дополнение от минора?
- Что такое операция транспонирования?

- Верно ли, что если существует произведение матриц AB , то существует и произведение матриц BA ?
- Что такое квадрат матрицы?
- Какими свойствами обладает определитель матрицы?
- В квадратной матрице поменяли местами первую и третью строчку, вторую с седьмой, пятую с шестой. Что стало с определителем?

Типовой вариант контрольной работы №1:

Задание 1.

- Объяснить, какие матрицы называются обратимыми, привести примеры обратимых и необратимых матриц.
- Изложить алгоритм Гаусса нахождения обратной матрицы. Показать, как с помощью алгоритма Гаусса определить, обратима ли матрица.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- Решить матричное уравнение:

Задание 2

- Объяснить, что понимается под системой линейных уравнений, решением системы, матричной записью системы.
- Привести примеры: совместной, несовместной, определённой и неопределённой систем линейных уравнений. На примере показать, что при элементарных преобразованиях расширенной матрицы системы получается система равносильная исходной системе.

- Определить, равносильны ли системы: $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 15x_1 + 20x_2 + 5x_3 + 15x_4 = 20 \end{cases}$

Типовой вариант контрольной работы №2:

Задание 1

Дана однородная система линейных уравнений $\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 27x_4 = 0 \end{cases}$:

- найти ранг матрицы системы;
- показать, что система имеет нетривиальное решение;
- решить систему: выписать общее решение, найти нетривиальное частное решение и сделать для него проверку;
- проверить, является ли набор значений неизвестных $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = -1$ решением

неоднородной системы $\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + 8x_4 = -5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 27x_4 = 13 \end{cases}$, полученной из исходной однородной

системы, и выписать общее решение этой неоднородной системы.

Задание 2

Дано матричное уравнение $Z \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & -3 \end{pmatrix}}_B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$:

- вычислить определитель матрицы B методом разложения по 2-ому столбцу;
- показать, что матрица B обратима и найти матрицу обратную к матрице B (B^{-1}), сделать проверку (т.е. показать, что $BB^{-1} = E$);
- решить матричное уравнение.

Материалы текущего контроля успеваемости по теме 2:

Типовое задание №1:

Задание 1

1. Объяснить, что понимается под вектором на плоскости и в пространстве.
2. Определить операции сложения векторов и умножения вектора на число. Сформулировать свойства этих операций.
3. Показать на примере, что сложение векторов ассоциативно.
4. Зная векторы, служащие сторонами треугольника: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{BC} = \vec{c}$, $\overline{CA} = \vec{b}$, найти векторы, соответственно коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.

Задание 2

1. Определить понятия линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. Показать, что любые три вектора на плоскости линейно зависимы.
2. Ввести понятие базиса и сформулировать теорему об описании базисов на плоскости и в пространстве.
3. Объяснить, что такое ортонормированный базис и координаты вектора в данном базисе.
4. Определить прямоугольную декартову систему координат на плоскости и в пространстве.
5. Определить, при каких значениях p и q система из двух векторов $\vec{a} = (-2, 3, p)$ и $\vec{b} = (q, -6, 2)$ линейно зависима.

Типовое задание №2:

1. Дать определение скалярного произведения векторов.
2. Сформулировать свойства скалярного произведения. Выписать формулу для выражения скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.
3. Объяснить, как находить длину вектора и косинус угла между векторами через скалярное произведение.
4. Найти координаты вектора \vec{x} коллинеарного вектору $\vec{a} = (2, 1, -1)$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{a}) = 3$.

Типовое задание №3:

Даны две точки плоскости: $A(1, -2)$, $B(3, 0)$. Найти:

1. уравнение прямой AB ;
2. расстояние от начала координат до прямой AB ;
3. уравнение прямой, проходящей через начало координат, параллельно прямой AB .
4. уравнение плоскости, проходящей через точку $C(0, 3, 1)$, параллельно плоскости α .

Типовые варианты контрольной работы №1:

Вариант 1

1. Объяснить, как составить уравнение прямой, если известна точка на прямой и вектор ортогональный прямой (общее уравнение прямой). Привести соответствующий пример.
2. Выписать формулу для нахождения расстояния от точки до прямой.
3. Найти расстояние от точки $A(21, 32)$ до прямой $m: 2x + 3y - 8 = 0$, а также точку, симметричную точке $A(21, 32)$ относительно этой прямой.

Вариант 2

1. Объяснить, как составить уравнение прямой в случае, если известна точка на прямой и вектор, параллельный данной прямой (каноническое уравнение прямой). Привести соответствующий пример.
2. Объяснить, как составить уравнение прямой в случае, если известна точка на прямой и угловой коэффициент прямой (уравнение прямой с угловым коэффициентом). Привести соответствующий пример.
3. Даны точки $A(-6, 5)$, $B(2, -3)$ и $C(0, -5)$. Составить уравнение средней линии треугольника ABC параллельной стороне BC .

Типовые варианты контрольной работы №2:

Вариант 1

Даны прямые в пространстве: $m: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$ и $l: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$:

1. определить, лежат ли прямые m и l в одной плоскости;
2. определить угол между прямыми m и l ;
3. составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,1)$ параллельно прямым m и l .

Вариант 2

Даны: прямая в пространстве, заданная системой $l: \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$ и точка $M(1,0,1)$:

1. составить уравнение прямой l в каноническом виде;
2. составить уравнение плоскости перпендикулярной прямой l и проходящей через точку $M(1,0,1)$;
3. найти расстояние от точки $M(1,0,1)$ до прямой l .

Типовые вопросы к опросу:

1. Коллинеарные и компланарные вектора линейно независимы?
2. Что такое орт вектора? Каким свойством обладает этот объект?
3. Что такое скалярное произведение число или вектор?
4. Что такое векторное произведение число или вектор?
5. Как определить направление вектора векторного произведения?
6. Чему численно равно смешанное произведение?
7. Как проверить вектора на компланарность?

Материалы текущего контроля успеваемости по теме 3:

Типовое задание №1:

Задание 1

1. Дать определение n – мерного векторного пространства \mathbf{R}^n
2. Объяснить, что понимается под базисом множества \mathbf{M} векторов из \mathbf{R}^n .
3. Изложить алгоритм нахождения базиса для конечного множества n – мерных векторов.
4. Найти базис системы векторов: $\bar{v}_1 = (1,1,3,-1)$ $\bar{v}_2 = (0,2,4,-4)$ $\bar{v}_3 = (1,3,7,-5)$ $\bar{v}_4 = (0,-1,-1,3)$ и выразить все векторы через базисные.

Задание 2

1. Дать определение евклидова пространства.
2. Объяснить, что такое длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве. На примере показать, как найти длину вектора и угол между векторами в пространстве \mathbf{R}^4
3. Изложить алгоритм нахождения ортонормированного базиса пространства, порождённого конечным числом векторов.
4. Найти ортонормированный базис пространства $\mathbf{L} = \langle \bar{v}_1 \bar{v}_2 \bar{v}_3 \rangle$, где $\bar{v}_1 = (1,2,2,-1)$ $\bar{v}_2 = (1,1,-5,3)$ $\bar{v}_3 = (3,2,8,-7)$.

Типовое задание №2:

1. Объяснить, как найти приближённое решение несовместной системы линейных уравнений методом наименьших квадратов.
2. Изложить геометрическую интерпретацию этого метода.
3. Показать, как найти ошибку полученного приближённого решения (квадратическое отклонение δ^2).

4. Методом наименьших квадратов найти приближённое решение несовместной системы линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$$
 и определить ошибку полученного решения.

Типовое задание №3:

1. Объяснить, как с помощью метода наименьших квадратов аппроксимировать экспериментальные данные различными кривыми.
2. Выписать формулы, позволяющие аппроксимировать экспериментальные данные функцией вида $y = ax + b$. Показать, как найти ошибку, полученной аппроксимации.
3. Определить, какая из двух функций $y = ax + b$ или $y = ax^2 + bx + c$ лучше аппроксимирует следующие экспериментальные данные:

x	0	1	2	3
y	0	1	1	1

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-7	Способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в инновационной деятельности	ОПК-7.1	Способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в профессиональной деятельности

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-7.1	оперирует дискретными случайными величинами (владеет аппаратом классической теории вероятности); описывает и исследует непрерывные стохастические процессы; использует основные понятия и инструменты корреляционного и регрессионного анализа	на уровне знаний: основных понятий и инструментов матричной алгебры; основных свойств определителей и подходов к применению этих свойств для решения конкретных задач; основных понятий и инструментов аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, уравнения прямой и плоскости, элементы кривых второго порядка; основных понятий и результатов об n -мерных векторных и евклидовых пространствах

		<p>на уровне умений: применяет методы матричного исчисления и вычисляет числовые характеристики: решает задачи, используя метод наименьших квадратов; вычисляет определители методом разложения по строкам и столбцам, с применением свойств определителей; производит действия с матрицами; решает системы линейных уравнений методом Гаусса, Крамера или матричным методом; производит линейные действия с векторами, находит разложение вектора по базису; вычисляет скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, заданных координатами в прямоугольной декартовой системе координат; применяет векторное исчисление при решении геометрических задач; составляет уравнения линий на плоскости по заданному геометрическому описанию; решает основные геометрические задачи, связанные с прямой линией на плоскости; исследует системы линейных уравнений; применяет векторное исчисление, координатный метод при решении различных геометрических задач</p> <p>на уровне навыков: исследует кривые 2-го порядка по их каноническим уравнениям; приводит общее уравнение кривых 2-го порядка к их каноническому виду; определяет взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве друг относительно друга по их заданным уравнениям</p>
--	--	---

4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типичные оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Типовые варианты билетов

Билет №1

1. Объясните, как определяются операции над матрицами: сложение, умножение, умножение на число. Сформулируйте свойства этих операций. Проверьте справедливость свойств на примерах.
2. Докажите, что если для матриц A и B выполняется равенство $AB = BA$, то A и B квадратные матрицы одинакового порядка.
3. Дайте определение собственного вектора и собственного значения матрицы. Изложите алгоритм нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы. Сформулируйте критерий подобия матрицы диагональной.
4. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ и выясните, подобна ли матрица A диагональной.

Билет №2

1. Объясните, какие системы линейных уравнений называются однородными. Покажите, как с помощью алгоритма Гаусса распознать: имеет ли однородная система линейных уравнений нетривиальное решение.
2. Сформулируйте достаточное условие существования нетривиального решения у однородной системы линейных уравнений. Покажите на примере, что это условие не является необходимым.
3. Дайте определение евклидова пространства. Объясните, что такое длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве. На примере покажите, как найти длину вектора и угол между векторами в пространстве \mathbf{R}^4 .
4. Найдите ортонормированный базис пространства $L = \langle \bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3 \rangle$, где $\bar{v}_1 = (1, 2, 2, -1)$, $\bar{v}_2 = (1, 1, -5, 3)$, $\bar{v}_3 = (3, 2, 8, -7)$.

Шкала оценивания

Оценка	Требования к знаниям
«отлично»	<p>Оценка «отлично» выставляется, если студент демонстрирует:</p> <p>знание: основных понятий и инструментов матричной алгебры; основных свойств определителей и подходов к применению этих свойств для решения конкретных задач; основных понятий и инструментов аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, уравнения прямой и плоскости, элементы кривых второго порядка; основных понятий и результатов об n-мерных векторных и евклидовых пространствах</p> <p>умение: применяет методы матричного исчисления и вычисляет числовые характеристики: решает задачи, используя метод наименьших квадратов; вычисляет определители методом разложения по строкам и столбцам, с применением свойств определителей; производит действия с матрицами; решает системы линейных уравнений методом Гаусса, Крамера или матричным методом; производит линейные действия с векторами, находит разложение вектора по базису; вычисляет скалярное, векторное и смешанное произведение</p>

	<p>векторов, заданных координатами в прямоугольной декартовой системе координат; применяет векторное исчисление при решении геометрических задач; составляет уравнения линий на плоскости по заданному геометрическому описанию; решает основные геометрические задачи, связанные с прямой линией на плоскости; исследует системы линейных уравнений; применяет векторное исчисление, координатный метод при решении различных геометрических задач</p> <p>навыки: исследует кривые 2-го порядка по их каноническим уравнениям; приводит общее уравнение кривых 2-го порядка к их каноническому виду; определяет взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве друг относительно друга по их заданным уравнениям</p>
«хорошо»	<p>Оценка «хорошо» выставляется, если студент демонстрирует:</p> <p>знание: основных понятий и инструментов матричной алгебры; основных свойств определителей и подходов к применению этих свойств для решения конкретных задач; основных понятий и инструментов аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, уравнения прямой и плоскости, элементы кривых второго порядка; основных понятий и результатов об n-мерных векторных и евклидовых пространствах</p> <p>умение: применяет методы матричного исчисления и вычисляет числовые характеристики: решает задачи, используя метод наименьших квадратов; вычисляет определители методом разложения по строкам и столбцам, с применением свойств определителей; производит действия с матрицами; решает системы линейных уравнений методом Гаусса, Крамера или матричным методом; производит линейные действия с векторами, находит разложение вектора по базису; вычисляет скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, заданных координатами в прямоугольной декартовой системе координат; применяет векторное исчисление при решении геометрических задач; составляет уравнения линий на плоскости по заданному геометрическому описанию; решает основные геометрические задачи, связанные с прямой линией на плоскости; исследует системы линейных уравнений; применяет векторное исчисление, координатный метод при решении различных геометрических задач</p>
«удовлетворительно»	<p>Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент</p>

	<p>демонстрирует:</p> <p>знание:</p> <p>основных понятий и инструментов матричной алгебры; основных свойств определителей и подходов к применению этих свойств для решения конкретных задач; основных понятий и инструментов аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: векторы, уравнения прямой и плоскости, элементы кривых второго порядка; основных понятий и результатов об n-мерных векторных и евклидовых пространствах</p> <p>навыки:</p> <p>исследует кривые 2-го порядка по их каноническим уравнениям; приводит общее уравнение кривых 2-го порядка к их каноническому виду; определяет взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве друг относительно друга по их заданным уравнениям</p>
«неудовлетворительно»	<p>Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.</p>

4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Студент должен выполнить все задания и мероприятия, предусмотренные программой дисциплины (по формам текущего контроля). В случае наличия учебной задолженности студент отрабатывает пропущенные занятия в соответствии с требованиями. Оценка студента носит комплексный характер и определяется:

- ответом на экзамене;
- учебными достижениями в семестровый период.

Экзамен проводится в письменной форме ответом на вопросы билета. Каждый билет состоит из 4 заданий: первая часть заданий каждого билета предполагает заранее подготовленный или сформулированный на основе изученных на занятиях материалов письменный ответ на вопрос, вторая часть заданий - решение студентом задач, с использованием изученных на занятиях методов и инструментов.

На выполнение заданий студенту отводится 90 минут. После проверки преподавателем ответов(решений) на каждое задание студенту могут быть заданы дополнительные уточняющие вопросы. В случае если студент при ответе допустил несущественные неточности, ему могут быть заданы дополнительные вопросы по темам курса.

Результат по сдаче экзамена объявляется студентам после ответа, вносится в аттестационную ведомость и в зачетную книжку. Оценка «неудовлетворительно» проставляется только в ведомости.

Опрос

В ходе текущей аттестации проверяется знание обучающимися основных понятий по теме, необходимых для дальнейшего освоения дисциплины. Выбранная форма контроля способствует формированию навыка краткого и систематичного устного изложения изученного материала. При оценке ответов в первую очередь учитывается уровень теоретической подготовки студента (владение категориальным аппаратом).

Шкала оценивания

Оценка	Требования к результатам
«зачтено»	Оценка «зачтено» выставляется, если студентом: <ul style="list-style-type: none"> • продемонстрировано отличное знание изученного материала и владение категориальным аппаратом; • дан правильный ответ на вопрос с использованием профессиональной лексики и терминологии.
«не зачтено»	Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если студентом содержание темы раскрыто фрагментарно и имеются существенные пробелы в знаниях категориального аппарата

Решение задач

Выбранная форма контроля способствует развитию умений правильно интерпретировать ситуацию и выбирать подходящие инструменты для решения профессиональных проблем.

Шкала оценивания

Оценка	Требования к результатам
«зачтено»	Оценка «зачтено» выставляется, если студентом: <ul style="list-style-type: none"> • правильно интерпретирована ситуация и даны развернутые ответы по вопросам к задаче; • обоснована собственная точка зрения с использованием иллюстрирующих примеров из задачи или собственного опыта
«не зачтено»	Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если студентом <ul style="list-style-type: none"> • неправильно интерпретированы и/или не даны развернутые ответы по вопросам к задаче; • не обоснована собственная точка зрения с использованием иллюстрирующих примеров из задачи или собственного опыта

Контрольная работа

Контрольная работа проводится в аудитории под контролем преподавателя. На выполнение одного варианта работы обучающемуся отводится 90 минут.

Шкала оценивания

Оценка	Требования к результатам
«зачтено»	Оценка «зачтено» выставляется, если студентом: <ul style="list-style-type: none"> • даны верные ответы не менее, чем на 50% задач • ответы подтверждаются расчетами и дается оценка полученных результатов
«не зачтено»	Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если студентом: <ul style="list-style-type: none"> • даны верные ответы менее, чем на 50% задач;

	<ul style="list-style-type: none"> полученные ответы не подтверждаются расчетами и/или не дается оценка полученных результатов
--	---

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Процесс обучения по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» включает следующие основные виды занятий:

1. лекции;
2. практические занятия;
3. самостоятельная работа.

На лекциях студенты знакомятся с наиболее известными работами ученых и существующими практическими разработками в данной области, закрепляя полученные знания на практических занятиях. С целью обеспечения успешного обучения студенту необходимо готовиться к каждой лекции, т.к. она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку знакомит с новым учебным материалом, разъясняет учебные элементы, трудные для понимания, систематизирует учебный материал, ориентирует в учебном процессе.

Подготовку к лекции рекомендуется проводить по следующему плану:

1. внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
2. узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
3. ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
4. постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;
5. запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции

Подготовку к практическому занятию рекомендуется проводить по следующему плану:

1. внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному семинарскому занятию, ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
2. выпишите основные термины;
3. ответьте на контрольные вопросы по семинарским занятиям, готовьтесь дать развернутый ответ на каждый из вопросов;
4. уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до семинарского занятия) во время текущих консультаций преподавателя;
5. готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы.

Получение углубленных знаний по изучаемой дисциплине достигается за счет дополнения часов аудиторной нагрузки самостоятельной работой студентов, которая выражается в анализе дополнительной литературы по учебной дисциплине и подготовке реферативных материалов по отдельным темам учебной программы.

Вопросы для самостоятельной подготовки к занятиям лекционного, практического (семинарского) типов

При изучении дисциплины предусматривается обеспечение гармоничной взаимосвязи между аудиторной и самостоятельной работой студентов, для чего в рамках курса предлагается набор активных и интерактивных методов занятий в развитие сюжетов, рассмотренных в рамках лекций и практических занятий.

При подготовке к занятиям студенту рекомендуется обратиться к конспекту лекции по соответствующей теме, а также изучить следующие вопросы:

№	Наименование тем и/или разделов	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
Тема 1	Матрицы, системы	1. Формула Бернулли.

	линейных уравнений, определители	2. Локальная теорема Лапласа. 3. Интегральная теорема Лапласа. 4. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. Глава 5
Тема 2	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	1. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин. 2. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины. 3. Начальные и центральные теоретические моменты. 4. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. 5. Теорема Бернулли. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. Главы 8 и 9
Тема 3	n-мерные векторные пространства	1. Определение показательного распределения. 2. Вероятность попадания в заданный интервал показательного распределенной случайной величины. 3. Числовые характеристики показательного распределения. 4. Функция надежности. 5. Показательный закон надежности. 6. Характеристическое свойство показательного закона надежности. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. Главы 12 и 13

Подготовка к промежуточной аттестации:

На первом занятии преподаватель информирует обучающихся о применяемой системе текущего контроля успеваемости и форме промежуточной аттестации.

Во время последующих аудиторных занятий – доводит до студентов информацию о результатах текущего контроля успеваемости.

К промежуточной аттестации необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период зачётно-экзаменационной сессии, как правило, показывают не удовлетворительные результаты. В самом начале изучения учебной дисциплины познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

1. программой дисциплины;
2. перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
3. тематическими планами лекций, семинарских занятий;
4. контрольными мероприятиями;
5. учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

6. типовым вариантом задания к промежуточной аттестации.

После этого у вас должно сформироваться четкое представление об объеме и характере получаемых знаний и умений по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для прохождения промежуточной аттестации.

6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449646>

2. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 434 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01009-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449816>

6.2. Дополнительная литература

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456395>

2. Сидняев, Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. И. Сидняев. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03544-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449708>

3. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач: учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452290>

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449646>

2. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 434 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01009-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449816>

6.4. Нормативные правовые документы

Не используются.

6.5. Интернет-ресурсы

1. <http://nlr.ru/> - Российская национальная библиотека

2. <https://integrum.ru/> - Национальная электронная библиотека
3. <https://www.rsl.ru/> - Российская государственная библиотека
4. <https://www.rbc.ru/> - Информационное агентство «РосБизнесКонсалтинг»
5. <http://www.consultant.ru/> - Консультант плюс
6. <http://www.garant.ru/> - Гарант
7. <https://www.economist.com/> - журнал The Economist
8. <https://www.ft.com/> - газета The Financial Times
9. <https://www.forbes.com/manufacturing/> - Новости бизнеса (производство)
10. <https://www.forbes.com/innovation/> - Новости бизнеса (инновации)
11. <https://asi.ru/> - Агентство стратегических инициатив
12. <https://www.rvc.ru/> - государственный фонд фондов Институт развития Российской Федерации
13. <https://www.kommersant.ru/> - газета Коммерсантъ
14. <https://www.vedomosti.ru/> - газета Ведомости
15. <https://secretmag.ru/> - журнал Секрет фирмы
16. www.google.com / - Поисковая система
17. www.rambler.ru / - Поисковая система
18. www.yandex.ru / - Поисковая система

6.6. Иные источники

Не используются.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие примерным программам дисциплин, рабочим учебным программам дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду Академии.

Академия обеспечена необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения: MS Windows, MS Office.

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ), в том числе в случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.