Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет «Институт менеджмента и маркетинга»
(наименование структурного подразделения (института/факультета)
кафедра «Финансы и страхование»
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

решением *Ученого совета факультета «Институт менеджмента и маркетинга»*

Протокол от «28» августа 2017г.

№ 3

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.20 Линейная алгебра
(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика
(код, наименование направления подготовки)

Экономика в топливно-энергетическом комплексе
(направленность (профиль))

Бакалавр
(квалификация)

очная
(форма обучения)

Год набора - 2018

Москва, 2017 г.

Автор(ы)–составитель(и):

к.пед.наук,доцент _____ _ М.А.Федорова
(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой:

Зав. кафедрой «Финансы и страхование» доктор экон.наук А.С.Миллерман
(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы....4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО....4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля)....4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и....6
фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине....6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины....15
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)....17
6.1. Основная литература....17
6.2. Дополнительная литература....17
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы....17
6.4. Нормативные правовые документы....18
6.5. Интернет-ресурсы....18
6.6. Иные источники....18
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы....18

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.20 Линейная алгебра обеспечивает овладение следующей компетенцией:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-6	Способность выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК ОС-6.2	Умение и навыки эффективно применять методы самоорганизации и саморазвития с учетом приоритетных задач

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
УК ОС – 6.2	на уровне знаний: концепция образования в течение всей жизни (lifelong leaning): системный взгляд; целеполагание как процесс осмысления своей деятельности (в т.ч. учебной), постановки целей и их достижения; современные методы самоорганизации и саморазвития
	на уровне умений: формировать программу профессионального саморазвития; использовать открытые обучающие программы; проводить самоанализ
	на уровне навыков: постановки целей и задач; эффективного обучения; самомотивации.

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины – 4 з.е.

54 часа выделены на контактную работу с преподавателем и 54 часа на самостоятельную работу обучающихся.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.20 Линейная алгебра изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики. Дисциплина Линейная алгебра является общим теоретическим и методологическим основанием для всех математических и финансово-экономических дисциплин, входящих в ООП бакалавра экономики.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Очная форма обучения

№	Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час.	Форма

п/п	(разделов),	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Линейные пространства.	12	4	-	2	-	6	О,ПЗ,КР
Тема 2	Матрицы и определители.	15	4	-	2	1	8	О,ПЗ,КР
Тема 3	Системы линейных уравнений.	15	4	-	2	1	8	О,ПЗ
Тема 4	Многочлены и комплексные числа.	14	4	-	2	-	8	О,ПЗ
Тема 5	Линейные преобразования и квадратичные формы.	13	4	-	2	1	6	О,ПЗ
Тема 6	Элементы аналитической геометрии.	13	4	-	2	1	6	О,ПЗ,КР
Тема 7	Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева	13	4	-	2	1	6	О,ПЗ
Тема 8	Линейное программирование.	13	4	-	2	1	6	О,ПЗ,КР
Промежуточная аттестация		36	-	-	-	-	-	Экзамен
	Всего:	**144**	**32**	**-**	**16**	**6**	**54**	**36**

Примечание: О – опрос, ПЗ – практические задания, КР – контрольная работа.

Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Линейные пространства.

Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство Rn. Геометрический смысл пространств R2 и R3. Линейные пространства общего вида. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Скалярное произведение векторов в Rn. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины векторов и угол между векторами в Rn .

Тема 2. Матрицы и определители.

Сложение матриц и умножение матрицы на число. Ранг матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений вида AX = B. Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Система линейных алгебраических уравнений, ее матричная запись. Пространство

решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем. Применение определителей.

Тема 4. Многочлены и комплексные числа.

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Корни n-ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры.

Тема 5. Линейные преобразования и квадратичные формы.

Линейные преобразования пространства Rn. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Собственные значения квадратных матриц. Квадратичные формы, их матрицы в заданном базисе. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Прямая и гиперплоскость в n-мерном пространстве. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и в пространстве Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Выпуклые множества в пространстве Rn. Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл.

Тема 7. Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева.

Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Теорема Фробениуса-Перрона. Число и вектор Фробениуса, их свойства. Продуктивность неотрицательных матриц. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.

Тема 8. Линейное программирование.

Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного программирования. Стандартная и каноническая формы записи задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Графический метод решения. Решение задачи линейного программирования методом перебора вершин. Основные теоремы двойственности. Двойственность в экономико-математических моделях.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины *Б1.Б.20 Линейная алгебра* **используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:**

При проведении занятий лекционного типа:
устное изложение преподавателем учебного материала.

При проведении занятий семинарского типа:

выполнение контрольных работ, практических заданий, ответы на вопросы преподавателя по тематике семинара.

При контроле результатов самостоятельной работы студентов:
изучение вопросов, которые не излагались преподавателем на лекциях и на семинарских (практических) занятиях, выполнение контрольных работ, практических заданий.

4.1.2. Экзамен проводится в форме подведения итогов по результатам работы на лекционных и семинарских (практических) занятиях, написания контрольных работ, их обсуждение и ответа на экзаменационный билет.

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.
Вопросы для опроса по курсу

Тема 1. Линейные пространства.

1. Арифметические векторы и линейные операции над ними.
2. Векторное пространство Rn.
3. Геометрический смысл пространств R2 и R3.
4. Линейные пространства общего вида.
5. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл.
6. Базис и размерность линейного пространства.
7. Координаты вектора в данном базисе.
8. Скалярное произведение векторов в Rn.
9. Евклидово пространство.
10. Неравенство Коши-Буняковского.
11. Длины векторов и угол между векторами в Rn.

Тема 2. Матрицы и определители.

1. Понятие матрицы *m*n.* Типы матриц.
2. Сложение матриц и умножение матрицы на число.
3. Ранг матрицы.
4. Умножение матриц.
5. Транспонирование матриц.
6. Определитель матрицы.
7. Свойства определителей и методы их вычисления.
8. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы.
9. Обратная матрица. Определение. Вычисление.
10. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
11. Решение матричных уравнений вида AX = B.
12. Определители и их свойства.
13. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка.
14. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

1. Понятие о системе линейных алгебраических уравнений.
2. Матричная форма записи системы уравнений.
3. Теорема Кронекера-Капелли.
4. Методы решения определенных систем.
5. Решение неоределенных и однородных СЛУ.
6. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

Тема 4. Многочлены и комплексные числа.

1. Комплексные числа и действия над ними.

2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
3. Модуль и аргумент комплексного числа.
4. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.
5. Корни n-ой степени из комплексного числа.
6. Формулировка основной теоремы алгебры.

Тема 5. Линейные преобразования и квадратичные формы.

1. Линейные преобразования пространства Rn.
2. Матрица линейного оператора.
3. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
4. Собственные значения квадратных матриц.
5. Квадратичные формы, их матрицы в заданном базисе.
6. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
9. Квадратичная форма. Каноническое уравнение кривой второго порядка
10. Кривые второго порядка: окружность, эллипс.
11. Эллипс. Фокусное расстояние. Директриса. Эксцентриситет.
12. Гипербола и ее геометрические свойства. Каноническое уравнение гиперболы .
13. Уравнение и свойства параболы.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

1. Прямая на плоскости. Уравнение прямой в отрезках.
2. Нормальная форма уравнения прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
3. Кривые второго порядка: окружность, эллипс.
4. Кривые второго порядка: парабола, гипербола и их геометрические свойства.
5. Плоскость. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальная форма уравнения плоскости.
6. Плоскость и прямая в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.
7. Плоскость. Уравнение плоскости в отрезках.
8. Нормальная форма уравнения плоскости, уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
9. Плоскость и прямая в пространстве.
10. Угол между плоскостями. Угол между прямыми.
11. Угол между прямой и плоскостью.
12. Канонические и параметрические уравнения прямой.
13. Цилиндрические поверхности.
14. Конусы
15. Поверхности вращения.
16. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Тема 7. Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева.

1. Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц.
2. Теорема Фробениуса-Перрона.
3. Число и вектор Фробениуса, их свойства.
4. Продуктивность неотрицательных матриц.
5. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
6. Продуктивные модели Леонтьева.
7. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.

Тема 8. Линейное программирование.

1. Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного программирования.
2. Стандартная и каноническая формы записи задач линейного программирования.
3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных.
4. Графический метод решения.
5. Решение задачи линейного программирования методом перебора вершин.
6. Основные теоремы двойственности.
7. Двойственность в экономико-математических моделях.

Обязательными при изучении дисциплины «Линейная алгебра» являются следующие виды самостоятельной работы:

— разбор теоретического материала по пособиям и конспектам лекций;
— выполнение практических заданий по темам практических занятий;
— выполнение четырех домашних контрольных работ.

Контрольные работы

Сроки выполнения контрольных работ определены учебно-тематическим планом. Сроки сдачи и порядок выполнения контрольных работ устанавливаются преподавателем.

Тематика контрольных работ

Контрольная работа №*1*

- решение систем линейных уравнений методом Гаусса; нахождение базисного решения;
- решение систем линейных уравнений с параметром, нахождение значений параметра, при которых система является определенной, несовместной, неопределенной;
-исследовать данное подмножество векторов линейного пространства и выяснить, является ли оно линейным подпространством;
- нахождение ранга и базиса данной системы векторов, разложение заданного вектора по данному базису;
- нахождение размерности пространства решений и ФНР системы линейных однородных уравнений.

Контрольная работа №*2*

- действия над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц);
- вычисление определителя заданной квадратной матрицы;
- решение системы линейных уравнений (в том числе и с комплексными коэффициентами) по формулам Крамера;
- применение определителей (нахождение матрицы, обратной данной, решение матричного уравнения);
- нахождение собственных значений и собственных векторов заданной матрицы.

Контрольная работа №*3*:

- решение задач по теме «Прямые и плоскости, кривые и поверхности в пространстве»;
- нахождение угловых точек выпуклого множества, заданного системой линейных ограничений.

Контрольная работа №*4*:

- решение задачи линейного программирования графическим методом;

- решение задачи линейного программирования симплексным методом;
- составление двойственной задачи для заданной задачи линейного программирования.

Перечень примерных практических заданий для решения на практических занятиях

1. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}.$$

2. Посчитать Определитель матрицы системы из п.3

   а) по Правилу Звезды (Правилу Треугольников)

   в) разложением Определителя по строке (столбцу)

3. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы

   (Выписать Определитель системы, все Алгебраические дополнения, Присоединенную матрицу системы).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 15 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 11 \end{cases}.$$

4. Решить систему уравнений из п.4 по правилу Крамера.
5. Решить матричное уравнение:

$$X\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и неопределенность, не решая ее.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases}.$$

7. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Решить систему методом Крамера. Выписать общее и одно частное решение.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}.$$

8. а) Комплексные числа изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме.

$$Z_1 = -\sqrt{2} + i\,; \quad Z_2 = 3 - i\,.$$

в) Записать в тригонометрической форме.

$$Z_3 = Z_1 \times Z_2 \quad ; \quad Z_4 = Z_1^3.$$

9. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде.

Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной.

$$\zeta = 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 + \ 2x_2x_3.$$

Вопросы и задачи для самопроверки:

1. Какие векторы называют коллинеарными?
2. Какие векторы называются компланарными?
3. Зная векторы, совпадающие с двумя сторонами треугольника $\overrightarrow{AB} = (2;1;-2)$ *и* $\overrightarrow{BC} = (3;2;6)$, вычислить углы этого треугольника.
4. Найти единичный вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
5. Показать, что векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + (m+1)\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$ ни при каком значении m не могут быть компланарными.
6. Запишите формулы для вычисления скалярного произведения векторов.
7. Найти угол между векторами $\bar{a} = \{3, -2, -5\}$ *и* $\bar{b} = \{-1, 0, 7\}$.
8. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ *и* $B = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 2 & 5 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$.
9. Какие ограничения на размер матриц накладываются при их перемножении?
10. Какая матрица называется единичной?
11. Найти в условиях задачи 8 обратную матрицу для матрицы A.
12. Найти обратную матрицу методом элементарных преобразований

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

13. Найти в условиях задачи 8 матрицу, транспонированную относительно матрицы A.
14. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
15. Какую матрицу в условиях задачи 8 необходимо прибавить к матрице A, чтобы получить единичную?

16. Вычислить определитель разложением по строке или столбцу, предварительно его преобразовав: $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$

17. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду. Указать базисный минор.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

18. Запишите общий вид системы линейных алгебраических уравнений из трех уравнений с двумя неизвестными.
19. Какие системы линейных алгебраических уравнений называют однородными?
20. Какие системы линейных алгебраических уравнений называют совместными?
21. Определите ранг матрицы системы из задачи 8.
22. Составьте расширенную матрицу для системы из задачи 7.
23. Найдя сначала обратную матрицу системы уравнений $\begin{cases} x+3y+z=0 \\ 2x-2y-z=2 \\ x+2y+2z=3, \end{cases}$

решить затем эту систему методом обратной матрицы.

24. Используя формулы Крамера, решить систему уравнений $\begin{cases} 5-3y-z=0 \\ 10x-6y-3z=-1 \\ 5x-2y-2z=0, \end{cases}$

указав в ответе отдельно величину определителя Δ этой системы.

25. Решить методом Гаусса систему уравнений $\begin{cases} 2x-3y-5z-8w=0 \\ x-2y+z+5w=2 \\ 4x+5y-z+w=-1 \\ 2x+8y+4z+8w=1. \end{cases}$

26. Убедиться, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ $\vec{c}$ не лежат в одной плоскости; написать разложение вектора $\vec{u}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ $\vec{c}$: $\vec{a}$ = (2;1;1), $\vec{b}$ = (1;1;0), $\vec{c}$ = (-1;-2;-1), $\vec{u}$ = (2;3;-5).

27. Найти фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2-2x_3+x_4-3x_5=0 \\ 3x_1-x_2+2x_3-x_4+2x_5=0 \\ x_1-3x_2+4x_3-2x_4+5x_5=0 \end{cases}$$

28. Найти общее решение системы: $\begin{cases} 3x_1+x_2-4x_3+2x_4+x_5=0 \\ 2x_1-2x_2-3x_3-7x_4+2x_5=0 \\ x_1+11x_2+34x_4-5x_5=0 \end{cases}$. Проанализировать его структуру (указать базис пространства решений однородной системы, установить размерность пространства).

29. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы A. Результат проверить по определению: $A=\begin{pmatrix} 6 & 5 & -5 \\ -11 & -4 & 11 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$.

30. Найти ранг матрицы A из задачи 1 и указать любой базисный минор.

31. Дайте определение квадратичной формы.

32. Что называют собственным вектором линейного преобразования?

33. Какой вид линейного оператора называется каноническим?

34. Сформулировать алгоритм приведения формы к нормальному виду.

35. Сформулировать алгоритм приведения формы к каноническому виду.

36. Сформулируйте критерий Сильвестра.

37. Привести к каноническому виду квадратическую форму $16x_1^2+13x_2^2-3x_3^2+24x_1x_2+40x_1x_3+6x_2x_3$

38. Записать уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

39. Указать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

40. Записать канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.

41. Выяснить взаимное расположение плоскостей, заданных общими уравнениями: $2x+3y-4z=0$ и $4x-4y-z+9=0$.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-6	Способность выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК ОС-6.2	Умение и навыки эффективно применять методы самоорганизации и саморазвития с учетом приоритетных задач

4.3.2 Типовые оценочные средства

Вопросы к экзамену:

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
2. Доказать, что однородная система линейных уравнений, у которой число неизвестных больше числа уравнений, имеет ненулевые решения.
3. Доказать неравенство Коши-Буняковского.
4. Выполнить действия над векторами в R^n. Найти длины векторов и углы между ними.

5. Вычислить скалярное произведение векторов в R^n.
6. Найти ранг и базис данной системы векторов. Разложить заданный вектор по данному базису.
7. Доказать, что любая система ненулевых попарно ортогональных векторов линейно независима.
8. Исследовать данное подмножество векторов линейного пространства и выяснить, является ли оно линейным подпространством.
9. Выполнить действия над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц).
10. Сформулировать основные свойства определителей.
11. Вычислить определитель заданной квадратной матрицы.
12. Пользуясь формулами Крамера, решить систему линейных уравнений.
13. Установить, имеет ли однородная система линейных уравнений ненулевые решения.
14. Найти ФНР однородной системы уравнений.
15. Найти матрицу, обратную заданной.
16. Решить матричное уравнение вида $AX = B$, $XA = B$.
17. Найти ранг матрицы.
18. Провести действия с комплексными числами.
19. Вычислить степень комплексного числа, используя формулу Муавра.
20. Найти комплексные корни уравнения.
21. Представить комплексное число в тригонометрической форме.
22. Разложить правильную рациональную функцию в виде суммы простейших дробей.
23. Найти НОД многочленов.
24. Преобразовать координаты вектора при замене базиса.
25. Найти матрицу данного линейного оператора.
26. Преобразовать матрицу линейного оператора при замене базиса.
27. Проверить продуктивность заданной матрицы.
28. Найти собственные значения и собственные векторы заданной матрицы.
29. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям матрицы, линейно независимы.
30. Найти собственные векторы линейного преобразования.
31. Найти число и вектор Фробениуса заданной матрицы.
32. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа.
33. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональной заменой координат.
34. Исследовать положительную определенность квадратичной формы.
35. Составить уравнение прямой, заданной в двумерном пространстве.
36. Составить уравнение прямой, заданной в трехмерном пространстве.
37. Найти расстояние от данной точки до заданной прямой.
38. Составить уравнение плоскости, заданной в трехмерном пространстве.
39. Исследовать взаимное расположение прямых и плоскостей, заданных в трехмерном пространстве.
40. Найти углы между данными прямыми.
41. Найти углы между данными плоскостями.
42. Найти углы между данными прямой и плоскостью.
43. Найти угловые точки выпуклого плоского множества, заданного системой линейных неравенств.
44. Определить с помощью линейных неравенств выпуклую оболочку конечного семейства точек (на плоскости).
45. Определить тип линии второго порядка по ее уравнению, найти её каноническое уравнение.
46. Представить задачу линейного программирования в канонической форме.
47. Представить задачу линейного программирования в стандартной форме.
48. Решить графически задачу линейного программирования.
49. Решить задачу линейного программирования симплексным методом.

50. Решить задачу линейного программирования симплексным методом с помощью искусственного базиса.
51. Для заданной задачи линейного программирования составить двойственную задачу.
52. Применить теоремы двойственности для нахождения решения двойственной задачи по найденному решению заданной задачи линейного программирования.
53. Решить транспортную задачу.

Шкала оценивания.

Оценочным средством промежуточной аттестации является накопительная оценка результатов выполнения текущего контроля по дисциплине.

Максимальный накопленный балл, который может быть достигнут студентом по дисциплине (включая экзамен), **составляет 100 баллов**. Конечный балл, набранный студентом в течение семестра, определяется суммированием полученных баллов по следующим позициям:

	Вид работы	максимально возможный набранный балл
1.	работа на лекциях	1б.*16л.=16б.
2.	работа на семинарах	2б.*8пр.=16б.
3.	контрольная работа	0-38б.
4.	итоговый экзамен	0-30б.

Для определения конечной оценки по дисциплине набранные студентом баллы переводятся из 100-бальной шкалы в 5-бальную по следующей схеме:

от 0 до 50 включительно	от 51 до 69 включительно	от 70 до 84 включительно	от 85 до 100 включительно
«неудовлетворительно»- 2	«удовлетворительно»- 3	«хорошо» - 4	«отлично» - 5

4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия: вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению, задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» предусматривает комплекс мероприятий, направленных на формирование у обучающихся системных теоретических знаний, умений высказать свое мнение по рассматриваемой проблеме.

Базовый материал по конкретным вопросам осваиваемой дисциплины дается в рамках занятий лекционного типа.

Семинарские занятия по дисциплине «Линейная алгебра» проводятся с целью

применения и расширения знаний, полученных на лекциях и в ходе самостоятельной работы над литературными источниками с использованием современных информационных технологий. Целью самостоятельной работы является повторение, закрепление и расширение пройденного на аудиторных занятиях материала.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены следующие формы работы бакалавра: посещение лекций и семинарских занятий, изучение вопросов, которые не рассматривались преподавателем на лекциях.

Дисциплина разбита на темы, которые представляют собой логически завершенные блоки и являются комплексом знаний и умений, которые подлежат контролю.

Контроль освоения тем включает в себя проведение выборочного или летучего опроса предусмотренных рабочей программой дисциплины.

При подготовке к семинарским занятиям следует в полной мере использовать литературу, рекомендованную преподавателем. Помимо учебной, научной литературы студентами должны активно использоваться информационные ресурсы, а также словари, справочники. Они дают более углубленное представление о проблемах, получивших систематическое изложение в учебниках. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками.

Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Серьезная и методически грамотно организованная работа по подготовке к семинарским занятиям значительно облегчит подготовку к экзамену. Основными функциями экзамена являются: обучающая и оценочная. При подготовке к экзамену студент повторяет, как правило, ранее изученный материал. В этот период сыграют большую роль правильно подготовленные заранее записи и конспекты. Студенту останется лишь повторить пройденное, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы при подготовке к семинарам, закрепить ранее изученный материал. Экзамен позволяет оценить уровень сформированности этапа компетенций.

Методические рекомендации студентам к практическим (семинарским) занятиям

Практические (семинарские) занятия предназначены для того, чтобы:

- закрепить знания, полученные во время лекций и самостоятельной работы с учебной литературой;
- расширить и углубить представления по наиболее актуальным теоретическим и практическим проблемам данной области знаний;
- сформировать и развить практические навыки и умения, необходимые для будущей профессиональной деятельности;
- осуществить контроль качества усвоения учебной программы.

Последовательность подготовки к практическому (семинарскому) занятию:

1. Внимательно изучить план практического (семинарского) занятия, содержание основных вопросов, выносимых для обсуждения, а также список рекомендованной литературы и дополнительные задания, которые могут быть даны преподавателем.
2. Спланировать самостоятельную работу по подготовке к занятию:
   - когда, какие источники и по какой проблеме следует найти и изучить,
   - какие и по каким вопросам следует подготовить краткие письменные ответы, выступления или доклады.
3. Подобрать литературу, рекомендованную для подготовки к занятию, посмотреть ее и отобрать те источники, где имеются ответы на поставленные вопросы.
4. Внимательно ознакомиться с материалом, отметить те части текста, в которых вопросы практического (семинарского) занятия раскрываются наиболее глубоко и подробно.

5. Изучить отмеченный учебный материал, выделить главные мысли, проблемы, требующие дополнительного обоснования, практического разрешения и т.д.

6. При необходимости составить краткий конспект, сделать выписки. Это целесообразно делать в той тетради, где конспектируются лекции по данной дисциплине.

7. Готовиться следует по всем без исключения вопросам семинара.

8. По каждому вопросу семинара студент должен быть готов высказать и обосновать собственную точку зрения.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Подготовка студентов к сдаче экзамена включает в себя:

- просмотр программы учебного курса;
- определение необходимых для подготовки источников и их изучение;
- использование методических пособий;
- консультирование у преподавателя.

Подготовка к экзамену начинается с первого занятия по дисциплине, на котором студенты получают общую установку преподавателя и перечень основных требований к текущей и итоговой отчетности. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь, прежде всего перечнем вопросов к экзамену, конспектировать важные для решения учебных задач источники. В течение семестра происходит пополнение, систематизация и корректировка студенческих наработок, освоение нового и закрепление уже изученного материала.

Экзамен преследует цель оценить работу студента, его теоретические знания и практические навыки, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умения синтезировать полученные знания и применять на практике при решении практических задач.

Самостоятельная работа студентов является важным этапом подготовки к экзамену, поскольку студент имеет возможность оценить уровень собственных знаний и своевременно восполнить имеющиеся пробелы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1. Основная литература.

1. Бабайцев В.А., Пчелинцев С.В., Солодовников А.С. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3-х ч. Ч.1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование, - М.:Финансы и статистика, 2013, Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии): http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=28350

2. Горлач Б. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие СПб. : Лань, 2012, Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии): http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4042

3. Медведев, А.В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие. Издательство КемГУ (Кемеровский государственный университет), 2012. Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии): http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=44367

6.2. Дополнительная литература.

1. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике. Ч.1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование,- М.:Финансы и статистика, 2011, Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии) http://e.lanbook.com/books

2. Сборник задач по курсу «Математика в экономике»: Учебное пособие. Часть 1. / С.В. Пчелинцев, В.А. Бабайцев, Солодовников А.С. и др./ под ред. В.А. Бабайцева и В.Б.Гисина. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА, 2010.
3. Винюков И.А., Попов В.Ю., Пчелинцев С.В. Линейная алгебра. Часть 2. Многочлены и комплексные числа. Собственные значения и собственные векторы. Модель Леонтьева. Учебное пособие для подготовки бакалавров /Под ред. В.Б.Гисина, С.В. Пчелинцева. – М.: Финансовая академия, 2009.
4. Тищенко А.В. Линейная алгебра. Часть 3. Элементы аналитической геометрии. Учебное пособие для подготовки бакалавров /Под ред. В.Б.Гисина, С.В. Пчелинцева. - М.: Финансовая академия, 2009.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.
6.4. Нормативные правовые документы.
6.5. Интернет-ресурсы.
6.6. Иные источники.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Учебная аудитория должна быть оснащена наглядными учебными пособиями, экраном, мультимедийным проектором с ноутбуками (ПК) для презентации учебного материала, с выходом в сеть Интернет, программные продукты Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint).