

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**ИНСТИТУТ ЭМИТ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИКИ**
кафедра Эконометрики и математической экономики

УТВЕРЖДЕНА
на заседании кафедры Эконометрики и
математической экономики
Протокол от «02» июня 2021 г. № 10

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Индекс Б1.О.03 «Теория вероятностей»

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность «Экономика и Финансы»

квалификация бакалавр

очная форма обучения

Год набора - 2021

Москва, 2021 г.

Автор—составитель:

к.ф.-м.н., доцент кафедры эконометрики и математической экономики Решетников В.П.

Заведующий кафедрой

эконометрики и математической экономики, к. ф.-м. н, Носко В.П.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	15
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	18
6.1. Основная литература	18
6.2. Дополнительная литература	18
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы	18
6.4. Нормативные правовые документы	18
6.5. Интернет-ресурсы	18
6.6. Иные источники	18
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	18

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Теория вероятностей» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК ОС-1	Способность осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	ОПК ОС-1.1	Способность осуществлять доказательство теоретических основ теории вероятности и математической статистики
		ОПК ОС -1.2	Способен обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных
		ОПК ОС -1.3	Способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты
		ОПК ОС -1.4	Способен проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ведение аналитической работы в области экономики и финансов	ОПК ОС-1.1	на уровне знаний: знать основы математической статистики.
	ОПК ОС -1.2	на уровне умений: уметь выбирать подходящий инструментарий для решения стандартных задач профессиональной деятельности
	ОПК ОС -1.3	на уровне умений: уметь осуществлять обработку и статистический анализ данных
	ОПК ОС -1.4	на уровне умений: проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

5 ЗЕ, 66/49,5 ак. часа на контактную работу с преподавателем, 78/58,5 ак. часов на самостоятельную работу обучающихся;

Место дисциплины в структуре ОП ВО

- Б1.О.03 «Теория вероятностей», 2 курс, 3 семестр
- дисциплина реализуется после изучения дисциплин:
 - математический анализ,
 - алгебра,
 - дискретная математика.
- дисциплина может реализоваться частично или полностью с применением ЭО и/или ДОТ. Учебные материалы дисциплины размещаются по адресу lms.ranepa.ru
- форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, ак. час./ час.	Форма
-------	------------------	----------------------------------	-------

	(разделов)	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**				СР	текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Случайные события и их вероятности	34	8		8		18	ДЗ, О
Тема 2	Повторные испытания. Цепи Маркова	20	4		4		12	ДЗ, О, КР1 (по темам 1,2)
Тема 3	Случайные величины	40	8		8		24	ДЗ, О
Тема 4	Случайные векторы	34	8		8		18	ДЗ, О, КР2 (по темам 3,4)
Тема 5	Закон больших чисел	14	4		4		6	ДЗ, О
		2						консультация
Промежуточная аттестация		36						экзамен
Всего:		180/135	32/24		32/24		78/58,5	

Примечание*: – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (КР), домашнее задание (ДЗ), опрос (О).

Примечание **: в рамках указанной контактной работы с обучающимися учебные занятия могут проводиться с использованием ДОТ и/или ЭО

Содержание дисциплины

Тема 1. Случайные события и их вероятности.

Предмет теории вероятностей. Частотная интерпретация вероятностей. Свойство устойчивости относительных частот. Пространство элементарных событий. Случайные события и операции над ними. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий. Классическая вероятностная модель. Использование формул комбинаторики для подсчета вероятностей. Вероятностные пространства общего вида. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Геометрические вероятности.

Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

Тема 2. Повторные испытания. Цепи Маркова.

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Наивероятнейшее число наступления события при повторных испытаниях. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Полиномиальная схема.

Первоначальные сведения о цепях Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова.

Тема 3. Случайные величины.

Случайная величина как функция на пространстве элементарных событий. Дискретные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Часто встречающиеся законы распределения для дискретной случайной величины: биномиальное распределение; распределение Пуассона; геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение. Простейший поток событий.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Основные законы распределения: равномерное распределение, треугольное распределение, показательное распределение, нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, распределение Коши.

Начальные и центральные моменты случайной величины. Асимметрия и эксцесс. Мода и медиана непрерывного распределения.

Функции случайных величин, их законы распределения. Распределение суммы независимых слагаемых. Композиция законов распределения. Устойчивость нормального распределения.

Тема 4. Случайные векторы.

Понятия случайного вектора. Закон распределения дискретного случайного вектора и его связь с распределением компонент. Совместная функция распределения случайного вектора. Совместная плотность распределения. Математическое ожидание функции от случайного вектора. Ковариация. Коэффициент корреляции.

Условная функция распределения, условная плотность распределения. Условное математическое ожидание. Функции регрессии. Нормальный закон распределения на плоскости. Понятие о многомерном нормальном распределении.

Тема 5. Закон больших чисел.

Понятие о различных формах закона больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона. Центральная предельная теорема (без доказательств)

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости, обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.03 «Теория вероятностей» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Домашние задания 1-4. Опрос.
Тема 2	Домашнее задание 5. Опрос.
Темы 1-2	Контрольная работа 1.
Тема 3	Домашние задания 6-9. Опрос.
Тема 4	Домашние задания 10-12. Опрос.
Темы 3-4	Контрольная работа 2.
Тема 5	Домашнее задание 13. Опрос.

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в форме устного ответа на вопросы билетов по дисциплине.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Ниже для краткости указанные в разделе 6 (п.6.1) учебные пособия обозначаются заключенными в квадратные скобки номерами из списка основной литературы.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1. - Алгебра событий. Классическая вероятностная модель:

1. Двое играют в шахматы. Пусть событие A – выиграл первый игрок, событие E – выиграл второй. Что означают события:
а) \bar{E} ; б) $\bar{A} + \bar{E}$; в) $\bar{E} - A$; г) $\bar{A} - E$; д) $\bar{A} \Delta E$?
2. Из колоды карт вытаскивают две. Событие A – обе карты пиковой масти, событие B – нет тузов. Что означает событие $A - B$?
3. Бросают две игральные кости. Событие A – выпала четная сумма очков, событие E – хотя бы на одной кости выпала шестерка. Что означает событие $\bar{A}\bar{E}$?

4. Из полного набора трехзначных чисел наугад выбирают одно. Найти вероятность того, что цифры в записи этого числа располагаются а) в порядке убывания слева направо; б) в порядке возрастания слева направо.
5. Три девушки выбирают себе женихов из пяти юношей, пронумерованных цифрами от 1 до 5. Найти вероятность того, что будут выбраны юноши с номерами 1, 2, 3.
6. Найти вероятность того, что дни рождения двенадцати человек приходятся на разные месяцы года.
7. Лифт начинает движение с семью пассажирами и останавливается на десяти этажах. Найти вероятность того, что три пассажира вышли на одном этаже, еще два пассажира вышли на другом этаже, а последние два – еще на одном этаже.
8. На остановке десять человек случайным образом выбирают один из десяти вагонов поезда. Найти вероятность того, что ровно в один вагон никто не войдет.
9. На полке в случайном порядке расставлено 8 книг, среди которых находится трехтомник А.С. Пушкина. Найти вероятность того, что эти три тома стоят в порядке возрастания слева направо (и не обязательно рядом).
10. Пять клиентов случайным образом обратились в четыре фирмы. Найти вероятность того, что хотя бы в одну фирму никто не обратился.

Домашнее задание 2. – Теоремы сложения и умножения вероятностей:

1. Брошены последовательно три монеты. Определить, зависимы или независимы события: А – выпадение «герба» на первой монете, В – выпадение хотя бы одной «решки».
2. В урне содержится четыре белых и шесть красных шаров, кроме того, половина из них имеет некоторую маркировку. Пусть среди шаров с маркировкой а) два белых; б) три белых. Из урны наугад вынимают один шар. Пусть событие А – появился белый шар, событие В – появился шар с маркировкой. Выяснить вопрос о независимости этих событий.
3. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания каждым стрелком. При каждом выстреле вероятность попадания для первого стрелка равна 0,2; для второго – 0,3. Найти вероятность того, что первый стрелок сделает больше выстрелов, чем второй.
4. Производительности трех станков, обрабатывающих одинаковые детали, относятся как 2:3:5. Из нерассортированной партии обработанных деталей взяты наугад две. Какова вероятность того, что одна из них обработана на третьем станке?
5. Два шарика разбрасываются случайным образом и независимо друг от друга по пяти ячейкам, расположенным одна за другой на прямой линии. Каждый шарик с одинаковой вероятностью 0,2 попадает в каждую ячейку. Найти вероятность того, что шарики попадут в соседние ячейки.
6. Из коробки, содержащей три белых, пять красных и два синих шара наугад извлечены три шара. Найти вероятность того, что по крайней мере два из них окажутся одноцветными.
7. Каждое изделие имеет дефект с вероятностью 0,2. После изготовления изделие последовательно проверяют три контролера, каждый из которых обнаруживает дефект с вероятностью 0,7; 0,8 и 0,9 соответственно. В случае обнаружения дефекта изделие бракуется. Найти вероятность того, что изделие будет забраковано.
8. Из урны, содержащей три белых, пять синих и два красных шара два игрока поочередно извлекают по одному шару без возвращения. Выигрывает тот, кто

первым вынет белый шар. Если появляется красный шар, то объявляется ничья. Найти вероятности следующих событий: а) выигрывает игрок, начавший игру; б) выигрывает второй участник; в) игра закончилась в ничью.

Домашнее задание 3. – Формула полной вероятности и формулы Байеса:

[2], раздел I, глава 3, задачи 26, 27, 29, 30, 31.

1. Два аудитора проверяют десять фирм (по 5 каждый), в двух из которых допущены нарушения. Вероятность обнаружения нарушений первым аудитором равна 0,8; вторым 0,9. Найти вероятность того, что обе фирмы – нарушители будут выявлены.
2. Игральную кость бросили два раза. Оказалось, что число очков, выпавших в первом броске, не превышает четырех. При этом условии найти вероятность того, что сумма очков, выпавших в двух бросаниях была равна восьми.
3. Есть три партии деталей по десять в каждой. В первой – четыре стандартных, во второй – шесть стандартных, в третьей – восемь стандартных. Из наугад взятой партии извлекли деталь. Она оказалась нестандартной. Из этой же партии снова извлекают две детали, среди них – одна стандартная. Найти вероятность того, что детали извлекались из первой партии.

Домашнее задание 4. – Геометрические вероятности:

[2], раздел I, глава 2, задачи 31-35.

1. На отрезок $[0;4]$ брошены наугад две точки. Найти вероятность того, что первая точка лежит правее второй.
2. Наугад выбирают два числа из отрезка $[0;1]$. Какова вероятность того, что одно число более чем вдвое меньше другого?
3. Из промежутка $[0;1]$ выбрали наугад два числа. Какова вероятность того, что их сумма больше или равна 1, а их разность меньше либо равна 0?
4. На отрезок $[0;12]$ наугад поставлены две точки В и С. Найти вероятность того, что длина каждого из трех полученных отрезков будет меньше, чем шесть.
5. На плоскость с нанесенной квадратной сеткой со стороной четыре сантиметра бросают монету радиуса один сантиметр. Найти вероятность того, что монета не пересечет линии.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Относительная частота появления события. Статистическое определение вероятности.
2. Вероятностное пространство. Случайные события и операции над ними.
3. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий. Теорема сложения вероятностей.
4. Классическая вероятностная модель.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
6. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.
7. Вероятность наступления хотя бы одного события
8. Формула полной вероятности
9. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
10. Геометрические вероятности.

Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 5. – Последовательность независимых испытаний:
[2], раздел I, глава 4, задачи 6, 8, 20, 25, 26, 29, 36, 37, 39.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
2. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Наивероятнейшее число наступления события в независимых испытаниях.
5. Вероятность отклонения относительной частоты появления события от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Понятия цепи Маркова. Равенство Маркова.

Контрольная работа №1 по темам 1-2

Тематика работы

Задание 1 – Задача на классическую вероятностную модель.

Задание 2 – Задача на теоремы сложения и умножения вероятностей.

Задание 3 – Задача на формулу полной вероятности.

Задание 4 – Задача на формулы Байеса.

Задание 5 – Задача на геометрические вероятности.

Задание 6 – Задача на повторные испытания.

Примерный вариант работы.

1. Группа из восемнадцати студентов пишет контрольную работу из трех вариантов (каждый – по шесть человек). Найти вероятность того, что среди случайно выбранных пяти студентов есть писавшие все три варианта.
2. Два стрелка независимо друг от друга делают по два выстрела (каждый по своей мишени). Вероятности попадания для них равны 0,8 и 0,9 соответственно. Выигравшим считается тот, в мишени которого окажется больше пробоин. Найти вероятность того, что выиграет второй стрелок.
3. На сборочной линии завода проводится сборка четырех изделий. Вероятность бездефектной сборки изделия равна 0,8. После выпуска двух изделий линию перенастроили, что повысило вероятность бездефектной сборки на 0,05. Найти вероятность того, что ровно три изделия собраны без дефектов.
4. Первый стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,8 ; второй – с вероятностью 0,9; третий – с вероятностью 0,5. Стрелки дали залп по мишени и только две пули попали в нее. Найти вероятность того, что второй стрелок попал в мишень.
5. Наугад выбирают два числа из отрезка $[0;1]$. Какова вероятность того, что их сумма заключена между 0,5 и 1 ?
6. В поселке 1000 домов, каждый из которых застрахован на год от пожара в одной страховой компании на сумму сто тысяч рублей. Страховой взнос составляет за год 300 рублей. Для данного поселка вероятность пожара в доме в течение года оценивается величиной 0,002. Какова вероятность того, что в течение года страховая компания понесет убытки?

Типовые оценочные материалы по теме 3

Домашнее задание 6. – Дискретные случайные величины.
[1], раздел I, глава 3, задачи 1, 4, 5, 8, 14, 17, 18, 19, 20.

Домашнее задание 7. – Непрерывные случайные величины.

[1], раздел I, глава 4, задачи 1, 2, 3; глава 2, задачи 23, 24.

[2], раздел I, глава 6, задачи 11, 12, 13, 17.

Домашнее задание 8. – Непрерывные случайные величины (продолжение).

[1], раздел I, глава 4, задачи 4, 5, 6, 11, 15, 16, 19.

Домашнее задание 9. Функции случайных величин.

[2], раздел I, глава 6, задачи 21 – 26, 28-30.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Случайная величина в дискретном вероятностном пространстве.
2. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
3. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.
4. Математическое ожидание случайной величины.
5. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины.
6. Начальные и центральные моменты случайной величины.
7. Функция одного случайного аргумента. Ее распределение.
8. Биномиальное распределение.
9. Распределение Пуассона.
10. Геометрическое распределение.
11. Равномерное распределение.
12. Показательное распределение.
13. Нормальное распределение.
14. Линейное преобразование нормальной случайной величины.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 10. – Дискретные случайные векторы

[1], раздел I, глава 2, задачи 15, 28; глава 3 задачи 10, 13.

[2], раздел I, глава 5, задачи 27, 30.

Домашнее задание 11. – Непрерывные случайные векторы.

[1], раздел I, глава 2, задачи 9, 10.

[2], раздел I, глава 6, задачи 35, 36, 38 - 42.

Домашнее задание 12. – Условные законы распределения.

1. Совместный закон распределения случайной пары (ξ, η) задан таблицей:

$\eta \backslash \xi$	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,2
1	0,2	0,1	0,2

Зависимы ли случайные величины ξ и η ? Найти: а) распределение вероятностей случайной величины ξ - η , б) условный закон распределения и условное математическое ожидание случайной величины ξ при условии, что $\eta = 0$. в)

условный закон распределения и условное математическое ожидание случайной величины η при условии, что $\xi = 1$.

2. Плотность вероятности двумерной случайной величины имеет вид.

$$f(x, y) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} e^{-4x^2 - 6x - 9y^2}$$

Найти: условные законы распределения составляющих и условные математические ожидания составляющих.

3. Двумерная случайная величина задана плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = \frac{1}{9\pi} \text{ при } x^2 + y^2 < 9$$

$$f(x, y) = 0 \text{ при } x^2 + y^2 > 9$$

Найти условные законы распределения вероятностей составляющих.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Случайный вектор в дискретном вероятностном пространстве.
2. Совместная функция распределения случайного вектора.
3. Плотность распределения случайного вектора.
4. Композиция законов распределения. Формулы свертки для независимых случайных величин.
5. Ковариация случайных величин
6. Коэффициент корреляции случайных величин.
7. Условные законы распределения.
8. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.
9. Нормальный закон распределения на плоскости.

Контрольная работа №2 по темам 3-4.

Тематика работы

Задание 1 – Задача на дискретные случайные величины.

Задание 2 – Задача на непрерывные случайные величины.

Задание 3 – Задача на нахождение закона распределения функции от случайно величины.

Задание 4 – Задача на дискретные случайные векторы.

Задание 5 – Задача на непрерывные случайные векторы.

Примерный вариант работы.

1. Поступающий в институт должен сдать три экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена 0,9; второго – 0,8; третьего – 0,7. Следующий экзамен сдается только в случае успешной сдачи предыдущего. Найти математическое ожидание и дисперсию числа экзаменов, сдававшихся поступающим.
2. Плотность распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} C(1-x^2) & \text{при } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{при } |x| > 1 \end{cases}$$

Найти константу C , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

3. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром λ . Найти плотность распределения случайной величины $\eta = 1 - e^{-\lambda\xi}$
4. Дискретная двумерная случайная величина задана таблицей.

$\eta \backslash \xi$	1	2	3	4
0	0,15	0,06	0,25	0,04
1	0,30	0,10	0,03	0,07

- Зависимы ли случайные величины ξ и η ? Найти: а) закон распределения вероятностей случайной величины $2\xi + \eta$, б) условный закон распределения и условное математическое ожидание случайной величины ξ при условии, что $\eta = 1$. в) условный закон распределения и условное математическое ожидание случайной величины η при условии, что $\xi = 1$.
5. Двумерная случайная величина (ξ, η) равномерно распределена внутри трапеции с вершинами в точках $(-6;0)$, $(-3;4)$, $(3;4)$ и $(6;0)$. Найти:
 - а) совместную плотность распределения для этой пары и плотности распределения составляющих;
 - б) зависимы ли ξ и η ?
 - в) значение совместной функции распределения в точке $(3;5)$.

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 13. – Закон больших чисел.

[2], раздел I, глава 7, задачи 15 - 21.

1. Вероятность появления события в одном испытании 0,6. Установить, используя теорему Бернулли, при каком числе независимых испытаний отклонение относительной частоты появления события от 0,6 по абсолютной величине меньше, чем на 0,1, определяется вероятностью, превышающей 0,97.
2. Известно, что дисперсия каждой из данных независимых случайных величин не превышает 4. Найти то число этих величин, при котором вероятность отклонения их средней арифметической от среднего арифметического их математических ожиданий по абсолютной величине не более, чем на 0,25, превысит 0,99.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Неравенство Маркова и Чебышева.
2. Теорема Чебышева.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК ОС-1	Способность осуществлять обработку	ОПК ОС-1.1	Способность осуществлять доказательство теоретических основ теории вероятности и

	и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.		математической статистики
		ОПК ОС -1.2	Способен обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных
		ОПК ОС -1.3	Способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты
		ОПК ОС -1.4	Способен проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК ОС-1.1	Знает основы теории вероятностей и математической статистики.	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.2	Умеет обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.3	Умеет анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.4	Умеет проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок	Указан в РПД в пределах основной литературы

4.3.2. Типовые оценочные средства.

Вопросы для подготовки к экзамену.

1. Частотная интерпретация вероятностей. Статистическое определение вероятности.
2. Вероятностное пространство. Случайные события и операции над ними.
3. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий. Теоремы сложения вероятностей.
4. Классическая вероятностная модель.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
6. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.
7. Вероятность наступления хотя бы одного события.
8. Формула полной вероятности.
9. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
10. Геометрические вероятности.
11. Вероятностные пространства общего вида. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
12. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
13. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа (с доказательством).
14. Формула Пуассона.
15. Вероятность отклонения относительной частоты появления события от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
16. Наивероятнейшее число наступления события в независимых испытаниях.
17. Простейший поток событий.
18. Понятие цепи Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности.
19. Однородная цепь Маркова. Равенство Маркова.
20. Случайная величина в дискретном вероятностном пространстве.
21. Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.
22. Функция плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства.
23. Случайный вектор в дискретном вероятностном пространстве.

24. Совместная функция распределения случайного вектора.
25. Совместная плотность распределения случайного вектора.
26. Функция одного случайного аргумента. Ее распределение.
27. Композиция законов распределения. Формулы свертки для плотности распределения независимых случайных величин. Формула свертки для независимых случайных величин с дискретным распределением.
28. Условные законы распределения.
29. Математическое ожидание случайной величины: определение; вероятностный смысл; свойства.
30. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.
31. Дисперсия случайной величины: определение; вычисление; свойства.
32. Среднее квадратическое отклонение случайной величины: определение; свойства.
33. Ковариация случайных величин: определение; вычисление; свойства.
34. Коэффициент корреляции случайных величин: определение; свойства.
35. Начальные и центральные моменты случайных величин.
36. Биномиальное распределение. Его числовые характеристики.
37. Распределение Пуассона. Его числовые характеристики.
38. Геометрическое распределение. Его числовые характеристики.
39. Закон равномерного распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Его числовые характеристики.
40. Показательное распределение. Его числовые характеристики.
41. Нормальное распределение. Вероятностный смысл его параметров.
42. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
43. Вероятность заданного отклонения нормально распределенной случайной величины. Правило 3σ .
44. Линейное преобразование нормальной случайной величины. Устойчивость нормального распределения.
45. Нормальный закон распределения на плоскости.
46. Неравенство Маркова.
47. Неравенство Чебышева.
48. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
49. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Пуассона.
50. Центральная предельная теорема (без доказательства).

Задачи для самостоятельного решения для подготовки к экзамену указаны в типовых оценочных средствах для текущей аттестации.

Шкала оценивания.

Оценивание осуществляется в соответствии со шкалой оценивания на основании формулы:

$$I = 0.25 \frac{\sum_{i=1}^n B_i}{n} + 0.25 \frac{\sum_{j=1}^k B_{c_j}}{k} + 0.5 \text{ Экз}$$

где n – число домашних заданий; k – число контрольных работ, B_i – оценка за домашнее задание по 10-ти бальной шкале, B_{c_j} – оценка за контрольную работу по 10-ти бальной шкале, I – итоговое количество баллов, причем оценка за экзамен должна быть не менее 4 баллов.

10-бальная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/ «Не зачтено»	Определение
---------------------	-----------------------	----------------------------	-------------

10-бальная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/ «Не зачтено»	Определение
10	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, знакомство с дополнительной литературой, полный и правильный ответ, творческий подход в понимании и изложении учебного материала
9	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, полный и правильный ответ
8	Отлично	Зачтено	Полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
7	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
6	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
5	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы
4	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий промежуточного контроля и при ответе.
3	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются существенные, допущены существенные ошибки при ответе, необходима некоторая дополнительная работа.
2	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются пробелы в знаниях по значительной части учебного материала, допущены существенные ошибки при ответе, необходима значительная дополнительная учебная работа.
1	Неудовлетворительно	Не зачтено	Не выполнены предусмотренные программой задания, не отработаны практические или лабораторные занятия, необходимы дополнительные занятия по соответствующей дисциплине.
0	Неудовлетворительно	Не зачтено	Нарушение академических норм (плагиат и т.п.)

4.4. Методические материалы

Экзамен проводится в аудитории. Студент выбирает случайным образом билет, содержащий два теоретических вопроса и задачу. Время подготовки к собеседованию не менее 30 и не более 45 минут. При подготовке к собеседованию студенту запрещается использовать на экзамене какие-либо дополнительные материалы и электронные средства.

В случае, если дисциплина полностью или частично проводилась с применением технологий электронного обучения и/или дистанционных технологий, зачет может производиться с использованием системы СДО Академии и применением прокторинга.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению домашних заданий

Приступая к выполнению домашних заданий, нужно, прежде всего, уяснить теоретический материал, соответствующий теме домашнего задания, и тщательно разобрать примеры, рассмотренные на лекциях и решенные на практических занятиях.

Каждый этап решения задачи нужно обосновывать, исходя из теоретических положений курса. Если есть несколько путей решения задачи, то их нужно сравнить и выбрать самый удобный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения задачи.

При решении задач по теме 1 следует:

1. Повторить определения комбинаторных конфигураций и формулы для подсчета их числа.
2. При применении теорем сложения и умножения вероятностей прежде всего следует выразить событие, вероятность которого нужно найти, через известные события, а уж потом применять эти теоремы.
3. При решении задач на формулу полной вероятности и формулы Байеса следует следить за тем, чтобы гипотезы были несовместными и составляли полную группу событий. Для решения задач такого типа удобно использовать так называемое «дерево вероятностей».
4. При решении задач на геометрические вероятности сначала нужно описать аналитически пространство элементарных исходов и интересующие события, затем их изобразить на чертеже и лишь потом воспользоваться формулой для вычисления вероятностей.

При решении задач по теме 2 обратите внимание на условия применимости различных приближенных формул для вычисления вероятности в схеме Бернулли.

При решении задач по теме 3 следует усвоить методику отыскания функции распределения случайной величины. При отыскании плотности распределения функции от случайной величины нужно указывать область определения полученной плотности.

При вычислении числовых характеристик функции от непрерывного случайного аргумента удобнее применять соответствующие формулы, а не находить сначала плотность распределения этой функции. При решении задач по теме 4 следует внимательно разобраться с методикой отыскания законов распределения составляющих двумерной случайной величины.

При отыскании композиции законов распределения случайных величин, плотности вероятностей каждой из которых заданы несколькими формулами, сначала надо найти совместную функцию распределения суммы этих случайных величин, а уж потом и плотность распределения этой суммы.

При решении задач по теме 5 следует обратить внимание на условия применимости неравенства Чебышева. При отыскании числа случайных величин, необходимых для применения теорем Чебышева и Бернулли, следует воспользоваться оценкой для вероятности, полученной при доказательстве этих теорем.

Методические указания по подготовке к опросу

При подготовке к опросу переходить к следующему вопросу следует только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления.

Особое внимание нужно обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

Нужно помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждений. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательствах. Следует добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схему доказательства теоремы. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал.

Методические указания по подготовке к контрольным работам

При подготовке к контрольным работам рекомендуется:

- повторить те положения теории, которые используются при решении задач;
- просмотреть решения всех типовых задач по теме;
- решить задачи, заданные для подготовки к контрольной работе;

- при возникновении вопросов, обратиться к преподавателю по электронной почте с указанием конкретной проблемы и (или) прийти к преподавателю на консультацию в установленное время.

Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентом осуществляется для закрепления изученного материала после лекций и практических занятий для выполнения домашних заданий, для подготовки к опросу и контрольным работам.

Ниже для краткости указанные в п. 6.1 учебные пособия обозначаются заключенными в квадратные скобки номерами из списка основной литературы.

№ п/п	Тип занятия	Указания
Тема 1. Случайные события и их вероятности.		
1	Л; ПЗ	Классическая вероятностная модель Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 1, § 1.6 – § 1.7. Решить задачи 1-3 в конце главы. Выполнить домашнее задание 1.
2	Л; ПЗ	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, § 1.4; § 1.8; § 1.12. Решить задачи 1-3, 5, гл. 3, раздел I из [2]. Выполнить домашнее задание 2.
3	Л; ПЗ	Формула полной вероятности и формулы Байеса. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 1, § 1.9. Решить задачи 9, 11, 13 в конце главы. Выполнить домашнее задание 3.
4	Л; ПЗ	Геометрические вероятности. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 1, § 1.10, § 1.11 Решить задачи 29-31, 33, 35, гл. 2, раздел I из [2]. Выполнить домашнее задание 4.
Тема 2. Повторные независимые испытания. Цепи Маркова.		
5	Л; ПЗ	Последовательность независимых испытаний. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 1, § 1.12 - § 1.14 Решить задачи 5, 17, 22, 35, 38, гл. 4 раздел I из [2]. Выполнить домашнее задание 5.
6	Л ПЗ (КР1)	Полиномиальная схема. Цепи Маркова. Проработать материал: лекции; [1] § 1.15 Решить задачу 44, гл. 4, раздел I из [2] Контрольная работа по темам 1 – 2. Для подготовки использовать материалы занятий 1 – 5 и примерный вариант контрольной работы 1.
Тема 3. Случайные величины.		
7	Л; ПЗ	Законы распределения и числовые характеристики дискретных, случайных величин. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 2, § 2.1, § 2.2; гл. 3, § 3.1, § 3.2. Решить задачи 1, 2, 4, 5, 8, 17, 18 в конце гл. 3. Выполнить домашнее задание 6.
8	Л; ПЗ	Законы распределения и числовые характеристики непрерывных, случайных величин. Проработать материал лекции; [1], раздел I, гл. 2, § 2.3; гл. 3, § 3.1 - § 3.2 Решить задачи 11, 13, 14, 17, гл. 6, раздел I из [2] Выполнить домашнее задание 7.
9	Л; ПЗ	Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Проработать материал лекции; [1], раздел I, гл.4, § 4.1 - § 4.3; § 4.6, § 4.7, § 4.9. Решить задачи 2, 3, 4, 5, 6 в конце главы. Выполнить домашнее задание 8.
10	Л; ПЗ	Функции случайных величин. Проработать материал лекции; [1], раздел I, гл. 2, § 2.7 - § 2.8 Решить задачи 1, 16, 19 в конце главы. Выполнить домашнее задание 9.
Тема 4. Случайные векторы.		
11	Л; ПЗ	Дискретные случайные векторы. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 2, § 2.4, § 2.5; гл. 3, § 3.3 Решить задачи 15, 28 в конце гл. 2 из [1], задачу 30, гл. 5, раздел I из [2] Выполнить домашнее задание 10.
12	Л; ПЗ	Непрерывные случайные векторы. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 2, § 2.5, 2.6 Решить задачи 9, 10 в конце гл. 2 из [1], задачи 41, 42, 43, гл. 6, раздел I из [2]. Выполнить домашнее задание 11.
13	Л; ПЗ	Условные законы распределения. Проработать материал: лекции; [1], раздел I, гл. 6 Решить задачу 4 в конце главы. Выполнить домашнее задание 12.

№ п/п	Тип занятия	Указания
14	Л; ПЗ (КР2)	Нормальный закон распределения на плоскости. Проработать материал: лекции; [1], гл. 6, §6.3. Решить задачу 31 в конце главы. Контрольная работа 2 по темам 3 – 4. Для подготовки использовать материалы занятий 7-13 и примерный вариант контрольной работы 2
Тема 5. Закон больших чисел.		
15	Л; ПЗ	Неравенства Маркова и Чебышева. Теорема Чебышева. Проработать материал лекции; [1], раздел I, гл. 5, §5.1 - §5.3 Решить задачи 4, 5, 7, 9 в конце главы. Выполнить домашнее задание 13.
16	Л; ПЗ	Теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема. Проработать материал лекции; [1], раздел I, гл. 5, §5.3, §5.4 Решить задачи 1, 7, 11, 12, 19, гл. 7, раздел I из [2]

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Фадеева Л.Н. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2006.
2. Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007.

6.2. Дополнительная литература.

2. Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов - М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Отдельное обеспечение не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Гмурман В.Е. РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для прикладного бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника),
http://www.biblio-online.ru/thematic/?5&id=urait.content.795BB6C2-D2F6-4B7C-B7A4-5CD1002EAE4C&type=c_pub
2. Калинина В.Н. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 2-е изд., пер. и доп. Учебник для академического бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника)
http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.356F1698-E1E1-41E7-84B8-653045387D71&type=c_pub
3. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами, -М.: Лань, 2005 (Электронная версия учебника)
<https://e.lanbook.com.ezproxy.ranepa.ru:2443/book/2198#authors>
4. <http://lms.ranepa.ru>

6.6. Иные источники.
Не предусмотрены.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

7.1 Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения: аудитория (доска, мел, маркеры)

7.2 Требования к программному обеспечению при прохождении учебной дисциплины: не требуется.