Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Экономический факультет, отделение национальной экономики
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала)

Кафедра эконометрики и математической экономики
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры национальной экономики
Протокол № 4-16/17 от «16» мая 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.Б.07 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

направление подготовки (специальность)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки (специальности)

«Экономика предприятий и организаций»

(направленность(и) (профиль (и)/специализация(ии)

бакалавр

(квалификация)

очная, очно-заочная, заочная

(форма(ы) обучения)

Год набора – 2016 г.

Москва, 2017

Автор(ы)–составитель(и):

Ермаков Ю.А., к.ф.-м.н., доцент	Кафедра эконометрики и математической экономики
(ученая степень и(или) ученое звание, должность)	*(наименование кафедры)*

Заведующий кафедрой

(наименование кафедры)	*(ученая степень и(или) ученое звание)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы..... 4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы…… 5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля)……...…….. 6
4. Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)…….……..……. 13
5. Учебная литература …….……..……..……. 25
6. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы ……..……..…. 26

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.07 «Математический анализ» имеет своей целью способствовать формированию у обучающихся профессиональных компетенций в соответствии с требованиями ОС ВО по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 «Экономика».

Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	ОПК-2.1.1 Этап 1	Способность обрабатывать информацию с использованием математических методов
		ОПК-2.2 Этап 2	

Изучение данной дисциплины начинает формирование компетенции ОПК-2, необходимой для дальнейшего ее развития в дисциплинах Б1.Б.09 «Теория вероятностей и математическая статистика» (ОПК-2.3.1), Б1.Б.15 «Статистика» (ОПК-2.3.2), ФТД.В.01 «Психология» (ОПК-2.4), Б1.Б.26 «Анализ финансового состояния предприятия» (ОПК-2.5.1), Б2.В.01(П) «Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности» (ОПК-2.5.2).

1.2.В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы следующие знания, умения и навыки:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ОПК-2.1.1 ОПК-2.2	***Знать:*** - и понимать структуру математического анализа, взаимосвязь таких его разделов, как теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления, а также основные положения теории рядов и дифференциальных уравнений. ***Уметь:*** - пользоваться полученными знаниями при решении практических задач анализа экономических процессов; - активно применять изученные инструменты в таких разделах, как предельный анализ в экономике, моделирование экономической динамики, разработка и обоснование статистических моделей. ***Владеть:*** - навыками использования современных программных средств вычислительного эксперимента; - способностью максимально достоверно и точно интерпретировать полученные результаты. ***Демонстрировать способность и готовность:*** - оценивать состояние и прогнозировать развитие экономических систем, внедрять передовые методы анализа.

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.07 «Математический анализ» относится к блоку дисциплин базовой части учебного плана направления подготовки бакалавров 38.03.01 «Экономика».

Дисциплина изучается в рамках:

очной формы обучения:	на 1 курсе – **в 1-ом семестре** предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: 36 ак.(27 астр.) ч. лекций, 36 ак.(27 астр.) ч. практических занятий, 72 ак.(54 астр.) ч. самостоятельной работы студента; **во 2-ом семестре** предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: 34 ак.(25,5 астр.) ч. лекций, 34 ак.(25,5 астр.) ч. практических занятий, 76 ак.(57 астр.) ч. самостоятельной работы студента;
очно-заочной формы обучения:	на 1 курсе – **в 1-ом семестре** предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: 18 ак.(13,5 астр.) ч. лекций, 18 ак.(13,5 астр.) ч. практических занятий, 108 ак.(81 астр.) ч. самостоятельной работы студента; **во 2-ом семестре** предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: 16 ак.(12 астр.) ч. лекций, 16 ак.(12 астр.) ч. практических занятий, 112 ак.(84 астр.) ч. самостоятельной работы студента;
заочной формы обучения:	на 1 курсе и предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: 16 ак.(12 астр.) ч. лекций, 16 ак.(12 астр.) ч. практических занятий, 279 ак.(209,25 астр.) ч. самостоятельной работы студента;

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц - 324 ак.(243 астр.) часа.

Форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой (1 семестр), экзамен (2 семестр) – на очной и очно-заочной формах обучения; экзамен – на заочной форме обучения.

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к циклу естественнонаучных дисциплин.

Для изучения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами – курс алгебры и геометрии средней школы.

Наименования последующих учебных дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Статистика».

Курс включает разделы: основы теории пределов и непрерывность функции, дифференциальное исчисление функции одной переменной, интегральное исчисление, дифференциальное исчисление функции многих переменных, основы теории рядов и дифференциальных уравнений.

Основное внимание в разделе дифференциальное исчисление функции одной переменной уделено изучению и построению графиков функций. Эти знания могут быть полезны при выводе или анализе многих экономических зависимостей. Знание основ высшей математики является необходимым в изучении таких курсов как финансовый менеджмент, основы экономического моделирования. В изучении основ микро- и макроэкономики большое значение имеет анализ многофакторных зависимостей – функции затрат, производственные функции, поэтому в курсе уделено внимание теории функций многих переменных.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

3.1.Распределение объема дисциплины (модуля) по разделам (темам), семестрам, видам учебной работы и формам контроля

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), ак. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	32	8	-	8		16	опрос, контрольная работа
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	68	18	-	18		32	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	40	10	-	10		20	опрос, контрольная работа
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	71	18	-	18		35	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), ак. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 5	Основы теории рядов.	34	8	-	8		18	опрос, контрольная работа
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	34	8	-	8		18	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		45				36	9	Зачет с оценкой, Экзамен
	Всего:	**324**	**70**	**-**	**70**	**36**	**148**	
Очно-заочная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	32	4	-	4		24	опрос, контрольная работа
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	70	10	-	10		50	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	40	4		4		32	опрос, контрольная работа
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	67	8	-	8		51	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Тема 5	Основы теории рядов.	34	4	-	4		26	опрос, контрольная работа
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	36	4	-	4		28	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		45				36	9	Зачет с оценкой Экзамен
	Всего:	**324**	**34**	**-**	**34**	**36**	**220**	
Заочная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных	35	2	-	2		31	индивидуальное домашнее задание

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), ак. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	функций, теория пределов.							
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	80	4	-	4		72	индивидуальное домашнее задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	44	2	-	2		40	индивидуальное домашнее задание
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	84	4		4		76	индивидуальное домашнее задание
Тема 5	Основы теории рядов.	34	2		2		30	индивидуальное домашнее задание
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	34	2		2		30	индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		13				13		Экзамен
	Всего:	**324**	**16**	**-**	**16**	**13**	**279**	

Распределение объема дисциплины (в переводе на астрономические часы)

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), астр. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	24	6	-	6		12	опрос, контрольная работа
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной	51	13,5	-	13,5		24	контрольная работа, индивидуальное домашнее

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), астр. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	переменной - построение графиков функций.							задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	30	7,5	-	7,5		15	опрос, контрольная работа
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	53,25	13,5	-	13,5		26,25	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Тема 5	Основы теории рядов.	25,5	6	-	6		13,5	опрос, контрольная работа
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	25,5	6	-	6		13,5	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		33,75				27	6,75	Зачет с оценкой, Экзамен
	Всего:	**243**	**52,5**	**-**	**52,5**	**27**	**111**	
Очно-заочная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	24	3	-	3		18	опрос, контрольная работа
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	52,5	7,5	-	7,5		37,5	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	30	3		3		24	опрос, контрольная работа
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их прило-	50,25	6	-	6		38,25	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), астр. час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	жения.							
Тема 5	Основы теории рядов.	25,5	3	-	3		19,5	опрос, контрольная работа
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	27	3	-	3		21	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		33,75				27	6,75	Зачет с оценкой Экзамен
	Всего:	**243**	**25,5**	**-**	**25,5**	**27**	**165**	
Заочная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	26,25	1,5	-	1,5		23,25	индивидуальное домашнее задание
Тема 2	Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	60	3	-	3		54	индивидуальное домашнее задание
Тема 3	Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	33	1,5	-	1,5		30	индивидуальное домашнее задание
Тема 4	Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	63	3		3		57	индивидуальное домашнее задание
Тема 5	Основы теории рядов.	25,5	1,5		1,5		22,5	индивидуальное домашнее задание
Тема 6	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	25,5	1,5		1,5		22,5	индивидуальное домашнее задание
Промежуточная аттестация		9,75				9,75		Экзамен
	Всего:	**243**	**12**	**-**	**12**	**9,75**	**209,25**	

3.2. Наименование и содержание разделов (тем) дисциплины

№ темы	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)
1	Тема 1. Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов.	Элементы математической логики. Числовые множества. Числовые промежутки. Функция (отображение) и её график. Класс элементарных функций. Числовая последовательность. Понятие предела последовательности. Предел функции. Определение предела функции в точке $\left(\lim\limits_{x\to a} f(x) = A\right)$, его геометрическая иллюстрация. Теоремы о пределах. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые функции. Связь функции, её предела и бесконечно малой. Теоремы о бесконечно малых функциях. Бесконечно большие функции, их связь с бесконечно малыми. Теоремы об эквивалентных бесконечно малых. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва функций.
2	Тема 2. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций.	Определение производной функции, её физический и геометрический смысл. Дифференцируемость функции в точке, связь непрерывности и дифференцируемости функции. Основные правила дифференцирования. Формулы дифференцирования основных элементарных функций. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциалы высших порядков Основные теоремы дифференциального исчисления. Доказательство теорем Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Приложение дифференциального исчисления к исследованию функций. Асимптоты графика, условие монотонности дифференцируемой функции, локальный экстремум функции, точки перегиба графика функции.
3	Тема 3. Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции.	Функции многих переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Открытые и замкнутые области, точки области и их определение. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных. Полное приращение, полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент и его свойства. Частные производные и дифференциалы высших порядков функций многих переменных. Максимум и минимум функции двух переменных, необходимое и достаточное условие локального экстремума функции двух переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных, метод множителей Лагранжа.

4	Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения.	Первообразная функция и неопределённый интеграл. Теорема о первообразных. Таблица интегралов. Основные способы интегрирования. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Теорема об оценке определённого интеграла; теорема о среднем значении. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определённого интеграла.
5	Тема 5. Основы теории рядов.	Числовой ряд. Признаки сходимости рядов. Свойства сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница для знакочередующегося ряда. Функциональные ряды. Область сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена.
6	Тема 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Модели макроэкономической динамики Харрода-Домара и Р. Солоу. Дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл уравнения и его решения. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Методы решения дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков.

3.3. Практические и семинарские занятия

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (в часах)
Очная форма обучения			
1	1	Тема 1. Введение в математический анализ – простейшие свойства элементарных функций, теория пределов ***Практические занятия 1-3.***	8
2	2	Тема 2. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной - построение графиков функций: ***Практические занятия 1-8.***	18
3	3	Тема 3. Функции многих переменных, двухфакторные производственные функции: ***Практические занятия 1-4.***	10
4	4	Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной – неопределённый и определённый интегралы и их приложения: ***Практические занятия 1-8.***	18
5	5	Тема 5. Основы теории рядов: ***Практические занятия 1-3.***	8
6	6	Тема 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения ***Практические занятия***: ***1-3.***	8

4. Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Математический анализ» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

при проведении практических занятий:

устный контроль, осуществляемый в процессе устного опроса обучаемых, позволяющий выявить знания теоретических основ, проследить логику изложения ими материала, умения решать задачи и т.д.

письменный контроль, предполагающий использование следующих форм контрольных средств:

тестирование – учебная технология, позволяющая измерять знания, умения и навыки студентов, состоящая из тестовых заданий и формализованных процедур проведения, обработки и анализа результатов;

контрольная работа – проводится, как правило, в письменной форме после завершения изучения тем.

4.1.2. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математический анализ» происходит в форме зачета с оценкой и экзамена.

Промежуточная аттестация проводится посредством устного опроса студента (диалога преподавателя со студентом) по билетам, цель которого заключается в выявлении индивидуальных достижений студента по пониманию основных положений теории и умения решать задачи.

Аттестация производится в соответствии со шкалой оценивания результатов обучения (пункт 4.4 настоящей рабочей программы).

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости, обеспечивающие оценивание знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

Оценивание знаний, умений и навыков по учебной дисциплине «Математический анализ» осуществляется посредством использования следующих видов оценочных средств:

– устное собеседование (в рамках лекций, семинаров и практических занятий);

– выполнение практических заданий (решения практических задач, разбора практических ситуаций).

Устное собеседование (опрос)

Устные собеседования проводятся во время практических занятий и семинаров.

Тематика обсуждаемых вопросов собеседования не должна выходить за рамки объявленной для данного занятия темы. Обсуждение вопросов следует строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе,

проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной дисциплины и смежными курсами.

При оценке устного собеседования анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала.

Практические задания

Основной целью практических заданий является контроль степени усвоения пройденного материала.

Практические задания выполняются в форме решения практических задач, написания контрольных и практических работ.

В случае возникновения затруднений в ходе выполнения практического задания определяется схема решения задачи, и обсуждаются наиболее спорные вопросы.

При оценке решения практических задач производится анализ логичности решения и правильности ответа.

4.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Типовые задания к практическим занятиям:

Варианты контрольных работ по математическому анализу

---

1 курс, 1 семестр, тема: “Предел функции”

ВАРИАНТ №1

1. Найти область определения D и множество значений E функции:

$$y = \ln(x+3) \ .$$

2. Вычислить пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x^3-2x-1)\cdot(x+1)}{x^4+4x^2-5}$, б) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$,

в) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{tg3x}{tgx}$, г) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[5]{x^{10}-arctgx^{12}}+e^{3x}-e^{x}}{\ln(1+5x)+\sin^2 x}$, д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{2+x}\right)^{x}$.

$$\lim_{x\to\infty} x\cdot\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$$

Контрольная работа по теме: «Дифференцирование функций»

Вариант №1

Найти производную $y' = \dfrac{dy}{dx}$ следующих функций :

а) $y = (x-1)\cdot(x^2+x+1)$, б) $y = \dfrac{x^5-1}{x-1}$,

в) $y = \ln\left(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}\right)$, г) $y = \dfrac{\ln x}{x}$,

д) $y = \dfrac{(2x+1)(x-1)^5\sqrt{1+x}}{\sqrt[5]{x^2+1}}$, е) $y = \left(1+x^2\right)^{\sin 3x}$.

Контрольная работа по теме: «Дифференцирование функций заданных неявно и параметрически».

Вариант №1

1. Найти значение y'_x в точке $(0;1)$, если $e^x + xy = e$.
2. Найти y''_x для функции, заданной параметрически

   $x = \dfrac{1}{t+1}$, $y = \left(\dfrac{t}{t+1}\right)^2$, $t \neq -1$.
3. Раскрыть неопределённость $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos 2x)}{\sin 2x}$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

по курсу “Математический анализ”, 1 курс, 1 семестр.
Исследовать функции и построить их графики:

№ варианта	задание
1	2
1	$y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$, $y = \dfrac{x^3}{x^2+1}$, $y = \dfrac{\sqrt{\lvert x^2-3\rvert}}{x}$
2	$y = x\ln\lvert x\rvert$, $y = \dfrac{x^3}{x^3+1}$, $y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}$

Контрольная работа по теме: «Функции многих переменных»

Вариант №1

1. Для функции $z = f\left[\ln\left(x^2 - y^2\right); xy^2\right]$ найти dz.
2. Для функции z, заданной неявно уравнением

   $f\left(yz; e^{xz}\right) = 0$, найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Для функции $u = x^2 + y^3 - z^2$ в точке $M(1;2;1)$ найти:

   а) производную по направлению $\vec{MN}$, где $N(4;7;-2)$;

   б) градиент.
4. Исследовать на экстремум функцию $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ $(x > 0, y > 0)$.

Контрольная работа по курсу “Математический анализ”
1 курс, 2 семестр, тема: “Интегральное исчисление”

ВАРИАНТ №1

Найти интегралы:

$$\int \frac{1-5x^3}{x^4}dx, \quad \int \left(e^x + 2^{-x}\right)^2 dx, \quad \int \left(5\cos x - \frac{7}{\sin^2 x}\right)dx, \quad \int \left(\cos 2x - 3\sin 5x\right)dx,$$

$$\int \frac{dx}{4x^2 - 1}, \quad \int \frac{dx}{3\sqrt{9 - x^2}}, \quad \int \frac{1-5x}{3x+2}dx, \quad \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx, \quad \int \frac{dx}{x^2 + 8x + 5},$$

$$\int x \cdot e^{2x}dx, \quad \int \cos^6 \frac{x}{2}dx.$$

Контрольная работа по курсу “Математический анализ”
1 курс, 2 семестр, тема: “Приложения определённого интеграла”

ВАРИАНТ №1

1. Вычислить площадь фигуры, расположенной в плоскости ***xOy*** и заключённой между кривыми $y = 2\ln x$, $y = \ln(x+2)$ и прямой $x = 4$.
2. Вычислить площадь фигуры, лежащей внутри кардиоиды $\rho = 1 + \cos\theta$, но вне окружности $\rho = 1$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Oy плоской фигуры, заключённой между кривой $y = \sqrt{x+2}$, прямой $y = -x - 2$ и осью ординат $-$ $x = 0$.
4. Вычислить длину дуги части кривой $y = \frac{1}{2}ch(2x)$, лежащей внутри интервала $x \in (-3; 3)$.

<u>Указание</u>: Во всех задачах сделать поясняющий рисунок !

Контрольная работа по теме: «Ряды»

Вариант №1

1. Исследовать ряды на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \cdot \ldots \cdot (10n-9)}{(2n-1)!}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n^2 \cdot \sin\frac{\pi}{4n^2},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 \cdot 3^n}{(2n)!}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^4 n}{n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{5n^3+n^2+1}.$$

2. Найти интервал сходимости степенного ряда, исследовать сходимость в граничных точках интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)\cdot \ln^2(n+1)}.$$

3. Пользуясь табличными разложениями, разложить функцию $f(x)$ в степенной ряд по степеням $(x+2)$:

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Указать интервал сходимости полученного ряда.

«Обыкновенные дифференциальные уравнения».

Вариант №1

1. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

   а) $y' + 2y = e^{-x}$, $y = 0$ при $x = 0$,

   б) $5y'' - 2y' + y = x \cdot e^{\frac{x}{5}}$, $y = 0$, $y' = 0$ при $x = 0$.

2. Найти общие решения уравнений:

   а) $xy'' = y' \cdot \ln \frac{y'}{x}$,

   б) $y'' - y = \frac{e^x}{x^3 + 9x}$,

   в) $10y'' - 2y' + y = 2\sin x$.

3. Построить интегральные кривые методом изоклин:

$$y' = \left(y + e^x\right)^2 .$$

4.4. Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проводится в соответствии с Уставом Академии, Положением о промежуточной аттестации студентов по программам ВО. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математический анализ» проводится в соответствии с Учебным планом в 1 семестре в форме зачета с оценкой. Зачет складывается из ранее полученных баллов и баллов за ответ на зачете. Максимальный результат освоения дисциплины равен 100 баллам. Студент, набравший в семестре менее 51 балла, к зачету не допускается. Студент, получивший по всем видам контроля от 70 до 100 баллов, получает зачет.

Шкала расчёта баллов приведена в таблице:

Составные части зачета	Сумма баллов
домашние задания	0-18
посещаемость	0-9
активность	0-8
контрольные работы	0-16
ответ на зачете	0-49
Всего:	0-100

Знания, умения, навыки студента на экзамене (дифференцированном зачете) оцениваются в форме «зачета» с оценками: «*отлично*» – 5, «*хорошо*» – 4 , «*удовлетворительно*» – *3* и «незачета» с оценкой «*неудовлетворительно*» – 2.

Основой для определения оценки служит уровень усвоения студентами материала, предусмотренного данной рабочей программой.

Оценивание студента на экзамене по дисциплине «Математический анализ».

Баллы (рейтинговой оценки), %	**Оценка**	**Требования к знаниям**
100-81	*5, «отлично»*	– Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает его на зачете/экзамене, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение. – Учебные достижения в семестровый период и результатами рубежного контроля демонстрируют высокую степень овладения программным материалом.
80-61	*4, «хорошо»*	– Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. – Учебные достижения в семестровый период и результатами рубежного контроля демонстрируют хорошую степень овладения программным материалом.
60-41	*3, «удовлетворительно»*	– Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. – Учебные достижения в семестровый период и результатами рубежного контроля демонстрируют достаточную (удовлетворительную) степень овладения программным материалом.
40-0	*2, «неудовлетворительно»*	– Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. – Учебные достижения в семестровый период и результатами рубежного контроля демонстрировали не высокую степень овладения программным материалом по минимальной планке.

Вопросы к зачёту по математическому анализу

I. Введение в анализ.

1. Основные понятия теории множеств. Отображение множеств.
2. Определение числовой последовательности и её предела. Примеры числовых последовательностей.
3. Понятие окрестности точки. Привести различные определения предела функции в точке при $x \to x_0$. Дать геометрическую иллюстрацию $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$. Понятие ограниченности функции $f(x)$. Сформулировать теорему о локальной ограниченности функции, имеющей предел.
4. Доказать теорему о единственности предела функции и теорему о знакопстоянстве функции, имеющей ненулевой предел.
5. Определение одностороннего предела функции. Его связь с существованием предела функции в точке.
6. Дать определение и геометрическую иллюстрацию предела функции при стремлении аргумента к бесконечности $(\text{к } -\infty \text{ или к} +\infty)$. Горизонтальные асимптоты графика функции.
7. Дать определение бесконечно малой (б.м.) величины. Доказать теоремы о сумме конечного числа бесконечно малых величин и о произведении бесконечно малой на ограниченную.
8. Сформулировать основные свойства бесконечно малых величин. Доказать, что алгебраическая сумма конечного числа бесконечно малых величин есть бесконечно малая величина.
9. Бесконечно большие (б.б.) величины. Привести пример бесконечно большой функ-ции. Связь бесконечно малых и бесконечно больших величин.
10. Доказать теоремы (прямую и обратную) о связи между функций, её пределом и бесконечно малой. Арифметические операции над функциями имеющими предел в данной точке или при $x \to \pm\infty$.
11. Теоремы о пределах. Доказать теорему о пределе частного двух функций имеющих пределы.
12. Сформулировать признаки существования предела функции.
13. Доказать первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
14. Сравнение бесконечно малых функций. Порядок малости. Дать определение беско-нечно малых одного порядка и эквивалентных бесконечно малых.
15. Сформулировать и доказать теоремы о свойствах эквивалентных бесконечно малых величин (разность, сумма эквивалентных б.м. и пр.).
16. Непрерывность функции в точке. Дать различные эквивалентные определения и объяснить графически.
17. Арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность сложной функции. Доказать теоремы о непрерывности суммы и произведения двух функций.
18. Точки разрыва и их классификация, привести примеры разрывных функ-

ций. Вертикальные асимптоты графика функции (дать определение).

19. Сформулировать свойства функций непрерывных на отрезке (ограниченность, достижимость ***max*** и ***min*** значений, прохождение через промежуточные значения). Дать геометрическую иллюстрацию этих теорем.

II. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной.

1. Дать определение производной функции в точке. Касательная к кривой. Геометрический и механический смысл производной.
2. Определение дифференцируемой функции на интервале. Доказать теорему о связи между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
3. Правила дифференцирования функций. Вывести формулы для дифференцирования частного двух функций. Правило дифференцирования сложной функции.
4. Вывести формулы для дифференцирования неявных и параметрически заданных функций.
5. Определение обратной функции. Вывести правило дифференцирования обратной функции. Вывести формулу для производных функций $\arcsin x$ и $arctgx$.
6. Дифференциал функции. Определение, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал второго порядка.
7. Доказать теорему Ролля. Дать геометрическую иллюстрацию этой теоремы.
8. Доказать теорему Лагранжа. Дать геометрическую иллюстрацию этой теоремы.
9. Доказать теорему Коши.
10. Доказать первую теорему Лопиталя (раскрытие неопределённостей типа $\frac{0}{0}$)
11. Дать определение асимптоты графика функции. Наклонные асимптоты. Вывести формулы для вычисления коэффициентов уравнения асимптоты.
12. Дать определение возрастающей и убывающей функции. Доказать достаточный признак возрастания функции. Геометрическая интерпретация монотонности функции.
13. Дать определение локального максимума (минимума) функции. Доказать необходимый признак существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).
14. Сформулировать и доказать теорему о достаточном условии экстремума функции по её первой производной.
15. Доказать достаточное условие экстремума дважды дифференцируемых функций. Порядок исследования функции на экстремум в данном случае.
16. Выпуклость функции в точке. Направление выпуклости. Доказать теорему

о достаточном условии выпуклости графика функции в точке.

17. Выпуклость функции на интервале. Сформулировать достаточное условие выпуклости функции и дать геометрическую иллюстрацию.
18. Определение точек перегиба графика функции. Доказать необходимое условие существования точки перегиба графика функции.
19. Сформулировать достаточное условие существования точки перегиба графика функции и изложить порядок отыскания таких точек.

Тема 1. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

1. Понятие функции многих переменных (примеры). Геометрическое изображение функции двух переменных (двумерная проекция, метод линий уровня).
2. Понятие окрестности точки в **n** - мерном пространстве. Открытые, замкнутые и ограниченные множества в $\boldsymbol{R}^{(n)}$. Граница множества. Понятие области в $\boldsymbol{R}^{(n)}$, точки области и их определение.
3. Понятие предела ФМП и непрерывности функции двух переменных, нахождение пределов.
4. Частные приращения, частные производные ФМП, геометрическая интерпретация для $\boldsymbol{n = 2}$.
5. Частные дифференциалы функции многих переменных (на примере функции двух переменных).
6. Полное приращение, полный дифференциал ФМП. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
7. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования (без доказательства).
8. Дифференцируемость ФМП. Необходимое и достаточное условие дифференцируе-мости функции двух переменных.
9. Производная сложной функции. Частная и полная производные.
10. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
11. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (без доказательства).
12. Производная ФМП по направлению. Градиент и его свойства.

Тема 2. Исследование формы поверхности функции 2-х переменных

13. Максимум и минимум функции двух переменных, необходимое и достаточное условие локального экстремума функции двух переменных.
14. Понятие условного экстремума функции нескольких переменных, его геометрическая интерпретация для функции двух переменных.

Вопросы к экзамену по математическому анализу

Тема 3. Неопределённый интеграл

1. Первообразная функция и её свойства.
2. . Неопределённый интеграл, его свойства, связь с дифференциалом. Теорема о первообразных.
3. Теорема существования неопределённого интеграла. Таблица основных неопределённых интегралов.
4. Основные способы интегрирования: метод подстановки и замены переменной, интегрирование по частям.
5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
6. Дробно-рациональные функции. Разложение правильной дроби на сумму простейших (без доказательства). Интегрирование простейших дробей и дробно-рациональных функций.
7. Интегрирование функций, рационально зависимых от тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

Тема 4. Определённый интеграл и его приложения

9. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл от непрерывной функции, как предел интегральной функции суммы; геометрическая интерпретация определённого интеграла. Теорема об интегрируемости кусочно непрерывных функций (без доказательства).
10. Основные свойства определённого интеграла. Теорема об оценке определённого интеграла; теорема о среднем значении.
11. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его производная. Связь между определённым и неопределённым интегралом. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Методы вычисления определённого интеграла. Вычисление определённых интегралов заменой переменной и по частям.
13. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку (1-го рода).
14. Несобственные интегралы от неограниченных функций на отрезке (2-го рода). Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
15. Геометрические приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, ограниченных кривыми, заданными в декартовых координатах. Вычисление объёмов тел по площадям поперечных сечений и объёмов тел вращения. Вычисление длины дуги кривой.

Тема 5. Основы теории рядов

16. Бесконечная числовая последовательность и числовой ряд.

17. Частичная сумма ряда, сумма ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды, остаток ряда.
18. Необходимый признак сходимости рядов.
19. Простейшие свойства сходящихся рядов (сложение и вычитание рядов, умножение ряда на число, отбрасывание конечного числа членов ряда).
20. Признаки сравнения числовых рядов. Предельный признак сравнения.
21. Признаки Даламбера и Коши.
22. Интегральный признак Коши.
23. Ряды Дирихле.
24. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
25. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда.
26. Формулировка свойств абсолютно и условно сходящихся рядов.
27. Знакочередующиеся числовые ряды. Признак Лейбница.
28. Оценка суммы и остатка знакочередующегося ряда, удовлетворяющего признаку Лейбница.
29. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость.
30. Основные свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
31. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости степенного ряда.
32. Основные свойства степенных рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.
33. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
34. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.

Тема 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

35. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Модели макроэкономической динамики Харрода-Домара и Р. Солоу.
36. Дать основные определения: собственно дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
37. Виды дифференциального уравнения первого порядка. Случаи их использования.
38. Уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной. Геометрический смысл уравнения и его решения. Общее и частное решения. Метод изоклин.
39. Уравнение с разделяющимися переменными. Способ решения.
40. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Сформулировать теорему существования и единственности решения задачи Коши.
41. Линейные уравнения первого порядка. Однородное и неоднородное ЛДУ. Вывод (построение) общего решения ЛДУ.
42. Нахождение решения ЛДУ методом вариации произвольной постоянной (Лагранжа). Структура общего решения ЛДУ.

43. Метод Бернулли нахождения общего решения ЛДУ. Уравнение Бернулли.
44. Дифференциальные уравнения высших порядков. Простейшее уравнение n-го порядка, допускающее n-кратное интегрирование. Количество произвольных постоянных и их роль в решении.
45. Уравнения, допускающие понижение порядка: не содержащие искомую функцию в явном виде и не содержащие независимую переменную в явном виде.
46. Линейные уравнения n-го порядка однородные и неоднородные (определения и вид).
47. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение общего решения при различных корнях характеристического уравнения
48. Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Нахождение общего решения методом вариации произвольной постоянной. Структура общего решения. Отыскание частного решения по виду правой части.

5. УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики. М.: Изд-во “Юрайт”, 2011.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2012.

Дополнительная

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Изд-во “Дело” АНХ, 2011.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2013.
3. Щипачев В.С. Курс высшей математики: учебник. М.: Оникс, 2011.
4. Математика в экономике : учебник : рекомендовано М-вом образования РФ для студентов экономических специальностей вузов. Ч. 2. Математический анализ. - Издание 3-е, переработанное и дополненное. - М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2011. - 556 с.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

Проведение лекционных и практических занятий осуществляется в учебной аудитории, соответствующей по вместимости количеству студентов потока или учебной группы.

Для качественного освоения дисциплины аудитория должна быть укомплектована:

1. Доской, мелом или маркерами.
2. Презентационной техникой для визуализации учебного материала (проектор, экран, ноутбук).

Для самостоятельной работы могут использоваться читальные залы библиотеки.