

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**ИНСТИТУТ ЭМИТ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИКИ**
кафедра Эконометрики и математической экономики

УТВЕРЖДЕНА
на заседании кафедры Эконометрики и
математической экономики
Протокол от «02» июня 2021 г. № 10

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Индекс Б1.О.04 «Математическая статистика»

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность «Экономика и Финансы»

квалификация бакалавр

очная форма обучения

Год набора - 2021

Москва, 2021 г.

Автор(ы)–составитель(и):

к.ф.-м.н., доцент кафедры эконометрики и математической экономики Решетников В.П.

Заведующий кафедрой

эконометрики и математической экономики, к. ф.-м. н, Носко В.П.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	14
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	17
6.1. Основная литература	17
6.2. Дополнительная литература	17
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы	17
6.4. Нормативные правовые документы	17
6.5. Интернет-ресурсы	17
6.6. Иные источники	17
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	17

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК ОС-1	Способность осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	ОПК ОС-1.1	Способность осуществлять доказательство теоретических основ теории вероятности и математической статистики
		ОПК ОС -1.2	Способен обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных
		ОПК ОС -1.3	Способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты
		ОПК ОС -1.4	Способен проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ведение аналитической работы в области экономики и финансов	ОПК ОС-1.1	на уровне знаний: знать основы математической статистики.
	ОПК ОС -1.2	на уровне умений: уметь выбирать подходящий инструментальный для решения стандартных задач профессиональной деятельности
	ОПК ОС -1.3	на уровне умений: уметь осуществлять обработку и статистический анализ данных
	ОПК ОС -1.4	на уровне умений: проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

5 ЗЕ, 66/49,5 ак. часа на контактную работу с преподавателем, 78/58,5 ак. часов на самостоятельную работу обучающихся;

Место дисциплины в структуре ОП ВО

- Б1.О.04 «Математическая статистика», 2 курс, 4 семестр
- дисциплина реализуется после изучения дисциплин:
 - математический анализ,
 - алгебра,
 - дискретная математика,
 - теория вероятностей.
- дисциплина может реализоваться частично или полностью с применением ЭО и/или ДОТ. Учебные материалы дисциплины размещаются по адресу lms.ranepa.ru
- форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, ак. час./ час.	Форма
-------	------------------	----------------------------------	-------

	(разделов)	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**				СР	текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Основные понятия и задачи математической статистики	8	2		2		4	ДЗ, О
Тема 2	Точечные оценки параметров распределения.	16	4		4		8	ДЗ, О
Тема 3	Методы построения оценок	14	4		4		6	ДЗ, О, КР1 (по темам 2,3)
Тема 4	Основные распределения в статистике	16	2		2		12	ДЗ, О
Тема 5	Интервальные оценки	22	6		6		10	ДЗ, О
Тема 6	Проверка статистических гипотез	30	6		6		18	ДЗ, О
Тема 7	Критерии согласия	12	2		2		8	КР2 (по темам 5-7)
Тема 8	Проверка гипотез об однородности выборок	8	2		2		4	ДЗ, О
Тема 9	Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа	16	4		4		8	ДЗ, О
		2						консультация
Промежуточная аттестация		36						экзамен
Всего:		180/135	32/24		32/24		78/58,5	

Примечание*: формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (КР), домашнее задание (ДЗ), опрос (О).

Примечание **: в рамках указанной контактной работы с обучающимися учебные занятия могут проводиться с использованием ДОТ и/или ЭО

Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия и задачи математической статистики

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов. Эмпирическая функция распределения.

Тема 2. Точечные оценки параметров распределения.

Понятия статистической оценки. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочные числовые характеристики. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии. Оценка начальных моментов генеральной совокупности. Теорема Слуцкого. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций. Асимптотически нормальный характер основных выборочных характеристик.

Эффективность оценок. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

Тема 3. Методы построения оценок.

Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Оценки максимального правдоподобия и их свойства. Метод наименьших квадратов.

Тема 4. Основные распределения в статистике

Квантили и процентные точки распределения. Распределение «хи-квадрат». Распределение Стюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности.

Тема 5. Интервальные оценки

Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Точные доверительные интервалы. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Асимптотические доверительные интервалы. Методы их построения. Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли. Интервальные оценивания параметров показательного распределения и распределения Пуассона. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормальных распределений.

Тема 6. Проверка статистических гипотез

Статистическая гипотеза. Общее понятие о статистической проверке гипотез. Простые и сложные гипотезы. Критерий и критическая область. Ошибки первого и второго рода. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез. Проверка гипотез для одной выборки. Проверка гипотез для двух выборок (зависимые выборки и независимые выборки). Проверка гипотез о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена. Понятие о дисперсионном анализе. Схема однофакторного дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в нескольких сериях испытания Бернулли.

Тема 7. Критерии согласия

Критерий Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии наблюдаемых значений предполагаемому распределению (дискретному или непрерывному). Критерий согласия Колмогорова.

Тема 8. Проверка гипотез об однородности двух выборок.

Критерии хи-квадрат, Колмогорова–Смирнова, ранговые критерии.

Тема 9. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа.

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции. Парная линейная регрессия.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости, обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.04 «Математическая статистика»

используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Домашнее задание 1. Опрос.
Тема 2	Домашние задания 2-3. Опрос.
Тема 3	Домашние задания 4-5. Опрос.
Темы 2-3	Контрольная работа 1.
Тема 4	Домашнее задание 6. Опрос.
Тема 5	Домашние задания 7-9. Опрос.
Темы 6	Домашние задания 10-12. Опрос.
Тема 7	Домашнее задание 13. Опрос.
Темы 5-7	Контрольная работа 2.
Тема 8	Домашнее задание 14. Опрос.
Тема 9	Домашнее задание 15. Опрос.

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в форме устного ответа на вопросы билетов по дисциплине.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Ниже для краткости указанные в разделе 6 (п.6.1) учебные пособия обозначаются заключенными в квадратные скобки номерами из списка основной литературы.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1. – Гистограммы и полигоны частот. Эмпирическое распределение: [2], раздел II, глава 1, задачи 6 - 12.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.

2. Эмпирическая функция распределения.

Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов

Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 2. – Точечные оценки параметров распределения. Свойства оценок:

[2], раздел II, глава 2, задачи 8 – 10, 16-19, 35;

Домашнее задание 3. – Эффективность оценок:

[2], раздел II, глава 6, задачи 1-3, 5, 6, 13 - 15.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Выборочные числовые характеристики.

2. Понятие статистической оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.

3. Несмещенная и состоятельная оценка математического ожидания.

4. Несмещенные и состоятельные оценки теоретических начальных моментов.

5. Несмещенная и состоятельная оценка генеральной дисперсии.

6. Теорема Слуцкого. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов.

7. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.

8. Асимптотически нормальный характер основных выборочных характеристик.

9. Эффективность оценок (по Рао-Фреше-Крамеру). Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

10. Эффективная оценка математического ожидания нормального распределения (генеральная дисперсия известна).

11. Относительная частота «успеха» как эффективная оценка неизвестной вероятности в схеме испытаний Бернулли.

12. Асимптотически эффективные оценки. Асимптотическая эффективность несмещенной оценки генеральной дисперсии в случае нормального распределения.

Типовые оценочные средства по теме 3.

Домашнее задание 4. – Методы моментов и максимального правдоподобия:

[2], раздел II, глава 4, § 1, задачи 2, 5, 13 - 17; § 2, задачи 1, 4 – 7, 15 - 17.

Домашнее задание 5. – Метод наименьших квадратов:

[2], раздел II, глава 5, задачи 5 - 10.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.

2. Метод максимального правдоподобия (дискретное, непрерывное распределение, нерегулярные случаи).

3. Метод наименьших квадратов.

Контрольная работа №1 по темам 2-3. Точечные оценки параметров распределения, методы построения оценок.

1. Для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-b}{\theta}} \quad (x \geq b, \theta > 0, b > 0)$$

методом моментов найти оценку параметра θ при известном b . Полученную оценку исследовать на несмещенность и состоятельность.

2. Методом максимального правдоподобия найти оценку параметра θ для геометрического распределения с вероятностью «успеха»

$$P = \frac{1}{1+\theta} \quad (\theta \geq 0).$$

Полученную оценку исследовать на эффективность.

3. Случайная величина равномерно распределена на $[a; b]$. Методом максимального правдоподобия найти оценку параметра a при известном b . На основе полученной оценки построить несмещенную оценку.
4. Пусть $F(x) = e^{x-\theta}$ ($x \leq \theta$) - функция распределения случайной величины. Найти несмещенную оценку параметра θ на основе x_{\max} и доказать ее сверхэффективность.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 6. – Основные распределения в статистике:

[2], раздел II, глава 3, задачи 4, 5, 7, 9.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Основные распределения в статистике: распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера-Снедекора.
2. Квантили, процентные и критические точки.
3. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности.

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 7. – Интервальные оценки параметров нормального распределения:

[2], раздел II, глава 7, § 1, задачи 3, 9, 10, 12 - 15.

Домашнее задание 8. – Интервальные оценки параметров нормального распределения (продолжение):

[2], раздел II, глава 7, § 1, задачи 16-19, 25-26.

Домашнее задание 9. – Асимптотические доверительные интервалы:

[2], раздел II, глава 7, § 2, задачи 5, 8, 10, 13, 16, 19, 20, 22.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Понятие доверительного интервала. Точность и надежность оценки.
2. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии.
3. Доверительный интервал для дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону при известном математическом ожидании; при неизвестном математическом ожидании.
4. Асимптотические доверительные интервалы. Методы их построения.
5. Асимптотический доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.
6. Доверительный интервал для параметра распределения Пуассона.
7. Интервальная оценка для параметра показательного распределения.
8. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормальных распределений.

Типовые оценочные материалы по теме 6

Домашнее задание 10. – Проверка статистических гипотез для одной выборки:

[2], раздел II, глава 8, § 2, задачи 4, 6, 7, 10, 17, 18, 20, 21.

Домашнее задание 11. – Проверка гипотез для двух выборок:

[2], раздел II, глава 8, § 3, пункт А) задачи 1, 4, 5;

пункт Б) задачи 1, 5, 6 – 8, 14 - 16.

Домашнее задание 12. – Проверка гипотез для нескольких выборок. Однофакторный дисперсионный анализ:

[2], раздел II, глава 8, § 4 задачи 1 - 5; глава 10, задачи 1 - 5.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Статистический критерий. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
2. Критическая область; область принятия гипотезы. Критические точки. Общая схема проверки статистической гипотезы.
3. Критерий отношения правдоподобия и пример его построения.
4. Проверка гипотезы о неизвестном среднем в случае нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии для одной выборки.
5. Проверка гипотезы о неизвестной дисперсии для одной выборки в случае нормального распределения.
6. Проверка гипотезы о неизвестной вероятности «успеха» в испытаниях Бернулли.
7. Проверка гипотезы о равенстве средних для двух зависимых выборок: парные наблюдения.
8. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых выборок в случае нормального распределения.
9. Проверка гипотезы о равенстве средних при известных дисперсиях; при неизвестных, но равных дисперсиях для двух независимых выборок в случае нормального распределения.
10. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в двух сериях испытаний Бернулли.
11. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена.
12. Суть дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве групповых средних.
13. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в нескольких сериях испытаний Бернулли.

Типовые оценочные средства по теме 7

Домашнее задание 13. – Критерии согласия:

- [2], раздел II, глава 8, § 5, пункт А) задачи 3, 5, 6, 7, 9;
пункт Б) задачи 1 - 4.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Критерий согласия Пирсона.
2. Критерий согласия Колмогорова.

Контрольная работа 2 по темам 5 - 7

1. Случайная величина имеет плотность распределения $f(x, a) = cxe^{-ax}$ ($x \geq 0, a > 0$). Найти константу c . Методом функционального преобразования построить асимптотический доверительный интервал для параметра a .
2. Случайная величина имеет распределение Пуассона с параметром λ . Требуется на уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \lambda = \lambda_0$ при конкурирующей гипотезе $H_1: \lambda = \lambda_1 > \lambda_0$. Построить критерий отношения правдоподобия, используя нормальное приближение. Найти объем выборки, необходимый для достижения ошибок первого и второго рода α и β .
3. В таблице представлены данные о расходе сырья на одно изделие для двух разных технологий изготовления.

	старая технология			новая технология			
расходы сырья	304	307	308	303	304	306	308
число	1	4	4	2	6	4	1

изделий							
---------	--	--	--	--	--	--	--

Полагая, что расходы сырья по каждой технологии имеют нормальное распределение, на уровне значимости 0,05 выяснить, дает ли новая технология экономию в среднем расходе сырья.

4. Распределение 200 элементов по времени безотказной работы (в часах) представлена в таблице.

Время x_i	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Число элементов n_i	133	45	15	4	2	1

На уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что срок службы элементов имеет показательное распределение.

5. Инвестор имеет данные о доходности актива A_1 за 10 лет, актива A_2 - за 12 лет, актива A_3 - за 15 лет, актива A_4 - за 16 лет. Исправленные выборочные дисперсии доходности равны 0,25; 0,40; 0,36; 0,46 соответственно. Можно ли утверждать на уровне значимости 0,05, что риск вложений в эти активы одинаков (в предположении, что доходности активов распределены нормально)?
6. Фирма имеет 15 магазинов в трех регионах: 5 – в первом, 6 – во втором, 4 – в третьем. Объемы продаж за отчетный период (в условных единицах) по каждому магазину представлены в таблице.

Магазин	Регион		
	1	2	3
1	75	59	69
2	95	85	100
3	81	66	98
4	121	91	89
5	93	94	
6		97	

Можно ли утверждать на уровне значимости 0,01, что продажи во всех регионах идут в среднем одинаково? (объемы продаж в каждом регионе имеют нормальное распределение)

Типовые оценочные средства по теме 8

Домашнее задание 14. – Проверка гипотез об однородности выборок:

1. В течение месяца выборочно осуществлялось проверка торговых точек города по продаже овощей. Результаты двух проверок по недовесам покупателям одного вида овощей приведены в таблице:

Интервалы недовесов (г)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Частоты для выборки 1	3	9	12	20	8	5	24	14	5
Частоты для выборки 2	5	12	8	25	10	8	20	7	5

Можно ли считать на уровне значимости 0,05 по результатам двух проверок (случайных выборок), что недовесы овощей описываются одной и той же функцией распределения?

- а) использовать критерий χ^2
- б) использовать критерий Колмогорова – Смирнова.

2. Две группы выпускников двух высших учебных заведений по шесть человек в каждой получили оценки своих административных способностей (в баллах), приведенные в таблице:

x	15	23	25	26	28	31
y	17	19	22	24	27	30

Можно ли утверждать на уровне значимости 0,05, что нет существенных различий в уровне подготовки выпускников этих вузов? Использовать критерий Вилкоксона.

3. Имеются две независимых выборки значений (в усл. ед.) объемов $n_1 = 10$ и $n_2 = 8$ показателей качества однотипной продукции, изготовленной двумя фирмами:

x_i	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41
y_i	16	20	24	28	32	36	40	44		

Выяснить, используя критерий Вилкоксона – Манна – Уитни, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одной и той же функцией распределения.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Критерий Колмогорова-Смирнова проверки гипотезы об однородности двух выборок.
2. Критерий χ^2 проверки гипотезы об однородности двух выборок.
3. Критерий Вилкоксона проверки гипотезы об однородности двух выборок.
4. Критерий Вилкоксона-Манна-Уитни.

Типовые оценочные материалы по теме 9

Домашнее задание 15. – Элементы корреляционного и регрессионного анализа:

1. В таблице представлены цены на товары А, В и С (в руб.) в десяти городах России на январь 2015 года:

Город	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Цена на товар А	3410	3183	3209	3400	3600	4418	3634	4033	3909	3416
Цена на товар В	12500	13857	14150	12697	13000	14120	10678	12163	12833	14400
Цена на товар С	4875	7125	4998	5170	5476	6466	4200	4720	4354	5440

Вычислить выборочные коэффициенты корреляции между ценами: а) на товар А и товар В; б) на товар А и товар С; в) на товар В и товар С.

В каждом случае проверить нулевую гипотезу на уровне значимости 0,05. Сделать вывод о зависимости цен.

2. Годовые прибыли фирмы (в тыс. долларов) за 5 лет представлены в следующей таблице:

Год	1	2	3	4	5
Прибыль	99	112	120	135	144

Провести линейную регрессию и дать прогноз на следующий год.

Вопросы для подготовки к опросу

- 1.Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости
- 2.Выборочный коэффициент корреляции и проверка гипотезы о его значимости
- 3.Парная линейная регрессия.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК ОС-1	Способность осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	ОПК ОС-1.1	Способность осуществлять доказательство теоретических основ теории вероятности и математической статистики
		ОПК ОС -1.2	Способен обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных
		ОПК ОС -1.3	Способен анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты
		ОПК ОС -1.4	Способен проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК ОС-1.1	Знает основы теории вероятностей и математической статистики.	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.2	Умеет обрабатывать статистическую информацию и получать статистически обоснованные выводы, осуществлять наглядную визуализацию данных	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.3	Умеет анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	Указан в РПД в пределах основной литературы
ОПК ОС -1.4	Умеет проводить статистические тесты и строить доверительные интервалы, определять статистические свойства полученных оценок	Указан в РПД в пределах основной литературы

4.3.2. Типовые оценочные средства.

Вопросы для подготовки к экзамену.

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.
2. Эмпирическая функция распределения.
3. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов.
4. Выборочные числовые характеристики.
5. Понятие статистической оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.
6. Несмещенная и состоятельная оценка математического ожидания.
7. Несмещенные и состоятельные оценки теоретических начальных моментов.
8. Несмещенная и состоятельная оценка генеральной дисперсии.
9. Теорема Слуцкого. Сходимость по вероятности выборочных центральных моментов.
10. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям в классе линейных функций.
11. Асимптотически нормальный характер основных выборочных характеристик.
12. Эффективность оценок (по Рао-Фреше-Крамеру). Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

13. Эффективная оценка математического ожидания нормального распределения (генеральная дисперсия известна).
14. Относительная частота «успеха» как эффективная оценка неизвестной вероятности в схеме испытаний Бернулли.
15. Асимптотически эффективные оценки. Асимптотическая эффективность несмещенной оценки генеральной дисперсии в случае нормального распределения.
16. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
17. Метод максимального правдоподобия (дискретное, непрерывное распределение, нерегулярные случаи).
18. Метод наименьших квадратов.
19. Основные распределения в статистике: распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера-Снедекора.
20. Квантили, процентные и критические точки.
21. Понятие доверительного интервала. Точность и надежность оценки.
22. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии.
23. Доверительный интервал для дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону при известном математическом ожидании; при неизвестном математическом ожидании.
24. Асимптотические доверительные интервалы. Методы их построения.
25. Асимптотический доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.
26. Доверительный интервал для параметра распределения Пуассона.
27. Интервальная оценка для параметра показательного распределения.
28. Доверительный интервал для разности математических ожиданий двух нормально распределенных генеральных совокупностей.
29. Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Статистический критерий. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
30. Критическая область; область принятия гипотезы. Критические точки. Общая схема проверки статистической гипотезы.
31. Критерий отношения правдоподобия и пример его построения.
32. Проверка гипотезы о неизвестном среднем в случае нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии для одной выборки.
33. Проверка гипотезы о неизвестной дисперсии для одной выборки в случае нормального распределения.
34. Проверка гипотезы о неизвестной вероятности «успеха» в испытаниях Бернулли.
35. Проверка гипотезы о равенстве средних для двух зависимых выборок: парные наблюдения.
36. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых выборок в случае нормального распределения.
37. Проверка гипотезы о равенстве средних при известных дисперсиях; при неизвестных, но равных дисперсиях для двух независимых выборок в случае нормального распределения.
38. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в двух сериях испытаний Бернулли.
39. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена.
40. Суть дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве групповых средних.
41. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в нескольких сериях испытаний Бернулли.
42. Критерий согласия Пирсона.
43. Критерий согласия Колмогорова.

44. Критерий Колмогорова-Смирнова проверки гипотезы об однородности двух выборок.
45. Критерий χ^2 проверки гипотезы об однородности двух выборок.
46. Критерий Вилкоксона проверки гипотезы об однородности двух выборок.
47. Критерий Вилкоксона – Манна – Уитни проверки гипотезы об однородности двух выборок.
48. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
49. Выборочный коэффициент корреляции и проверка гипотезы о его значимости.
50. Парная линейная регрессия.

Задачи для самостоятельного решения для подготовки к экзамену указаны в типовых оценочных средствах для текущей аттестации.

Шкала оценивания.

Оценивание осуществляется в соответствии со шкалой оценивания на основании формулы:

$$I = 0.25 \frac{\sum_{i=1}^n B_i}{n} + 0.25 \frac{\sum_{j=1}^k B_{c_j}}{k} + 0.5 \text{ Экз}$$

где n – число домашних заданий; k – число контрольных работ, B_i – оценка за домашнее задание по 10-ти бальной шкале, B_{c_j} – оценка за контрольную работу по 10-ти бальной шкале, I – итоговое количество баллов, причем оценка за экзамен должна быть не менее 4 баллов.

10-бальная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/«Не зачтено»	Определение
10	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, знакомство с дополнительной литературой, полный и правильный ответ, творческий подход в понимании и изложении учебного материала
9	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, полный и правильный ответ
8	Отлично	Зачтено	Полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
7	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
6	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе
5	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы
4	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий промежуточного контроля и при ответе.
3	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются существенные, допущены существенные ошибки при ответе, необходима некоторая дополнительная работа.
2	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются пробелы в знаниях по значительной части учебного материала, допущены существенные ошибки при ответе, необходима значительная дополнительная учебная работа.
1	Неудовлетворительно	Не зачтено	Не выполнены предусмотренные программой задания, не отработаны практические или лабораторные занятия, необходимы дополнительные занятия по соответствующей дисциплине.
0	Неудовлетворительно	Не зачтено	Нарушение академических норм (плагиат и т.п.)

4.4. Методические материалы

Экзамен проводится в аудитории. Студент выбирает случайным образом билет, содержащий два теоретический вопроса и задачу. Время подготовки к собеседованию не менее 30 и не более 45 минут. При подготовке к собеседованию студенту запрещается использовать на экзамене какие-либо дополнительные материалы и электронные средства.

В случае, если дисциплина полностью или частично проводилась с применением технологий электронного обучения и/или дистанционных технологий, зачет может производиться с использованием системы СДО Академии и применением прокторинга.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению домашних заданий

Приступая к выполнению домашних заданий, нужно, прежде всего, уяснить теоретический материал, соответствующий теме домашнего задания, и тщательно разобрать примеры, рассмотренные на лекциях и решенные на практических занятиях.

Каждый этап решения задачи нужно обосновывать, исходя из теоретических положений курса. Если есть несколько путей решения задачи, то их нужно сравнить и выбрать самый удобный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения задачи.

1. При проверке статистической оценки параметра на состоятельность (тема 2), нужно сначала проверить ее на несмещенность и воспользоваться свойством несмещенной оценки. При проверке оценки на эффективность (тема 2) сначала нужно убедиться, что эта оценка несмещенная, потом найти ее дисперсию и, наконец, информацию Фишера.
2. При отыскании точечных оценок параметров методом максимального правдоподобия нужно иметь в виду, что возможны нерегулярные случаи – и тогда оценка получается иначе, чем в регулярном случае (тема 3).
3. При построении интервальных оценок (тема 5) следует обратить внимание на методику построения асимптотических доверительных интервалов.
4. Прежде чем решать задачи на проверку статистических гипотез (темы 6-8), сначала следует тщательно разобраться в общей схеме проверки любой статистической гипотезы. Следует обратить внимание на особенности использования критерия согласия Пирсона в зависимости от того, известны ли параметры распределения или они оценены по выборке.

Методические указания по подготовке к опросу

При подготовке к опросу переходить к следующему вопросу следует только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления.

Особое внимание нужно обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

Нужно помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждений. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательствах. Следует добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схему доказательства теоремы. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал.

Методические указания по подготовке к контрольным работам

При подготовке к контрольным работам рекомендуется:

- повторить те положения теории, которые используются при решении задач;
- просмотреть решения всех типовых задач по теме;
- решить задачи, заданные для подготовки к контрольной работе;
- при возникновении вопросов обратиться к преподавателю по электронной почте с

указанием конкретной проблемы и (или) прийти к преподавателю на консультацию в установленное время.

Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентом осуществляется для закрепления изученного материала после лекций и практических занятий для выполнения домашних заданий, для подготовки к опросу и контрольным работам.

Ниже для краткости указанные в п. 6.1 учебные пособия обозначаются заключенными в квадратные скобки номерами из списка основной литературы.

№ п/п	Тип занятия	Указания
Тема 1. Основные понятия и задачи математической статистики.		
1	Л; ПЗ	Генеральная совокупность и выборочный метод. Графическое и табличное представление данных. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 1. Решить задачи 1-5 в конце главы. Выполнить домашнее задание 1.
Тема 2. Точечные оценки параметров распределения.		
2	Л; ПЗ	Точечные оценки параметров. Свойства оценок. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 2, § 2.1 - §2.3, §2.5. Решить задачи 6, 8, 20, 21, 34 гл. 2, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 2.
3	Л, ПЗ	Эффективность оценок. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 2, §2.4. Решить задачи 1, 14, 15 гл. 6, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 3.
Тема 3. Методы построения оценок.		
4	Л, ПЗ	Методы моментов и максимального правдоподобия. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 3, §3.1 - §3.2. Решить задачи 2, 3, 5, 6 в конце главы. Выполнить домашнее задание 4.
5	Л ПЗ (КР1)	Метод наименьших квадратов. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 3, § 3.3 Решить задачи 9, 10 в конце главы. Выполнить домашнее задание 5. Контрольная работа 1: Точечные оценки параметров и методы их получения. Для подготовки использовать материалы занятий 1-4 и примерный вариант контрольной работы 1.
Тема 4. Основные распределения в статистике.		
6	Л; ПЗ	Проработать материал: лекция; [1], раздел II, гл. 4, §4.1, §4.4-§4.6. Решить задачу 9 в конце главы. Выполнить домашнее задание 6.
Тема 5. Интервальные оценки.		
7	Л; ПЗ	Интервальные оценки параметров нормального распределения. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 5, §5.1-§5.2 (пункты 5.2.1 и 5.2.2) Решить задачи в конце главы. Выполнить домашнее задание 7.
8	Л; ПЗ	Интервальные оценки параметров нормального распределения. (продолжение) Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 5, § 5.2 (пункты 5.2.3 и 5.2.4) Решить задачи 12-16, гл. 7 § 1, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 8.
9	Л; ПЗ	Асимптотические доверительные интервалы. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 5, § 5.3- § 5.4 Решить задачи 7, 15, 16, 17, 18 гл. 7 § 2, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 9.
Тема 6. Проверка статистических гипотез.		

№ п/п	Тип занятия	Указания
10	Л; ПЗ	Критерий отношения правдоподобия. Проверка гипотез для одной выборки. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 6, § 6.1, §6.2, §6.4 Решить задачи 6, 9, 11, 12, 14 гл. 8, § 2, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 10.
11	Л; ПЗ	Проверка гипотез для двух выборок. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 6, § 6.5- § 6.6 Решить задачи 3, 4 гл. 8, § 3, пункт А, раздел II из [2]; задачи 1, 4, 6, 9 гл. 8, § 3, пункт Б, раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 11.
12	Л; ПЗ	Проверка гипотез для нескольких выборок. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 6, § 6.; гл. 7, §7.3. Решить задачи 1, 2, 4, 5 §4, гл. 8, раздел II из [2]; задачи 1, 2, 3 гл. 10, раздел II из [2] Выполнить домашнее задание 12.
Тема 7. Критерии согласия.		
13	Л; ПЗ	Критерии согласия. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 7, §7.1-§7.2 Решить задачи 5, 6, 8 §5 (пункт А), раздел II из [2]. Выполнить домашнее задание 13.
Тема 8. Проверка гипотез об однородности выборок		
14	Л; ПЗ (КР2)	Проверка гипотез об однородности выборок. Проработать материал лекции. Выполнить домашнее задание 14 Контрольная работа 2. Интервальные оценки и проверка гипотез. Для подготовки использовать материалы занятий 7-13 и примерный вариант контрольной работы 2.
Тема 9. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа		
15	Л; ПЗ	Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 8, §8.1 - §8.2. Решить задачу 1, гл. 9, раздел II из [2] Выполнить домашнее задание 15.
16	Л; ПЗ	Парная линейная регрессия. Проработать материал: лекции; [1], раздел II, гл. 8, § 8.4. Решить задачу 6 в конце главы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Фадеева Л.Н. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2006.
2. Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007.

6.2. Дополнительная литература.

1. Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов - М. : Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Отдельное обеспечение не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Гмурман В.Е. РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для прикладного бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника), http://www.biblio-online.ru/thematic/?5&id=urait.content.795BB6C2-D2F6-4B7C-B7A4-5CD1002EAE4C&type=c_pub

2. Калинина В.Н. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 2-е изд., пер. и доп. Учебник для академического бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника)

http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.356F1698-E1E1-41E7-84B8-653045387D71&type=c_pub

3. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами, -М.: Лань, 2005 (Электронная версия учебника)

<https://e.lanbook.com.ezproxy.ranepa.ru:2443/book/2198#authors>

4. <http://lms.ranepa.ru>

6.6. Иные источники.

Не предусмотрены.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

7.1 Требования к аудиториям (помещениям, кабинетам) для проведения занятий с указанием соответствующего оснащения: аудитория (доска, мел, маркеры)

7.2 Требования к программному обеспечению при прохождении учебной дисциплины: не требуется.