

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

ИНСТИТУТ ЭМИТ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИКИ  
кафедра Эконометрики и математической экономики

УТВЕРЖДЕНА  
на заседании кафедры Эконометрики и  
математической экономики  
Протокол от «02» июня 2021 г. № 10

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Индекс Б1.В.04 Методы оптимизации

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность «Экономика и финансы»

квалификация бакалавр

очная форма обучения

Год набора - 2021

Москва, 2021 г.

**Автор(ы)—составитель(и):** д.т.н. проф. кафедры эконометрики и математической экономики Ушаков В.К.

Заведующий кафедрой  
эконометрики и математической экономики, к. ф.-м. н, Носко В.П.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	13
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	14
6.1. Основная литература .....	14
6.2. Дополнительная литература .....	14
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы .....	15
6.4. Нормативные правовые документы .....	15
6.5. Интернет-ресурсы .....	15
6.6. Иные источники .....	15
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	16

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Методы оптимизации» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС I-2	Способность использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС I – 2.3	Знает основные методы дискретной оптимизации
		ПКр ОС I – 2.4	Умеет решать прикладные задачи дискретной оптимизации, в том числе задачи линейного программирования

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ведение аналитической работы в области экономики и финансов	ПКр ОС I – 2.3	на уровне знаний: теоретические основ методов дискретной оптимизации
	ПКр ОС I – 2.4	на уровне умений: осуществлять расчеты, связанные с решением прикладных задач оптимизации

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

4 ЗЕ, 66/49,5 ак. часа на контактную работу с преподавателем, 42 ак. часов на самостоятельную работу обучающихся;

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

- Б1.В.03 «Методы оптимизации», 1 курс, 2 семестр
- дисциплина реализуется параллельно с изучением дисциплин:  
алгебра  
алгоритмизация и программирование
- дисциплина может реализоваться частично или полностью с применением ЭО и/или ДОТ. Учебные материалы дисциплины размещаются по адресу [lms.ganepa.ru](http://lms.ganepa.ru)
- форма промежуточной аттестации – экзамен.

## 3. Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Безусловная оптимизация.	8	2		2		4	ДЗ
Тема 2	Условная оптимизация. Метод множителей Лагранжа. Математическое	18	6		6		6	ДЗ, КР 1

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточно й аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
	программирование.							
Тема 3	Выпуклый анализ.	20	8		8		4	ДЗ
Тема 4	Общая задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.	16	6		6		4	ДЗ
Тема 5	Общая задача линейного программирования. Методы решения.	8	2		2		4	ДЗ
Тема 6	Транспортная задача.	10	2		2		6	ДЗ, КР 2
Тема 7	Методы решения задач выпуклого программирования.	10	2		2		6	ДЗ, КР 3
Тема 8	Дискретное программирование.	8	2		2		4	ДЗ, КР 4
Тема 9	Динамическое программирование.	8	2		2		4	ДЗ
		2						консультация
Промежуточная аттестация		36						экзамен
Всего:		144/108	32/24		32/24		42/31,5	

Примечание: \* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (КР), Домашнее задание(ДЗ)

Примечание \*\*: в рамках указанной контактной работы с обучающимися учебные занятия могут проводиться с использованием ДОТ и/или ЭО

### Содержание дисциплины

#### Тема 1 Безусловная оптимизация.

Определение локального и глобального экстремумов. Условия локального экстремума для функций одной и нескольких переменных. Градиент и его геометрическая интерпретация. Теорема Ферма.

#### Тема 2 Условная оптимизация. Метод множителей Лагранжа. Математическое программирование.

Понятие условного экстремума. Задача на условный экстремум при ограничениях типа равенств. Функция Лагранжа. Теорема Лагранжа о необходимых условиях экстремума. Доказательство её. Геометрическая интерпретация условий экстремума. Примеры решения задач на условный экстремум.

#### Тема 3 Выпуклый анализ.

Выпуклые множества. Замкнутые, открытые и ограниченные множества. Определения и свойства. Теорема отделимости. Теорема об опорной гиперплоскости. Выпуклые и вогнутые функции. Определения и свойства. Примеры. Крайние точки. Теорема Крейна-Мильмана (без доказательства). Свойства максимумов и минимумов выпуклых и вогнутых функций на выпуклых множествах.

#### Тема 4 Общая задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

Задачи выпуклого (вогнутого) программирования. Функция Лагранжа для этих задач. Теорема Куна-Таккера. Условия экстремума. Дифференцируемая и недифференцируемая формы условий. Формулировки теорем. Доказательство теоремы Куна-Таккера. Теорема об огибающей. Интерпретация множителей Лагранжа. Примеры решения задач выпуклого программирования.

**Тема 5 Общая задача линейного программирования. Методы решения.**

Линейное программирование. Примеры. Теоремы двойственности. Геометрическая интерпретация.

**Тема 6 Транспортная задача.**

Формулировки транспортной задачи и задачи о назначении. Понятие о симплекс-методе.

**Тема 7 Методы решения задач выпуклого программирования.**

Элементы численных методов решения экстремальных задач с ограничениями.

**Тема 8 Дискретное программирование.**

Задачи дискретного программирования. Метод ветвей и границ.

**Тема 9 Динамическое программирование.**

Дискретное динамическое программирование. Уравнение Беллмана.

**4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

**4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости, обучающихся и промежуточной аттестации.**

**4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.03 «Методы оптимизации» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:**

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Домашнее задание 1
Тема 2	Домашнее задание 2 Контрольная работа 1
Тема 3	Домашнее задание 3
Тема 4	Домашнее задание 4
Тема 5	Домашнее задание 5
Тема 6	Домашнее задание 6 Контрольная работа 2
Тема 7	Домашнее задание 7 Контрольная работа 3
Тема 8	Домашнее задание 8 Контрольная работа 4
Тема 9	Домашнее задание 9

**4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств):** в виде письменного ответа на два теоретических вопроса.

**4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся**

**Типовые оценочные материалы по теме 1**

**Домашнее задание.** Найти точки локального экстремума функции:

$$z = x^3 + y^3 - 3 \cdot x \cdot y$$

**Типовые оценочные материалы по теме 2**

**Домашнее задание.** Найти методом Лагранжа точки условного экстремума функции  $z = f(x, y)$  при условии, что  $x$  и  $y$  связаны соотношением  $\varphi(x, y) = 0$ :

$$z = x \cdot y; \quad x^2 + y^2 = 2.$$

**Решение:**

Записываем функцию Лагранжа:

$$L(x, y, \lambda) = x \cdot y + \lambda \cdot (x^2 + y^2 - 2)$$

Записываем условия стационарности и находим стационарные точки:

$$\begin{cases} L'_x(x, y, \lambda) = y + 2\lambda x = 0 \\ L'_y(x, y, \lambda) = x + 2\lambda y = 0 \\ L'_\lambda(x, y, \lambda) = x^2 + y^2 - 2 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} \lambda = -0,5 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ \lambda = -0,5 \\ x = -1 \\ y = -1 \\ \lambda = 0,5 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ \lambda = 0,5 \\ x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

В каждой из стационарных точек вычисляем определитель:

$$\Delta = - \begin{vmatrix} 0 & 2x & 2y \\ 2x & 2\lambda & 1 \\ 2y & 1 & 2\lambda \end{vmatrix}$$

В точках  $M_1(1;1)$  и  $M_2(-1;-1)$  определитель отрицателен и, следовательно, эти точки являются точками локального максимума функции  $z = x \cdot y$ . В точках  $M_3(1;-1)$  и  $M_4(-1;1)$  определитель положителен и, следовательно, эти точки являются точками локального минимума функции  $z = x \cdot y$ .

**Ответ:** Точки  $M_1(1;1)$  и  $M_2(-1;-1)$  - точки локального максимума; точки  $M_3(1;-1)$  и  $M_4(-1;1)$  - точки локального минимума.

### **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 (10 баллов).**

Найти методом Лагранжа условные экстремумы функций  $z = f(x, y)$  при условии, что  $x$  и  $y$  связаны соотношением  $\varphi(x, y) = 0$ :

1.  $z = 2x + 4y, \quad x^2 + y^2 = 12$  (5 баллов).
2.  $z = x^2 + 2xy + y^2, \quad x + 2y^2 = 4$  (5 баллов).

### **Типовые оценочные материалы по темам 3-4**

**Домашнее задание.** Найти производную функции

$u(x, y, z) = x \cdot y + z \cdot y + x \cdot z$  в точке  $M(2;1;3)$  по направлению  $\vec{S} = MN$ , где точка  $N(5;5;15)$ .

**Домашнее задание.** Проверить выпуклость функции

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2).$$

### Типовые оценочные материалы по темам 5-6

**Домашнее задание.** Задачу линейного программирования решить графическим методом:

$$F = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

**Ответ:**  $X_{\max} = (x_1^*; x_2^*) = (8; 0)$ ,  $F_{\max} = 16$ .

**Домашнее задание.** Задачу линейного программирования решить симплекс-методом:

$$F = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

**Ответ:**  $X_{\max} = (x_1^*; x_2^*) = (8; 0)$ ,  $F_{\max} = 16$ .

**Домашнее задание.** Решить транспортную задачу:

	45	35	55	65
40	4	1	2	5
60	3	2	3	7
90	4	4	5	2

**Ответ:**  $F_{\min} = 455$ .

### **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2 (10 баллов).**

1. Задачу линейного программирования решить графическим методом (2 балла):

$$F = -5x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \geq 0 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

2. Задачу линейного программирования решить симплекс-методом (4 балла):

$$F = x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_4 = 1 + x_1 + x_2 - 2x_3 \\ x_5 = 2 - x_1 - x_2 - 3x_3 \\ x_6 = 1 + x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x_i \geq 0 (i = \overline{1,6}) \end{cases}.$$

3. Решить транспортную задачу (4 балла):

	40	90	40	50	50
90	4	3	8	5	7
70	7	4	7	3	7
110	8	4	4	7	3

### Типовые оценочные материалы по теме 7

**Домашнее задание.** Решить задачу выпуклого программирования:

$$Z = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_1x_2 + 2x_1 + 16x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

### **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3 (10 баллов).**

Решить задачу выпуклого программирования:

$$Z = x_1^2 + 9x_2^2 - 12x_1 - 36x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -1 \leq x_1 \leq 4 \\ 1 \leq x_2 \leq 2 \end{cases}.$$

### Типовые оценочные материалы по теме 8

**Домашнее задание.** Решить задачу целочисленного линейного программирования:

$$Z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ -3x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые числа} \end{cases}.$$

#### **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4 (10 баллов).**

Решить задачу целочисленного линейного программирования:

$$Z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые числа} \end{cases}.$$

#### **Типовые оценочные материалы по теме 9**

**Домашнее задание.** Найти оптимальное распределение ресурсов в количестве 40000 ед. между двумя отраслями в течение 4 лет. Средства «х», вложенные в первую и во вторую отрасли в начале года, в конце года дают соответственно прибыли  $0,4x$  и  $0,3x$  и возвращаются в размере соответственно  $0,5x$  и  $0,8x$ . В конце года все возвращенные средства заново перераспределяются, новые средства не поступают, прибыль в производство не вкладывается.

#### **4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.**

##### **4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования**

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС I-2	Способность использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС I – 2.3	Знает основные методы дискретной оптимизации
		ПКр ОС I – 2.4	Умеет решать прикладные задачи дискретной оптимизации, в том числе задачи линейного программирования

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС I – 2.3	Знает основные методы дискретной оптимизации	Указан в РПД в пределах основной литературы
ПКр ОС I – 2.4	Умеет решать прикладные задачи дискретной оптимизации, в том числе задачи линейного программирования	Указан в РПД в пределах основной литературы

#### 4.3.2. Типовые оценочные средства.

##### Список вопросов для подготовки к экзамену:

1. Привести общую постановку задачи линейного программирования в стандартной и в канонической формах.
2. Дать определения базисных и свободных переменных, допустимого базисного решения задачи линейного программирования.
3. Доказать теорему об оптимальном решении задачи линейного программирования.
4. Изложить геометрический метод решения задачи линейного программирования. Привести пример.
5. Сформулировать идею и привести геометрическую интерпретацию симплекс-метода. Привести пример.
6. Изложить алгоритм нахождения первоначального допустимого базисного решения задачи линейного программирования. Привести пример.
7. Привести экономико-математическую модель транспортной задачи. Изложить метод наименьших затрат. Привести пример.
8. Сформулировать критерий оптимальности базисного распределения поставок. Доказать теорему о потенциалах. Привести пример.
9. Изложить алгоритм распределительного метода решения транспортной задачи. Привести пример.
10. Изложить алгоритм решения задачи о максимальном потоке. Привести пример.
11. Привести примеры задач дискретного программирования. Дать общую постановку задачи целочисленного линейного программирования.
12. Изложить метод отсечения Гомори для решения задачи целочисленного линейного программирования. Привести пример.
13. Изложить метод ветвей и границ для решения задачи целочисленного линейного программирования. Привести пример.
14. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях безусловного экстремума.
15. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
16. Сформулировать критерий Сильвестра.
17. Сформулировать теорему о необходимых и достаточных условиях условного экстремума.
18. Дать определение выпуклого множества. Привести примеры.
19. Доказать теорему о выпуклом многограннике.
20. Сформулировать теорему отделимости.
21. Дать геометрическое и аналитическое определения выпуклой (вогнутой) функции, сформулировать их свойства. Привести примеры.

22. Доказать теорему о локальном экстремуме выпуклой (вогнутой) функции.
23. Дать определение производной по направлению и градиента.
24. Сформулировать дифференциальный признак выпуклой функции.
25. Сформулировать теорему о необходимом и достаточном условии экстремума дифференцируемой выпуклой функции.
26. Привести общую постановку задачи выпуклого программирования.
27. Сформулировать теорему Куна-Таккера. Доказать необходимость ее условий.
28. Сформулировать теорему Куна-Таккера. Доказать достаточность ее условий.
29. Сформулировать теорему Куна-Таккера в «седловом» варианте.
30. Изложить метод наискорейшего спуска для решения задачи выпуклого программирования. Привести пример.
31. Изложить метод проекции градиента для решения задачи выпуклого программирования. Привести пример.
32. Привести общую постановку задачи динамического программирования. Сформулировать принцип оптимальности и вывести уравнения Беллмана.
33. Привести пример решения задачи динамического программирования об оптимальном распределении средств между предприятиями.
34. Привести пример решения задачи динамического программирования об оптимальном распределении ресурсов между отраслями.
35. Привести пример решения задачи динамического программирования о замене оборудования.

#### **Шкала оценивания.**

Оценка определяется по формуле:

- 1) Контрольная работа №1 - 10 баллов;
- 2) Контрольная работа №2 - 10 баллов;
- 3) Контрольная работа №3 - 10 баллов;
- 4) Контрольная работа №4 - 10 баллов.

Экзамен оценивается из 60 баллов.

Итоговая оценка представляет собой сумму оценок за контрольные работы и за экзамен.

10-балльная шкала	Традиционная шкала	
10	Отлично	96-100 баллов
9	Отлично	91-95 баллов
8	Отлично	81-90 баллов
7	Хорошо	71-80 баллов
6	Хорошо	61-70 баллов
5	Удовлетворительно	51-60 баллов
4	Удовлетворительно	41-50 баллов
3	Неудовлетворительно	31-40 баллов
2	Неудовлетворительно	21-30 баллов
1	Неудовлетворительно	11-20 баллов
0	Неудовлетворительно	0-10 баллов

#### **4.4. Методические материалы**

Экзамен проводится в аудитории. Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий.

Студент обязан являться на письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на письменный контроль знаний, не продлевается.

При себе студенты могут иметь только письменные принадлежности. Необходимую для выполнения работы бумагу выдает преподаватель.

Преподаватель раздает варианты работы. Листы с заданиями должны быть повернуты текстом вниз, чтобы студенты до окончания процедуры раздачи не могли начать выполнение работы. По окончании раздачи вариантов студентам разрешается перевернуть текст задания и одновременно приступить к выполнению работы. По окончании отведенного времени студенты одновременно заканчивают выполнение работы. Если работа завершена существенно раньше срока, то по разрешению преподавателя студент может покинуть аудиторию досрочно.

Мобильные телефоны должны быть выключены и убраны со столов, допускается использование калькуляторов, выполняющих только простые арифметические вычисления.

Во время проведения письменного контроля знаний студентам не разрешается пользоваться учебными программами, справочниками и прочими источниками информации.

Использование материалов, а также попытка общения с другими студентами или иными лицами, в том числе с применением электронных средств связи, несанкционированные перемещения и т.п. являются основанием для удаления студента из аудитории и последующего проставления в ведомость оценки «неудовлетворительно».

Во время проведения письменного контроля знаний студентам разрешается покинуть аудиторию только при условии сдачи работы в объеме, выполненном к моменту выхода из аудитории. Дальнейшее продолжение работы запрещается.

Ответы в работе без объяснений не засчитываются. Рисунки должны быть четкими, все линии графиков, используемых при ответах на вопросы задач, должны быть подписаны.

Продолжительность экзаменационной письменной работы 150 минут.

В случае, если дисциплина полностью или частично проводилась с применением технологий электронного обучения и/или дистанционных технологий, зачет может производиться с использованием системы СДО Академии и применением прокторинга.

## **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методические указания по выполнению домашнего задания

Для успешного усвоения дисциплины студенту необходимо регулярно заниматься самостоятельной работой: аудиторной и внеаудиторной. Студент регулярно должен прорабатывать темы лекционных занятий, занимаясь с конспектом лекций и рекомендованной литературой. Для отработки умения решения дифференциальных и разностных уравнений необходимо регулярно решать дополнительные (не разбираемые на семинарских занятиях) задачи.

В результате студент должен продемонстрировать знание основных теоретических понятий, методов решения дифференциальных и разностных уравнений, умение применять их при выполнении контрольных работ и решении задач, способность грамотно и четко формулировать их содержание на экзамене. Кроме того, при решении задач студент должен продемонстрировать умение логически верно строить рассуждение и обосновывать полученные результаты.

Методические указания по подготовке к контрольной работе

Любая контрольная работа проводится по всему пройденному к моменту написания данной работы материалу.

Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий. Студент обязан являться на

письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на письменный контроль знаний, не продлевается.

При себе студенты могут иметь только письменные принадлежности. Необходимую для выполнения работы бумагу выдает преподаватель.

Преподаватель раздает варианты по разработанной схеме. Листы с заданиями должны быть повернуты текстом вниз, чтобы студенты до окончания процедуры раздачи не могли начать выполнение работы. По окончании раздачи вариантов студентам разрешается перевернуть текст задания и одновременно приступить к выполнению работы. По окончании отведенного времени студенты одновременно заканчивают выполнение работы. Если работа завершена существенно раньше срока, то по разрешению преподавателя студент может покинуть аудиторию досрочно.

Мобильные телефоны должны быть выключены и убраны со столов, допускается использование калькуляторов, выполняющих только простые арифметические вычисления. Во время проведения письменного контроля знаний студентам не разрешается пользоваться учебными программами, справочниками и прочими источниками информации.

Использование материалов, а также попытка общения с другими студентами или иными лицами, в том числе с применением электронных средств связи, несанкционированные перемещения и т.п. являются основанием для удаления студента из аудитории и последующего проставления в ведомость оценки «неудовлетворительно» («незачет»). Любое обнаружение списывания заданий, выявленное в процессе проведения контрольного мероприятия или при проверке работ, влечет выставление оценки «неудовлетворительно» за всю контрольную работу.

Во время проведения письменного контроля знаний студентам разрешается покинуть аудиторию только при условии сдачи работы в объеме, выполненном к моменту выхода из аудитории. Дальнейшее продолжение работы запрещается.

Методические указания по проведению самостоятельной работы.

№ п/п	Тип занятия	Указания
Тема 1		
1	ПЗ	Необходимые и достаточные условия экстремума. Критерий Сильвестра.
Тема 2.		
2	ПЗ	Понятие условного экстремума. Задача на условный экстремум при ограничениях типа равенств. Функция Лагранжа.
	ПЗ	Теорема Лагранжа о необходимых условиях экстремума. Доказательство её. Геометрическая интерпретация условий экстремума.
	ПЗ	Примеры решения задач на условный экстремум.
Тема 3.		
3	ПЗ	Выпуклые множества. Замкнутые, открытые и ограниченные множества. Определения и свойства.
	ПЗ	Теорема отделимости. Теорема об опорной гиперплоскости.
	ПЗ	Выпуклые и вогнутые функции. Определения и свойства. Примеры.
	ПЗ	Крайние точки. Теорема Крейна-Мильмана (без доказательства). Свойства максимумов и минимумов выпуклых и вогнутых функций на выпуклых множествах.
Тема 4.		
4	ПЗ	Задачи выпуклого (вогнутого) программирования. Функция Лагранжа для этих задач. Теорема Куна-Таккера. Условия экстремума. Дифференцируемая и недифференцируемая формы условий. Формулировки теорем.

№ п/п	Тип занятия	Указания
	ПЗ	Доказательство теоремы Куна-Таккера. Теорема об огибающей. Интерпретация множителей Лагранжа.
	ПЗ	Примеры решения задач выпуклого программирования.
Тема 5.		
5	ПЗ	Линейное программирование. Примеры. Теоремы двойственности. Геометрическая интерпретация.
Тема 6.		
6	ПЗ	Формулировки транспортной задачи и задачи о назначении. Понятие о симплекс-методе.
Тема 7.		
7	ПЗ	Элементы численных методов решения экстремальных задач с ограничениями.
Тема 8.		
8	ПЗ	Задачи дискретного программирования. Метод ветвей и границ.
Тема 9.		
9	ПЗ	Дискретное динамическое программирование. Уравнение Беллмана.

## 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Основная литература.

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
2. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. Методы оптимизации. Учебное пособие. - Новосибирск: Изд-во НГУ, 2000 г. - 105 с.
3. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и упражнения. Учебное пособие. Новосибирск. Издательство НГУ. 2003 г.
4. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. Учебное пособие. — 2-ое издание, переработанное и дополненное. — Москва. Издательство «Физматлит», 2005 г. — 255 с. ISBN 5-9221-0590-6

### 6.2. Дополнительная литература.

1. Браверман Э.М. Математические модели планирования и управления в экономических системах. Москва. Издательство «Наука», 1976 г. 368 с.
2. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации: учебное пособие, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
3. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. Издательство «Айрис -пресс», 2002 г. 576 с. ISBN 5-8112-0042-0

### 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Отдельное обеспечение не предусмотрено

### 6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

### 6.5. Интернет-ресурсы.

<http://lms.ranepa.ru>

6.6. Иные источники.  
Не предусмотрены.

**7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

1. Компьютерный класс
2. Доступ в интернет и локальную сеть Академии
3. Проекционное оборудование
4. Программное обеспечение:
  - Windows/Linux/Mac OS
  - Wolfram Mathematica
  - Google Chrome