

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

Институт государственной службы и управления  
Кафедра теории и практики государственного контроля

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры теории и практики  
государственного контроля

Протокол от «6» сентября 2016 г. № 1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.Б.12 Методы оптимизации

---

*(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)*

38.03.01 Экономика

---

*(код, наименование направления подготовки)*

Финансовый контроль и государственный аудит

---

*(направленность (профиль))*

бакалавр

---

*(квалификация)*

очная

---

*(форма обучения)*

Год набора - 2017

Москва, 2016 г.

**Авторы–составители:**

кандидат технических наук, доцент Серов В.А.

кандидат физико-математических наук, доцент Матюхина О.В.

Заведующий кафедрой теории и практики государственного контроля, доктор  
экономических наук Горегляд В.П.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	20
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	23
6.1. Основная литература.....	23
6.2. Дополнительная литература.....	23
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	23
6.4. Нормативные правовые документы.....	23
6.5. Интернет-ресурсы.....	24
6.6. Иные источники.....	24
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	25

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.12 Методы оптимизации обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-2	способность разработать проект на основе оценки ресурсов и ограничений	УК ОС-2.1	способность к самоопределению по типу участия в различных типах проектов

1.2. В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Проведение внутренней аудиторской проверки и (или) выполнение консультационного проекта в составе группы.  Выполнение аудиторского задания и оказание прочих услуг, связанных с аудиторской деятельностью.	УК ОС-2.1	на уровне знаний: определение типа проекта на основании классификации задач оптимизации; принципы отбора информации для экономических задач с применением методов оптимальных решений; математические методы оптимизации, применяемые для решения экономических задач
		на уровне умений: распределение методов решения по задачам и подзадачам в рамках цели проекта; оценка качества информации и полученных результатов при решении экономических задач с применением алгоритмов оптимизации; применение алгоритмов оптимизации для переработки данных при решении экономических задач
		на уровне навыков: применять алгоритмы оптимизации для сравнения и оценки различных экономических решений; получение и переработка информации для решения поставленных экономических задач, в том числе с использованием информационных технологий

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Общая трудоемкость Б1.Б.12 «Методы оптимизации» составляет 2 зачетные единицы. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 36 часов: лекционные занятия – 18, практические занятия – 18 часов. Самостоятельная работа составляет 36 часов.

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.12 «Методы оптимизации» изучается в 4 семестре.

Дисциплина реализуется после изучения: Б1.В.ОД.3 «Линейная алгебра» (1 семестр); Б1.Б.9 «Математический анализ» (1,2,3 семестры); Б1.Б.10 «Теория вероятностей» (2 семестр).

В свою очередь, дисциплина «Методы оптимизации» является опорой для изучения следующих дисциплин: Б1.Б.13 «Теория игр» (5 семестр); Б1.В.ДВ.3.1 «Количественные

методы в экономике» (6 семестр); Б1.В.ДВ.4 «Исследование операций» (7 семестр); Б1.В.ДВ.5.2 «Моделирование экономических процессов» (8 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачет (4 семестр).

### 3. Содержание и структура дисциплины Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости *, промежуточной аттестации**	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР		
			Л	ЛР	ПЗ	КСР			
Тема 1	Предмет и задачи методов оптимальных решений	6	2				4	О, Т	
Тема 2	Линейное программирование	34	8			10		17	О, Т, З, КР
Тема 3	Нелинейное программирование	32	8			8		15	О, Т, З, КР
Промежуточная аттестация									За
Всего:		72	18			18		36	

Примечание:

\* - формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР), задачи (З)

\*\* - формы промежуточной аттестации: зачет (За).

#### Содержание дисциплины

##### Тема 1. Предмет и задачи методов оптимальных решений.

Основные понятия. Структура задачи оптимизации. Общая постановка задачи оптимизации. Основные классификационные признаки, классификация задач оптимизации.

Круг задач, решаемых при помощи методов линейного и нелинейного программирования. Примеры некоторых типовых задач, решаемых при помощи методов линейного программирования.

##### Тема 2. Линейное программирование.

Общая, стандартная, каноническая формы задачи линейного программирования. Эквивалентность форм задачи линейного программирования и способы их преобразования. Матричная и векторная формы записи задачи линейного программирования. Экономические интерпретации задачи линейного программирования

Геометрический метод решения задачи линейного программирования. Выпуклые множества, крайние точки, допустимые базисные решения.

Симплекс-метод. Симплексные таблицы. Определение начального допустимого базисного решения. Метод искусственного базиса (М-метод).

Двойственная задача линейного программирования. Двойственный симплекс-метод. Теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственной задачи линейного программирования.

Целочисленное линейное программирование. Постановка задачи. Примеры задач целочисленного программирования. Методы решения задач целочисленного

программирования – первый и второй методы Гомори (методы отсечения), ветвей и границ.

### **Тема 3. Нелинейное программирование.**

Общая постановка задачи нелинейного программирования. Геометрическая и экономическая интерпретации задачи нелинейного программирования.

Метод множителей Лагранжа. Экономический смысл множителей Лагранжа.

Метод покоординатного спуска Пауэлла. Метод Франка-Вулфа. Градиентные методы решения задачи нелинейного программирования. Методы штрафных и барьерных функций.

## **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

### **4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации**

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.12 «Методы оптимизации» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

<b>Тема (раздел)</b>		<b>Формы (методы) текущего контроля успеваемости</b>
Тема 1	Предмет и задачи методов оптимальных решений	Опрос, тест
Тема 2	Линейное программирование	Опрос, контрольная работа, задачи, тест
Тема 3	Нелинейное программирование	Опрос, контрольная работа, задачи, тест

4.1.2. Промежуточная аттестация проводится в устной форме (зачет).

### **4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.**

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- решение практических задач,
- выполнение контрольных работ;
- тестирование.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, решение практических задач на семинарских занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, по результатам выполнения домашних контрольных работ.

### **Вопросы для подготовки к опросам, тестированию, на семинарских занятиях по темам:**

#### **Тема 1. Предмет и задачи методов оптимальных решений.**

**Семинар не предусмотрен.**

1. Структура задачи оптимизации.
2. Постановка задачи оптимизации.
3. Установление границ подлежащей оптимизации системы.
4. Классификация задач оптимизации.
5. Методы одномерной минимизации.
6. История появления Методов оптимизации.

7. Что такое инструментальные переменные и параметры математической модели? В чем состоит их отличие?
8. Что такое допустимое множество?
9. Что такое критерий оптимизации и целевая функция?
10. Как методы оптимизации используются при принятии экономических решений?

### **Тесты (образцы)**

1. Модель – это
  - a) аналог (образ) оригинала, но построенный средствами и методами отличными от оригинала;
  - b) подобие оригинала;
  - c) копия оригинала.
2. Экономико-математическая модель – это
  - a) математическое представление экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.);
  - b) качественный анализ и интуитивное представление объектов, задач, явлений, процессов экономической системы и ее параметров;
  - c) эвристическое описание экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.).
3. Метод – это
  - a) подходы, пути и способы постановки и решения той или иной задачи в различных областях человеческой деятельности ;
  - b) описание особенностей задачи (проблемы) и условий ее решения;
  - c) требования к условиям решения той или иной задачи.
4. Выберите неверное утверждение
  - a) ЭММ позволяют сделать вывод о поведении объекта в будущем;
  - b) ЭММ позволяют управлять объектом;
  - c) ЭММ позволяют выявить оптимальный способ действия;
  - d) ЭММ позволяют выявить и формально описать связи между переменными, которые характеризуют исследования.
5. Какой порядок записи математической модели задачи линейного программирования является правильным?
  - a) Формулирование критерия оптимальности – ввод переменных – формулирование ограничений.
  - b) Ввод переменных – формулирование критерия оптимальности – формулирование ограничений.
  - c) Формулирование ограничений – ввод переменных – формулирование критерия оптимальности.
  - d) Ввод переменных.

## **Тема 2. Линейное программирование**

### **Семинар № 1. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.**

Общая, стандартная, каноническая формы задачи линейного программирования. Эквивалентность форм задачи линейного программирования и способы их преобразования. Матричная и векторная формы записи задачи линейного программирования. Экономические интерпретации задачи линейного программирования

Геометрический метод решения задачи линейного программирования. Выпуклые множества, крайние точки, допустимые базисные решения.

**Задача 1.** Колхоз имеет возможность приобрести не более 19 трехтонных автомашин и не более 17 пятитонных. Отпускная цена трехтонного грузовика - 4000 руб.,

пятитонного - 5000 руб. Колхоз может выделить для приобретения автомашин 141 тысяч рублей. Сколько нужно приобрести автомашин, чтобы их суммарная грузоподъемность была максимальной?

Задачу решить графическими и аналитическими методами.

**Задача 2.** Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$$x - 2y \rightarrow \min, \max$$

$$\begin{cases} 5x + 3y \geq 30, \\ x - y \leq 3, \\ -3x + 5y \leq 15, \\ x \geq 0, \quad y \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 11x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

**Задача 4.** Среди чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих условиям

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ x + y \leq 1, \\ x - 4y \geq -2, \end{cases}$$

найти такие, при которых разность этих чисел  $y - x$  принимает наибольшее значение.

**Задача 5.** Решить графическим методом ЗЛП, заданную указанной математической моделью.

$$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

## Семинар № 2. Симплекс-метод.

Симплекс-метод. Симплексные таблицы. Определение начального допустимого базисного решения. Метод искусственного базиса (М-метод).

**Задача 1.** Компания производит полки для ванных комнат двух размеров - А и В. Агенты по продаже считают, что в неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа А требуется 2 м<sup>2</sup> материала, а для полки типа В - 3 м<sup>2</sup> материала. Компания может получить до 1200 м<sup>2</sup> материала в неделю.

Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин машинного времени, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин; машину можно использовать 160 час в неделю. Если прибыль от продажи полок типа А составляет 3 денежных единицы, а от полок типа В - 4 ден. ед., то сколько полок каждого типа следует выпускать в неделю?

**Задача 2.** Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$f = 2X_1 + X_2 - 2X_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8, \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

### Семинар № 3. Двойственная задача линейного программирования.

Двойственный симплекс-метод. Теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственной задачи линейного программирования.

**Задача 1.** Записать математическую модель двойственной ЗЛП по заданной прямой:

$$F = 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 \geq 1 \\ x_2 \geq 0; x_4 \geq 0 \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить задачу, двойственную исходной задаче. Прямую задачу решить симплекс-методом и по решению найти решение двойственной задачи:

$$F(x) = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 45, \\ 7x_1 + 10x_2 \geq 35, \\ 3x_1 + 5x_2 = 30, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Семинар № 4. Двойственная задача линейного программирования

**Задача 1.** Решить задачу линейного программирования; решить ее графически и симплекс-методом, составить задачу, двойственную данной, и также найти ее решение, используя теоремы двойственности и результаты решения прямой задачи:

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Семинар № 5. Целочисленное линейное программирование.

Постановка задачи. Примеры задач целочисленного программирования. Методы решения задач целочисленного программирования – первый и второй методы Гомори (методы отсечения), ветвей и границ.

**Задача 1.** Найдите графическим методом и методом Гомори оптимальное целочисленное решение задачи линейного программирования, если она задана следующей математической моделью

$$L(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_{1,2} \in Z^+. \end{cases}$$

**Задача 2.** Решите задачу методом Гомори

$$\max Z = x_1 + 2x_2,$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \leq 21, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{ целые}. \end{cases}$$

**Задача 3.** Найти оптимальное решение задачи целочисленного линейного программирования

$$Z = 11x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 11, \\ 2x_1 + x_3 \leq 5, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3$  – целые числа.

### Тесты (образец)

- Задача, включающая целевую функцию  $f$  и функции  $\Phi$ , входящие в ограничения, является задачей линейного программирования, если
  - все  $\Phi$  и  $f$  являются линейными функциями относительно своих аргументов;
  - все  $\Phi$  являются линейными функциями относительно своих аргументов, а функция  $f$  – нелинейна;
  - функция  $f$  является линейной относительно своих аргументов, а функции  $\Phi$  – нелинейны;
  - только часть функций  $\Phi$  и функция  $f$  являются линейными относительно своих аргументов.
- Множество всех допустимых решений системы задачи линейного программирования является
  - выпуклым;
  - вогнутым;
  - одновременно выпуклым и вогнутым.
- Если задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то целевая функция достигает нужного экстремального значения в одной из
  - вершин многоугольника (многогранника) допустимых решений;
  - внутренних точек многоугольника (многогранника) допустимых решений;
  - точек многоугольника (многогранника) допустимых решений.
- Задача линейного программирования не имеет конечного оптимума, если
  - в точке  $A$  области допустимых значений достигается максимум целевой функции  $F$ ;
  - в точке  $A$  области допустимых значений достигается минимум целевой функции  $F$ ;
  - система ограничений задачи несовместна;
  - целевая функция не ограничена сверху на множестве допустимых решений.

5. Тривиальными ограничениями задачи линейного программирования называются условия:
- ограниченности и монотонности целевой функции;
  - не отрицательности всех переменных;
  - не пустоты допустимого множества.
6. Если в задаче линейного программирования допустимое множество не пусто и целевая функция ограничена, то:
- допустимое множество не ограничено;
  - оптимальное решение не существует;
  - существует хотя бы одно оптимальное решение.
7. Симплекс-метод предназначен для решения задачи линейного программирования:
- в стандартном виде;
  - в каноническом виде;
  - в тривиальном виде.
8. Незвестные в допустимом виде системы ограничений задачи линейного программирования, которые выражены через остальные неизвестные, называются:
- свободными;
  - базисными;
  - небазисными.
9. Правильным отсечением в задаче целочисленного программирования называется дополнительное ограничение, обладающее свойством:
- оно должно быть линейным;
  - оно должно отсекал хотя бы одно целочисленное решение;
  - оно не должно отсекал найденный оптимальный нецелочисленный план.
10. Метод скорейшего спуска является:
- методом множителей Лагранжа;
  - градиентным методом;
  - методом кусочно-линейной аппроксимации.

### Тема 3. Нелинейное программирование.

#### Семинар № 1. Общая постановка задачи нелинейного программирования.

##### Задача 1.

Фирма реализует автомобили двумя способами: через розничную торговлю и оптом. При реализации  $x_1$  автомобилей в розницу расходы на реализацию составляют  $x_1^2 + 20x_1$  условных единиц, а при продаже  $x_2$  автомобилей оптом  $-x_2^2 - 20x_2$  таких же единиц. Найти оптимальный способ реализации 100 автомобилей, минимизирующий суммарные расходы.

Математическая модель задачи заключается в следующем:

Найти неотрицательное решение уравнения

$$(1) \quad x_1 + x_2 = 100 \quad (x_1 \geq 0, x_2 \geq 0)$$

при котором функция

$$(2) \quad f = x_1^2 + 20x_1 + x_2^2 - 20x_2 \text{ принимает минимальное значение.}$$

Найти ее решение, используя геометрическую интерпретацию.

##### Задача 2.

Для пошива пальто и курток швейная фабрика использует ткань двух типов. На изготовление одного пальто расходуется  $2 \text{ м}^2$  ткани первого типа и  $1,5 \text{ м}^2$  ткани второго типа. Для пошива куртки аналогичные данные составляют  $1,5 \text{ м}^2$  ткани первого типа и  $1 \text{ м}^2$  ткани второго типа. В распоряжении фабрики ежедневно имеется  $300 \text{ м}^2$  ткани

первого типа и  $180 \text{ м}^2$  ткани второго типа. Ежедневный спрос на куртки не превышает 60 штук. Какое количество пальто и курток надо сшить, чтобы в рамках этих ресурсов прибыль фабрики, определяемая функцией  $f = x_2 + 80x_1 - x_1^2$ , была максимальной?

### Задача 3.

Найти неотрицательное решение системы неравенств

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_1 \leq 7, \\ x_2 \leq 6, \end{cases}, \text{ при котором функция } f = x_1^2 + x_2^2 \text{ имеет наибольшее значение.}$$

## Семинар № 2. Метод множителей Лагранжа. Метод параболической интерполяции.

### Задача 1.

По плану производства продукции предприятию необходимо изготовить 180 изделий. Эти изделия могут быть изготовлены двумя технологическими способами. При производстве  $x_1$  изделия I способом затраты равны  $4x_1 + x_1^2$  руб., а при изготовлении  $x_2$  изделий II способом они составляют  $8x_2 + x_2^2$  руб. Определить, сколько изделий каждым из способов следует изготовить, так чтобы общие затраты на производство продукции были минимальными. Решить методом Лагранжа.

### Задача 2.

Найти экстремум функции

$$Z = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$$

$$\text{при } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10,$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 15$$

Решить методом множителей Лагранжа.

### Задача 3.

Методом параболической интерполяции найти экстремум

$$F(x) = (x-2)^2 + (y-3)^2, \text{ } X_0 = (1,1), \text{ точность равна } 0,01.$$

## Семинар № 3. Метод покоординатного спуска Пауэлла.

### Задача 1.

Геометрически решить следующую задачу ВП: найти минимум функции  $Z = 2 + (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$  при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \\ x_1 \leq 2x_2, \\ x_2 \leq 2x_1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Задача 2.

Методом Пауэлла найти точку минимума функции  $4(x_1-5)^2+(x_2-6)^2$ , если задана начальная точка  $x^{(0)} = (8, 9)^T$ .

#### Семинар № 4. Метод Франка-Вулфа.

##### Задача 1.

Методом Франка-Вульфа найти максимальное значение функции

$$f(x) = 2x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$$

при условиях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

##### Тесты (образец)

1. Метод скорейшего спуска является:
  - a) методом множителей Лагранжа;
  - b) градиентным методом;
  - c) методом кусочно-линейной аппроксимации.
2. Множители Лагранжа в экономическом смысле характеризуют:
  - a) доход, соответствующий плану;
  - b) издержки ресурсов;
  - c) цену (оценку) ресурсов.
3. Какой метод применяют для отыскания экстремальных значений внутри указанной области?
  - a) Методы исследования функций.
  - b) Метод множителей Лагранжа.
  - c) Методы вариационного исчисления.
  - d) Динамическое программирование.
  - e) Принцип максимума.
4. В нелинейном программировании выделяют два основных типа задач
  - a) задачи выпуклого и задачи невыпуклого программирования;
  - b) условной и безусловной оптимизации;
  - c) однопараметрические и многопараметрические;
  - d) детерминированные и недетерминированные.
5. В постановках задач нелинейного программирования предполагается, что переменные оптимизации
  - a) непрерывны;
  - b) могут принимать только положительные значения;
  - c) могут принимать только целочисленные значения;
  - d) разрывны.
6. Метод множителей Лагранжа, сводит задачу условной оптимизации, где ограничения заданы равенствами к задаче
  - a) условной минимизации целевой функции;
  - b) безусловной минимизации функции Лагранжа;
  - c) безусловной минимизации целевой функции;
  - d) условной минимизации функции Лагранжа.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольное домашнее задание выполняется студентами по индивидуальным вариантам, которые они получают у преподавателя, и предоставляется к определенному

сроку. По данной дисциплине предусмотрено выполнение одной контрольной работы, состоящей из 3 задач (2 задачи по теме 2, 1 задача по теме 3).

Преподаватель на первом практическом занятии распределяет варианты между студентами. По данной дисциплине регламентированы сроки сдачи контрольной домашней работы и ее защиты:

- срок сдачи работы – 15 неделя семестра;
- срок защиты работы – 16 неделя семестра.

Допускается предварительная защита работы по частям.

### **Контрольные работы по теме «Линейное программирование»**

**Задача 1. Геометрический метод решения, двойственная задача линейного программирования.**

Решить задачу линейного программирования геометрическим методом. Построить двойственную задачу и найти ее решение.

$$F(X) = C^T X \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$AX \leq B; X \geq 0.$$

$$\dim X = [2 \times 1]; \dim C = [2 \times 1]; \dim B = [2 \times 1]; \dim A = [3 \times 2].$$

Значения параметров для различных вариантов приведены в таблице.

№ вар.	$a_{11}$	$a_{12}$	$b_1$	$a_{21}$	$a_{22}$	$b_2$	$a_{31}$	$a_{32}$	$b_3$	$c_1$	$c_2$
1	1	1	1	4	8	32	1	1	4	2	1
2	2	1	20	1	1	12	1	3	30	40	50
3	1	3	30	4	3	48	3	3	60	70	60
4	5	3	15	5	4	20	0	1	5	2	3
5	2	1	100	2	5	180	1	2	100	100	160
6	3	2	10	1	4	11	3	3	13	4	5
7	3	2	51	1	4	48	3	3	67	40	50
8	3	1	21	2	3	30	0	2	16	3	2
9	12	4	300	4	4	120	3	12	252	30	40
10	10	8	168	5	10	180	6	12	144	14	18
11	2	6	24	5	4	31	2	3	18	12	16
12	2	3	180	4	1	240	6	7	426	16	12
13	1	1	5	2	1	9	1	2	7	2	3
14	4	1	16	1	1	11	2	1	12	2	13

15	2	8	26	1	1	4	12	3	39	2	3
16	1	2	4	1	1	3	2	1	8	3	4
17	2	1	100	2	5	180	1	2	100	100	160
18	2	2	20	3	1	37	0	1	30	11	6
19	3	0	20	1	2	37	1	4	30	9	6
20	3	2	10	1	4	11	3	3	13	4	5
21	4	1	16	2	2	22	6	3	36	2	13
22	2	8	26	1	1	4	12	3	39	2	3
23	1	2	6	2	1	8	0	1	2	3	2
24	1	10	20	1	1	3	5	1	10	1	1
25	2	3	7	2	1	5	2	4	9	4	6
26	3	1	3	3	2	12	0	1	4	2	2
27	1	1	4	4	1	8	1	0	4	3	2
28	6	1	13	3	1	7	2	2	10	9	3
29	3	1	6	1	1	5	1	0	1	1	2
30	1	2	8	4	3	24	0	1	3	4	5

### Задача 2. Симплекс-метод

Предприятие выпускает продукцию четырех видов: П1, П2, П3, П4. В распоряжении предприятия имеются ресурсы трех видов: рабочая сила, сырье, оборудование. Технологическая матрица, доходы от реализации каждого вида продукции, запасы ресурсов представлены в таблице. Требуется определить такой план производства, при котором общая прибыль от реализации продукции будет максимальной.

- Построить оптимизационную модель планирования производства.
- Решить задачу линейного программирования с помощью симплекс-метода.

#### Вариант 1

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы ресурсов
	П1	П2	П3	П4	
Труд (чел.*дн.)	7	2	2	6	102
Сырье (кг)	5	7	4	3	275
Оборудование (станкочас)	2	4	1	8	130
Прибыль (тыс.руб)	80	35	25	15	

#### Вариант 2

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы
---------	---	--	--	--	--------

	П1	П2	П3	П4	ресурсов
Труд (чел.*дн.)	2	7	6	2	104
Сырье (кг)	4	5	3	7	280
Оборудование (станкочас)	1	2	8	4	132
Прибыль (тыс.руб)	25	80	15	35	

### Вариант 3

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы ресурсов
	П1	П2	П3	П4	
Труд (чел.*дн.)	2	6	7	2	106
Сырье (кг)	7	3	5	4	282
Оборудование (станкочас)	4	8	2	1	134
Прибыль (тыс.руб)	35	15	80	25	

### Вариант 4

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы ресурсов
	П1	П2	П3	П4	
Труд (чел.*дн.)	6	2	2	7	108
Сырье (кг)	3	7	4	5	284
Оборудование (станкочас)	8	4	1	2	136
Прибыль (тыс.руб)	15	35	25	80	

### Вариант 5

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы ресурсов
	П1	П2	П3	П4	
Труд (чел.*дн.)	2	2	7	6	1110
Сырье (кг)	7	4	5	3	286
Оборудование (станкочас)	4	1	2	8	231
Прибыль (тыс.руб)	35	25	80	15	

### Вариант 6

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на единицу продукции				Запасы ресурсов
	П1	П2	П3	П4	
Труд (чел.*дн.)	6	7	2	2	112
Сырье (кг)	3	5	7	4	288
Оборудование (станкочас)	8	2	4	1	140
Прибыль (тыс.руб)	15	80	35	25	

### Контрольные работы по теме «Нелинейное программирование»

Решить задачу методом Франка-Вулфа.

$$A. \quad F(X) = x_1 + 4x_2 + x_1x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0.$$

В качестве исходного допустимого решения использовать точку  $X^{(0)}$ , а в качестве критерия оценки качества получаемого решения - неравенство

$$|F(X^{(k+1)}) - F(X^{(k)})| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon = 0.01$ .

Вариант	1	2	3
$X^{(0)}$	(1, 2)	(2, 1)	(3, 3)

$$Б. F(X) = 6x_2 + 6x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_3 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

В качестве исходного допустимого решения использовать точку  $X^{(0)}$ , а в качестве критерия оценки качества получаемого решения - неравенство

$$|F(X^{(k+1)}) - F(X^{(k)})| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon = 0.01$ .

Вариант	4	5	6
$X^{(0)}$	(0, 0, 0)	(1, 1, 1)	(2, 1, 1)

### 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

**4.3.1. Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования**

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-2	способность разработать проект на основе оценки ресурсов и ограничений	УК ОС-2.1	способность к самоопределению по типу участия в различных типах проектов.

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
УК ОС-2.1. способность к самоопределению по типу участия в различных типах проектов.	Определяет тип(ы) проекта(ов) для участия в них с учетом личностных, социальных и профессиональных интересов (социальные, направленные на развитие волонтерского движения; профессионально-ориентированные, направленные на самоопределение студентов и др.)	Осуществлен выбор типа проекта и степени (уровня) участия в проекте Выражена готовность к сотрудничеству в различных группах (межпредметных) и определена ролевая позиция в группе по осуществлению проектов Оптимально распределены обязанности по задачам и подзадачам в рамках цели

		проекта
--	--	---------

### Вопросы к зачету

1. Классификация задач оптимизации.
2. Инструментальные переменные и параметры математической модели.
3. Допустимое множество.
4. Критерий оптимизации и целевая функция.
5. Линии уровня целевой функции.
6. Примеры использования математических моделей для описания поведения экономических агентов.
7. Методы оптимизации при принятии экономических решений
8. Глобальный максимум критерия и оптимальное решение.
9. Достаточное условие существования глобального максимума (теорема Вейерштрасса).
10. Локальный максимум.
11. Общая задача нелинейного программирования.
12. Необходимое условие локального максимума в общей задаче нелинейного программирования.
13. Функция Лагранжа. Седловая точка функции Лагранжа.
14. Достаточное условие оптимальности с помощью функции Лагранжа.
15. Условие дополняющей нежесткости и дайте его экономическую интерпретацию.
16. Выпуклое множество.
17. Свойства выпуклых множеств.
18. Опорная гиперплоскость. Разделяющая гиперплоскость.
19. Теорема об отделимости выпуклых множеств.
20. Выпуклая и вогнутая функция.
21. Свойства выпуклых функций.
22. Выпуклая задача нелинейного программирования.
23. Теорема о глобальном максимуме в выпуклом случае.
24. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
25. Задача линейного программирования.
26. Примеры задач линейного программирования.
27. Нормальная (стандартная) и каноническая формы задачи линейного программирования?
28. Допустимое множество задачи линейного программирования и его свойства.
29. Оптимальное решение в задаче линейного программирования и его свойства.
30. Двойственная задача линейного программирования.
31. Теоремы двойственности в задаче линейного программирования.
32. Анализ чувствительности в задаче линейного программирования.
33. Графический метод для решения конкретной задачи линейного программирования.
34. Методы решения задач линейного программирования, основанные на направленном переборе вершин (симплекс-метод и др.).
35. Возможности среды MS Excel для решения задач линейного программирования.
36. Градиентные методы решения задачи безусловной оптимизации.
37. Метод параболической интерполяции.
38. Симплекс-метод задач линейного программирования.

39. Методы решения задач линейного программирования, основанных на применении штрафных функций.
40. Метод Франка-Вулфа.

В состав зачетных билетов включаются задания текущего контроля.

### Шкала оценивания

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 30% из 100% (или 30 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

Баллы	Критерий оценки
26-30	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
16-25	Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений.
6-15	Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания.
0-5	Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «не зачтено», если обучающийся набрал менее 50 баллов,
- оценка «зачтено» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 100 баллов.

100 баллов выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся в дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

#### 4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Занятия по дисциплине представлены следующими видами работ: лекциями, практическими занятиями, самостоятельной работой обучающихся.

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Методические указания для обучающихся по подготовке к лекционным занятиям. Занятия лекционного вида дают систематизированные знания о наиболее сложных и актуальных проблемах изучаемой дисциплины.

Осуществляя учебные действия на лекционных занятиях, обучающиеся должны внимательно воспринимать материал, подготовленный преподавателем, мыслить, добиваться понимания изучаемого предмета. Обучающиеся должны аккуратно вести конспект. В случае недопонимания какой-либо части предмета следует в установленном порядке задать вопрос преподавателю. В процессе работы на лекции необходимо так же выполнять в конспектах модели изучаемого предмета (рисунки, схемы, чертежи и т.д.), которые использует преподаватель.

Самостоятельная подготовка обучающихся при подготовке к занятиям лекционного вида включает в себя:

- доработку конспекта лекции, которую желательно осуществлять в тот же день, пока материал еще легко воспроизводим в памяти (через 10 часов после лекции в памяти остается не более 30-40% материала). Необходимо прочитать записи, расшифровать сокращения, доработать схемы, рисунки, таблицы;
- повторение изученного на предыдущем занятии материала.

Методические указания по подготовке к опросу и тестированию. Подготовка обучающихся к опросу предполагает изучение основной/ дополнительной литературы в соответствии тематикой дисциплины.

Подготовка к тестированию требует от обучающихся тщательного изучения материала по теме или блоку тем, где акцент делается на изучение причинно-следственных связей, раскрытию природы явлений и событий, проблемных вопросов. Для подготовки необходима рабочая программа дисциплины с примерами тестов, учебно-методическим и информационным обеспечением.

Методические указания для обучающихся по выполнению контрольного задания. Контрольные работы являются одной из основных форм текущего контроля преподавателем работы обучающегося и представляет собой решение конкретной задачи. Задача должна быть решена с подробным объяснением.

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся. Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает затрату обучающимися, как правило, большего числа часов для самостоятельной работы.

Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Основным элементом этой работы является изучение основных разделов дисциплины, содержащейся в программе по этой дисциплине, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (а в ряде случаев и дополнительно преподавателем) литературы – учебников и учебных пособий, монографий и статей по отдельным проблемам данной науки.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, грамотно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты общественной жизни, осуществлять прогноз относительно возможного направления анализа экономических процессов, формулировать и обосновывать свое мнение.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать существующие терминологические справочники и толковые словари.

#### Вопросы для самостоятельного изучения

1. Общая, стандартная, каноническая формы задачи линейного программирования.
2. Матричная и векторная формы записи задачи линейного программирования
3. Экономические интерпретации задачи линейного программирования
4. Из каких элементов состоит задача линейного программирования?
5. Поясните экономическое содержание переменных, целевой функции и ограничений в модели линейного программирования.
6. Что такое план в задаче линейного программирования?
7. Какой план в задаче линейного программирования называется оптимальным?
8. Что геометрически может представлять собой множество планов задачи линейного программирования?
9. Как построить полуплоскость, задаваемую ограничением задачи линейного программирования?
10. Как графически представляется целевая функция ЗЛП?

11. Что такое линия уровня целевой функции ЗЛП?
12. Какие ситуации могут иметь место при решении задачи линейного программирования графическим способом?
13. Когда задача линейного программирования не имеет решения?
14. Сколько решений может иметь задача линейного программирования?
15. Как в задаче линейного программирования определить координаты точки максимума (минимума), найденной геометрически?
16. Дайте определение стандартной задачи ЛП.
17. Дайте определение канонической задачи ЛП.
18. Какие эквивалентные преобразования используются для перехода от одной формы задачи ЛП к другой?
19. Какая система линейных уравнений называется совместной, несо совместной?
20. Дайте определение базисного решения СЛУ. Чем отличается базисное решение СЛУ от любого другого решения?
21. Что представляет собой симплексная таблица?
22. Сформулируйте алгоритм симплекс-метода.
23. Как по симплекс-таблице сделать вывод об отсутствии у задачи ЛП оптимального решения?
24. Как, зная оптимальное решение задачи ЛП, найти оптимальное решение двойственной задачи?
25. Если у одной задачи нет оптимального решения, что можно сказать о наличии оптимального решения у двойственной задачи?
26. Если целевая функция одной задачи ЛП неограничена, существует ли оптимальное решение у двойственной задачи?
27. Сформулируйте теоремы двойственности в задаче линейного программирования.
28. Дайте интерпретацию двойственных переменных в задаче линейного программирования.
29. Метод штрафных функций.
30. Что такое градиент функции (определение).
31. Найти градиент функции  $f(x^1, x^2, x^3) = 4x^1x^2 + \sqrt{x^1 + x^2x^3}$  в точке (1,1,2).
32. Описать суть градиентного метода и его расчетные формулы.
33. В чем отличие метода наискорейшего спуска от градиентного
34. Сравнительные недостатки и преимущества градиентного метода и метода наискорейшего спуска.
35. Метод Пауэлла.
36. Метод Франка-Вулфа.
37. Сформулируйте общую задачу нелинейного программирования.
38. Сформулируйте необходимое условие локального максимума в общей задаче нелинейного программирования.
39. Что такое функция Лагранжа?
40. Дайте определение седловой точки функции Лагранжа.
41. Сформулируйте и докажите достаточное условие оптимальности с помощью функции Лагранжа.
42. Дайте определение выпуклого множества.
43. Какие свойства имеют выпуклые множества?
44. Решите графически следующие задачи линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

45. Общая постановка задачи нелинейного программирования. Геометрическая и экономическая интерпретации задачи нелинейного программирования.
46. Метод множителей Лагранжа. Экономический смысл множителей Лагранжа.
47. Метод покоординатного спуска Пауэлла.
48. Метод Франка-Вулфа.
49. Градиентные методы решения задачи нелинейного программирования.

## 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Основная литература

Зайцев М.Г. Методы оптимизации управления и принятия решений [Электронный ресурс]: примеры, задачи, кейсы. Учебное пособие/ Зайцев М.Г., Варюхин С.Е.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дело, 2015.— 640 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/51021>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Гончаров, В. А. Методы оптимизации: учебное пособие для вузов / В. А. Гончаров. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 191 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3643-8.

Кочегурова, Е. А. Теория и методы оптимизации: учебное пособие для академического бакалавриата / Е. А. Кочегурова. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 133 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-9916-6302-1.

### 6.2. Дополнительная литература

Урубков, А.Р. Методы и модели оптимизации управленческих решений. Учебное пособие. [Электронный ресурс] / А.Р. Урубков, И.В. Федотов. — Электрон. дан. — М. : Издательский дом "Дело" РАНХиГС, 2015. — 240 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/74945> — Загл. с экрана.

Пантелеев А.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пантелеев А.В., Летова Т.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2011.— 424 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9093>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Розова В.Н. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Розова В.Н., Максимова И.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский университет дружбы народов, 2010.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11536>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. - 2-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 368 с.

### 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Сухарев, А. Г. Методы оптимизации: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3945-3.

Методы оптимизации: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева; под ред. Ф. П. Васильева. —

М.: Издательство Юрайт, 2016. — 375 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-6157-7.

#### 6.4. Нормативные правовые документы

Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //»Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

Федеральный государственный образовательный стандарт 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержден приказом Министерством образования и науки России от 12 ноября 2015 г. № 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30 ноября 2015г., регистрационный номер 39906).

Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

#### 6.5. Интернет-ресурсы

Система «Гарант», правовые базы российского законодательства. Режим доступа: [www.garant.ru](http://www.garant.ru)

Общероссийская сеть распространения правовой информации («Консультант плюс»). Режим доступа: [www.consultant.ru](http://www.consultant.ru)

Конституции зарубежных стран Режим доступа: <http://worldconstitutions.ru>

Национальная электронная библиотека. Режим доступа: <http://www.rusneb.ru>

Электронный фонд Российской национальной библиотеки (РНБ). Режим доступа: <http://lel.nlr.ru>

Электронная библиотека Российской государственной библиотеки (РГБ). Режим доступа: <http://elibrary.rsl.ru/>

Научная электронная библиотека ГПНТБ (каталог Государственной Публичной научно-технической библиотеки) России. Режим доступа: <http://ellib.gpntb.ru/>

Каталог Научной Библиотеки МГУ. Режим доступа: <http://search.nbmggu.ru/search/>

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Режим доступа: <http://www.elibrary.ru/>

<http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования

<http://www.fxyz.ru> Линейная алгебра онлайн

Энциклопедия экономиста <http://www.grandars.ru/>

Банк задач.ru <http://bankzadach.ru/>

Венгерский метод - <http://iasa.org.ua/lections/iso/3/3.3.htm>

Задачи сетевого планирования и управления - <http://iasa.org.ua/lections/iso/1/1.2.htm>

Математика. Интерактивный обучающий курс - <http://math.immf.ru/>

Google Directory – Math ([directory.google.com/Top/Science/Math](http://directory.google.com/Top/Science/Math)). Каталог математических ресурсов, упорядоченных по типу и тематике. Содержит ссылки на более чем 12000 веб-сайтов.

<http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент).

<http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека

<https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека

<http://www.rsl.ru/> – Российская государственная библиотека

<http://econom.nsc.ru/jep/> Виртуальная экономическая библиотека

## 6.6. Иные источники

Батищев, Д.И. Методы оптимального проектирования. Учебное пособие [Текст] / Д.И. Батищев. – М.: Радио и связь, 2015. – 248 с.

Болтянский, В.Г. Математические методы оптимального управления [Текст] / В.Г. Болтянский. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 2016. – 308 с.

Грешилов, А.А. Математические методы принятия решений [Текст] / А.А. Грешилов. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. – 584 с.

Карр, Ч. Количественные методы принятия решений в управлении и экономике: моногр. [Текст] / Ч. Карр, Ч. Хоув. – М.: Мир, 2016. – 464 с.

Методы оптимальных решений в экономике и финансах. Учебник [Текст] / – М.: КноРус, 2016. – 400 с.

Соколов, А. В. Методы оптимальных решений. В 2 томах. Том 1. Общие положения. Математическое программирование [Текст] / А.В. Соколов, В.В. Токарев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 564 с.

Соловьев, В.И. Методы оптимальных решений [Текст]: учебное пособие / В.И. Соловьев. – М.: Финансовый университет, 2012. – 364 с.

Гончарено, В.И. Методы оптимальных решений в экономике и финансах [Текст] / В.И. Гончарено. – М.: КноРус, 2013. – 400 с.

Кремер, Н.Ш. Исследование операций в экономике [Текст]: учебное пособие / Н.Ш. Кремер. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 407с.

Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Текст]: учебное пособие / И.Л. Акулич – М.: Лань, 2011. – 349 с.

Волгина, О.В. Математическое моделирования экономических процессов и систем / Волгина О.В., Голодная Н.М. – М.: Кнорус, 2012. – 378 с.

Хемди, А. Таха. Введение в исследование операций / Хемди, А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

## 7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 10 LTSC 1607; Microsoft Office Professional 2016.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: [www.nns.ru](http://www.nns.ru); Российская государственная библиотека. URL: [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru); Российская национальная библиотека. URL: [www.nnir.ru](http://www.nnir.ru); Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>.

Базы данных:

Bloomberg: <http://www.bloomberg.com/>

Компания "Emerging Markets Information Service" EMIS: <http://www.securities.com>

Информационный ресурс по мировой экономике компании International Monetary Fund (IMF) / Международного Валютного Фонда: <http://www.elibrary.imf.org>

Электронный ресурс Cbonds.ru: <http://cbonds.ru/>

Система профессионального анализа рынков и компаний «Спарк»: <http://www.spark-interfax.ru/>