Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет «Институт менеджмента и маркетинга»
(наименование структурного подразделения (института/факультета)
кафедра «Финансы и страхование»
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

решением *Ученого совета факультета «Институт менеджмента и маркетинга»*

Протокол от «28» августа 2017г.

№ 3

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.04.01 Математический анализ
(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика
(код, наименование направления подготовки)

Экономика в топливно-энергетическом комплексе
(направленность (профиль))

Бакалавр
(квалификация)

очная
(форма обучения)

Год набора - 2018

Москва, 2017 г.

Автор(ы)–составитель(и):

к.пед.наук,доцент _____ _ М.А.Федорова
(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой:

Зав. кафедрой «Финансы и страхование» доктор экон.наук А.С.Миллерман
(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы....4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО....5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля)....5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и....7
фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине....9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины....30
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)....31
6.1. Основная литература....31
6.2. Дополнительная литература....31
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы....31
6.4. Нормативные правовые документы....32
6.5. Интернет-ресурсы....32
6.6. Иные источники....32
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы....32

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.04.01 Математический анализ обеспечивает овладение следующей компетенцией:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-6	способность выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК ОС-6.1	Умения и навыки по осознанному выстраиванию своей образовательной траектории и расставлению приоритетов при планировании учебной деятельности, формированию программы профессионального саморазвития, использование открытых обучающих программ, проводить самоанализ
		УК ОС-6.2	Умение и навыки эффективно применять методы самоорганизации и саморазвития с учетом приоритетных задач
ОПК-2	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	ОПК-2.1	Формирование умения использовать методы сбора и анализа информации в рамках математического анализа
		ОПК-2.2	Закрепление умения использовать методы сбора и анализа информации в рамках математического анализа

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
УК ОС – 6.1	на уровне знаний: концепция образования в течение всей жизни (lifelong leaning): системный взгляд; целеполагание как процесс осмысления своей деятельности (в т.ч. учебной), постановки целей и их достижения;
	на уровне умений: формировать программу профессионального саморазвития; использовать открытые обучающие программы;
	на уровне навыков: постановки целей и задач;

	эффективного обучения;
УК ОС – 6.2	на уровне знаний: концепция образования в течение всей жизни (lifelong leaning): системный взгляд; целеполагание как процесс осмысления своей деятельности (в т.ч. учебной), постановки целей и их достижения; современные методы самоорганизации и саморазвития
	на уровне умений: формировать программу профессионального саморазвития; использовать открытые обучающие программы; проводить самоанализ
	на уровне навыков: постановки целей и задач; эффективного обучения; самомотивации.
ОПК – 2.1	на уровне знаний: знать совокупность статистических методов исследования
	на уровне умений: использовать открытые обучающие программы; применять математические методы для обработки собранных данных
	на уровне навыков: постановки целей и задач; эффективного обучения
ОПК – 2.2	на уровне знаний: знать совокупность статистических методов исследования, основные требования к исходной информации
	на уровне умений: применять математические методы для обработки собранных данных
	на уровне навыков: владеть навыками самостоятельного выбора и применения статистических методов для обработки имеющейся информации

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины – 10 з.е.

198 часов выделены на контактную работу с преподавателем и 90 часов на самостоятельную работу обучающихся.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.04.01 Математический анализ изучается на 1 курсе в 1 и 2 семестрах.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики. Дисциплина Математический анализ является основой для изучения дисциплин: Линейная алгебра, Теория вероятностей и математическая статистика, Методы оптимальных решений, Теория игр, а также для прохождения практик.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час.	Форма

	(разделов)	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	текущего контроля успеваемости[4], промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Действительные числа и их свойства.	10	2	-	2	2	4	О,ПЗ
Тема 2	Функции и их свойства. Операции над функциями, композиция функций, обратная функция.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ,КР
Тема 3	Последовательности. Пределы последовательностей.	14	4	-	4	2	4	О,ПЗ,СР
Тема 4	Предел функции. Свойства пределов.	14	4	-	4	2	4	О,ПЗ
Тема 5	Свойства непрерывных функций.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ
Тема 6	Элементарные функции.	14	4	-	4	2	4	О,ПЗ
Тема 7	Вычисление пределов функций.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ
Тема 8	Дифференцируемость функции, производная, дифференциал. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ,КР
Тема 9	Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ,СР
Тема 10	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	16	4	-	6	2	4	О,ПЗ
Тема 11	Числовые ряды и их свойства.	14	2	-	4	2	6	О,ПЗ
Тема 12	Условия и признаки сходимости числовых рядов.	15	4	-	5	2	4	О,ПЗ
Тема 13	Функциональные последовательности и ряды, виды и условия их сходимости.	15	4	-	5	2	4	О,ПЗ
Тема 14	Степенные ряды и ряды Тейлора. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций.	16	2	-	6	2	6	О,ПЗ

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости[4], промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 15	Тригонометрические ряды и ряды Фурье.	16	4	-	4	2	6	О,ПЗ
Тема 16	Предел и непрерывность ФМП.	14	2	-	4	2	6	О,ПЗ
Тема 17	Дифференциальное исчисление ФМП и его приложения.	16	2	-	6	2	6	О,ПЗ,КР
Тема 18	Двойные интегралы, их свойства и приложения.	18	4	-	6	2	6	О,ПЗ
Тема 19	Криволинейные интегралы, их свойства и приложения.	16	2	-	6	2	6	О,ПЗ
Промежуточная аттестация		72	-	-	-	-	-	Экзамен
	Всего:	**360**	**64**	**-**	**96**	**38**	**90**	**72**

Примечание: О – опрос по пройденному материалу, КР – контрольная работа, СР – самостоятельная работа, ПЗ – практические задания.

Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Действительные числа и их свойства.

Аксиоматика действительного числа. Модуль действительного числа, его свойства. Ограниченные и неограниченные множества. Точные грани числовых множеств; теорема существования и единственности точных граней множеств.

Тема 2. Функции и их свойства.

Операции над функциями, композиция функций, обратная функция. Понятие функции, основные свойства функций, числовые функции. Ограниченные функции. Монотонные функции. Обратная функция. Четные и нечетные функции. Периодические функции.

Тема 3. Последовательности. Пределы последовательностей.

Числовые последовательности. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Единственность предела последовательности. Ограниченность последовательности, имеющей предел. Свойства сходящихся последовательностей, имеющих предел.

Тема 4. Предел функции. Свойства пределов.

Предел функции. Определения предела по Коши и Гейне, их эквивалентность. Первый замечательный предел. Различные типы пределов. Односторонние пределы. Бесконечные пределы в конечной точке. Локальные свойства функции, имеющей предел. Ограниченность функции, имеющей конечный предел.

Тема 5. Свойства непрерывных функций.

Точки разрыва функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Ограниченность непрерывной функции. Достижимость точных граней. Теорема о промежуточных значениях. Теорема о функции, обратной к монотонной непрерывной функции.

Тема 6. Элементарные функции.

Непрерывность элементарных функций. Многочлены и рациональные функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Степенная функция с рациональным показателем. Показательная функция. Логарифмическая функция. Гиперболические функции и обратные к ним.

Тема 7. Вычисление пределов функций.

Раскрытие неопределенностей. Замена переменного при вычислении предела. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Замена функций эквивалентными им функциями при вычислении пределов.

Тема 8. Дифференцируемость функции, производная, дифференциал.

Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Таблица производных. Геометрический, физический смысл производной. Односторонние и бесконечные производные. Дифференцируемые функции и их свойства.

Тема 9. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования.

Определение первообразной, первообразная линейной комбинации, свойства первообразной. Неопределенный интеграл. Интегрирование заменой (подстановкой) переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.

Тема 10. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Определение интеграла Римана. Необходимое условие существования интеграла. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. Геометрический смысл интеграла Римана. Равномерная непрерывность функции. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла Римана. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 11. Числовые ряды и их свойства.

Основные определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости. Геометрический ряд. Остаток ряда. Теорема об остатках. Положительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости.

Тема 12. Условия и признаки сходимости числовых рядов.

Теоремы сравнения. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак сходимости положительного ряда. Сходимость произвольных числовых рядов. Абсолютная и неабсолютная сходимость. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Оценка суммы остатка ряда лейбницевского типа. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Дирихле. Умножение рядов.

Тема 13. Функциональные последовательности и ряды, виды и условия их сходимости.

Равномерная и неравномерная сходимость функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной сходимости. Функциональные ряды. Область сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

Тема 14. Степенные ряды и ряды Тейлора.

Разложение в степенной ряд основных элементарных функций. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряды Тейлора. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.

Тема 15. Тригонометрические ряды и ряды Фурье.

Тригонометрический ряд. Ортогональные системы функций. Ортогональность тригонометрической системы функций. Теорема о равномерно сходящемся тригонометрическом ряде. Определение тригонометрического ряда Фурье. Особенности ряда Фурье четной и нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье.

Тема 16. Предел и непрерывность ФМП.

Предел ФМП в точке. Эквивалентность определений предела по Коши и Гейне. Непрерывность ФМП. Теоремы о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций многих переменных. Компактные множества и теорема Вейерштрасса.

Тема 17. Дифференциальное исчисление ФМП и его приложения.

Дифференцируемость и дифференциал ФМП. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Производная по направлению и градиент, геометрический смысл градиента. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора.

Тема 18. Двойные интегралы, их свойства и приложения.

Мера Жордана плоской области и ее свойства, измеримость по Жордану. Понятие двойного интеграла Римана. Условия существования двойного интеграла

Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному. Основные свойства двойного интеграла. Отображения плоских областей. Переход к полярным координатам.

Тема 19. Криволинейные интегралы, их свойства и приложения.

Кривые на плоскости и в пространстве, спрямляемые кривые. Определение криволинейного интеграла первого рода. Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла первого рода. Определение криволинейного интеграла второго рода; его свойства; вычисление.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины *Б1.Б.04.01 Математический анализ* **используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:**

При проведении занятий лекционного типа:
устное изложение преподавателем учебного материала.

При проведении занятий семинарского типа:
выполнение практических заданий (решение задач), самостоятельных и контрольных работ, ответы на вопросы преподавателя по тематике семинара.

При контроле результатов самостоятельной работы студентов:
изучение вопросов, которые не излагались преподавателем на лекциях и на семинарских (практических) занятиях, выполнение практических заданий, контрольных и самостоятельных работ.

4.1.2. Экзамен проводится в форме подведения итогов по результатам работы на лекционных и семинарских (практических) занятиях, выполнения контрольных и самостоятельных работ и ответа на экзаменационный билет.

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.
Вопросы для опроса по курсу

Тема 1. Действительные числа и их свойства.

1. Аксиоматика действительного числа.
2. Модуль действительного числа, его свойства.
3. Ограниченные и неограниченные множества.
4. Точные грани числовых множеств.
5. Теорема существования и единственности точных граней множеств.

Тема 2. Функции и их свойства.

1. Понятие функции, основные свойства функций, числовые функции.
2. Основные понятия, связанные с функциями.
3. Операции над функциями, композиция функций, обратная функция.
4. Ограниченные функции.
5. Монотонные функции.
6. Обратная функция.
7. Четные и нечетные функции.
8. Периодические функции.

Тема 3. Последовательности. Пределы последовательностей.

1. Числовые последовательности.
2. Определение предела последовательности.
3. Последовательность и ее предел.
4. Сходящиеся последовательности и их свойства.
5. Единственность предела последовательности.
6. Ограниченность последовательности, имеющей предел.
7. Свойства сходящихся последовательностей, имеющих предел.
8. Предельные точки, верхний и нижний пределы.

Тема 4. Предел функции. Свойства пределов.

1. Предел функции.
2. Определения предела по Коши и Гейне, их эквивалентность.
3. Первый замечательный предел.
4. Различные типы пределов.
5. Односторонние пределы.
6. Бесконечные пределы в конечной точке.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
8. Локальные свойства функции, имеющей предел.
9. Ограниченность функции, имеющей конечный предел.

Тема 5. Свойства непрерывных функций.

1. Понятие непрерывности функции.

2. Арифметические операции с непрерывными функциями.
3. Свойства монотонных функций, непрерывность обратной функции.
4. Свойства элементарных функций.
5. Точки разрыва функций и их классификация.
6. Основные теоремы о непрерывных функциях.
7. Свойства функций, непрерывных в точке.
8. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
9. Ограниченность непрерывной функции.
10. Достижимость точных граней.
11. Теорема Больцано-Коши I (прохождение непрерывной функции через нуль).
12. Теорема Больцано - Коши II (прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение).
13. Теорема Вейерштрасса I (ограниченность непрерывной функции на сегменте).
14. Теорема Вейерштрасса II (достижение непрерывной функции своих точных граней).
15. Лемма Бореля Равномерная непрерывность функции, теорема Кантора.

Тема 6. Элементарные функции.

1. Основные элементарные функции.
2. Арифметические операции над функциями.
3. Сложная функция.
4. Элементарные функции.
5. Непрерывность элементарных функций.
6. Многочлены и рациональные функции.
7. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
8. Степенная функция с рациональным показателем.
9. Показательная функция.
10. Логарифмическая функция.
11. Гиперболические функции и обратные к ним.

Тема 7. Вычисление пределов функций.

1. Раскрытие неопределенностей.
2. Замена переменного при вычислении предела.
3. Второй замечательный предел.
4. Следствия второго замечательного предела.
5. Сравнение функций.
6. Эквивалентные функции.
7. Замена функций эквивалентными им функциями при вычислении пределов.

Тема 8. Дифференцируемость функции, производная, дифференциал.

1. Правила дифференцирования.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения к исследованию функций.
3. Задачи, приводящие к понятию производной.
4. Определение производной.
5. Таблица производных.
6. Геометрический, физический смысл производной.
7. Односторонние и бесконечные производные.
8. Дифференцируемые функции и их свойства.

Тема 9. Неопределенный интеграл и основные методы интегрирования.

1. Понятие первообразной функции.

2. Первообразная линейной комбинации, свойства первообразной.
3. Неопределенный интеграл.
4. Основные методы интегрирования.
5. Интегрирование заменой (подстановкой) переменной.
6. Интегрирование по частям.
7. Интегрирование рациональной функции.
8. Интегрирование тригонометрических функций.
9. Интегрирование иррациональных функций.

Тема 10. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

1. Определение интеграла Римана.
2. Необходимое условие существования интеграла.
3. Суммы Дарбу и их свойства.
4. Условия интегрируемости, классы интегрируемых функций.
5. Геометрический смысл интеграла Римана.
6. Равномерная непрерывность функции.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства интеграла Римана.
9. Интеграл с переменным верхним пределом.
10. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 11. Числовые ряды и их свойства.

1. Основные определения.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Необходимое условие сходимости.
4. Геометрический ряд. Остаток ряда.
5. Теорема об остатках.
6. Положительные ряды.
7. Необходимое и достаточное условие сходимости.

Тема 12. Условия и признаки сходимости числовых рядов.

1. Теоремы сравнения.
2. Признаки Коши и Даламбера.
3. Интегральный признак сходимости положительного ряда.
4. Сходимость произвольных числовых рядов.
5. Абсолютная и неабсолютная сходимость.
6. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.
7. Признак сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.
8. Пример расчета приведенной стоимости вечной ренты.
9. Оценка суммы остатка ряда лейбницевского типа.
10. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
11. Теорема Дирихле.
12. Умножение рядов.

Тема 13. Функциональные последовательности и ряды, виды и условия их сходимости.

1. Равномерная и неравномерная сходимость функциональной последовательности.
2. Критерий Коши равномерной сходимости.
3. Функциональные ряды.
4. Область сходимости.
5. Признак Вейерштрасса.

6. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

Тема 14. Степенные ряды и ряды Тейлора.

1. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций.
2. Понятие степенного ряда.
3. Область и радиус сходимости степенного ряда.
4. Теорема Абеля.
5. Теорема об области сходимости степенного ряда.
6. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда.
7. Свойства степенных рядов.
8. Ряд Тейлора.
9. Разложение функций в ряды Тейлора.
10. Приближенные вычисления с помощью степенных рядов.

Тема 15. Тригонометрические ряды и ряды Фурье.

1. Тригонометрический ряд.
2. Ортогональные системы функций.
3. Ортогональность тригонометрической системы функций.
4. Теорема о равномерно сходящемся тригонометрическом ряде.
5. Определение тригонометрического ряда Фурье.
6. Особенности ряда Фурье четной и нечетной функций.
7. Разложение функций в ряд Фурье.

Тема 16. Предел и непрерывность ФМП.

1. Предел ФМП в точке.
2. Эквивалентность определений предела по Коши и Гейне.
3. Непрерывность ФМП.
4. Теоремы о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций многих переменных.
5. Компактные множества и теорема Вейерштрасса.

Тема 17. Дифференциальное исчисление ФМП и его приложения.

1. Дифференцируемость и дифференциал ФМП.
2. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных.
3. Достаточные условия дифференцируемости.
4. Производная по направлению и градиент, геометрический смысл градиента.
5. Производные и дифференциалы высших порядков.
6. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора.

Тема 18. Двойные интегралы, их свойства и приложения.

1. Определение и условия существования двойного интеграла.
2. Мера Жордана плоской области и ее свойства, измеримость по Жордану.
3. Понятие двойного интеграла Римана.
4. Условия существования двойного интеграла
5. Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
6. Основные свойства двойного интеграла.
7. Отображения плоских областей.
8. Переход к полярным координатам.

Тема 19. Криволинейные интегралы, их свойства и приложения.

1. Криволинейные интегралы.
2. Ориентация пространства.
3. Гладкие и кусочно-гладкие кривые.
4. Криволинейные интегралы первого рода.
5. Геометрическая интерпретация криволинейных интегралов первого рода.
6. Криволинейные интегралы второго рода.
7. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
8. Формула Грина.
9. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

Типовые практические задания для семинарских занятий

Действительные числа.

Задание 1. Выполните действия:

1) (2,125 · 0,32 – 1,93) : 2,5 – 0,5.

2) 6,75 – 6,75 · (0,45 – 6,72 : 6,4).

3) $\dfrac{0{,}15-0{,}15\cdot 6{,}4}{-\frac{3}{8}+0{,}175}$

4) $\dfrac{1{,}6\cdot 0{,}81-0{,}81}{3{,}57-3\frac{3}{4}}$

5) $-0{,}09\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right):\left(3{,}57:3{,}5-1{,}1\right)$.

6) $\left(1{,}68:1{,}6-1{,}5\right)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right):\left(-0{,}09\right)$.

7) $\left(\frac{11}{15}-1\frac{9}{10}+\frac{5}{8}\right)\cdot 0{,}9+0{,}1$.

8) $0{,}8+0{,}2:\left(\frac{7}{15}-1\frac{1}{12}+\frac{9}{20}\right)$.

9) $-1{,}5+0{,}5\cdot\left(\frac{8}{15}-1{,}7+\frac{1}{6}\right)$.

10) $\left(-3\frac{4}{15}-\frac{3}{20}+\frac{5}{12}\right)\cdot 0{,}6-0{,}6$.

Задание 2. Вычислить 15% от 84.

Задание 3. Найти число, если 8% его равны 24.

Задание 4. На сколько процентов уменьшится произведение двух чисел, если одно из них уменьшить на 25%, а другое – на 50%?

Функции. Предел функции.

Задание 1. Доказать равенство:

а) $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{2x^2+15x+7}{x+7}=-13$;

б) $\lim\limits_{x\to 5/2}\dfrac{2x^2-9x+10}{2x-5}=\dfrac{1}{2}$;

в) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+5x-2}{x+2}=-7$;

г) $\lim\limits_{x\to 1/2}\dfrac{6x^2-x-1}{x-1/2}=5$;

д) $\lim\limits_{x\to -1/3}\dfrac{9x^2-1}{x+1/3}=-6$;

е) $\lim\limits_{x\to 5/2}\dfrac{2x^2-9x+10}{2x-5}=\dfrac{1}{2}$;

ж) $\lim\limits_{x \to 1/3} \dfrac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5$;

з) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{5x^2 - 24x - 5}{x - 5} = 26$;

и) $\lim\limits_{x \to -7} \dfrac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13$;

к) $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10$.

Задание 2. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$;

б) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 2x - 15}$;

в) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}$;

г) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10}$;

д) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 4x + 3}$;

е) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 3x - 4}$;

ж) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^2 - 13x + 20}{x^2 - 6x + 8}$;

з) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 6x + 5}$;

и) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^3 + 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$;

к) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x - 2}$.

Задание 3. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 + x - 10}{x^2 - 5x + 6}$;

б) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6}$;

в) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{2x^2 - 13x + 20}{x^2 - 2x - 8}$;

г) $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x^2 + 2x - 8}{2x^2 + 7x - 4}$;

д) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}$;

е) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 8x + 15}{2x^2 + 5x - 3}$;

ж) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 10x + 21}{2x^2 + 5x - 3}$;

з) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - x - 1}$;

и) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 + x - 10}{x^2 - 5x + 6}$;

к) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 5x + 6}$.

Задание 4. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$;

б) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 4}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$;

в) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$;

г) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$;

д) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$;

е) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$;

ж) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$;

з) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$;

и) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$;

к) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$.

Задание 5. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$;

б) $\lim\limits_{x \to -8} \dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$;

в) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$;

г) $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{2x+9}-5}{2-\sqrt[3]{x}}$;

д) $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$;

е) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2-\sqrt[3]{10-x}}{x-2}$;

ж) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$;

з) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{x^2-x-2}$;

и) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}$;

к) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$.

Задание 6. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3+x-5x^4}{x^4+12x-3}$;

в) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3+1}{2x^3-4x+2}$;

г) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3+3x-1}{5x^3-2x+1}$;

д) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2+5x-3}{2x^2+3}$;

е) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{7x^4-2x^3+2x}{x^4+3x}$;

ж) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3-5x+1}{2x^3+4x-5}$;

з) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2-5}$;

и) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^4+5x^2-3}{5x^4-2x^3-4x}$;

к) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{12x^3+4}{3x^3-2x+6}$.

Задание 7. Вычислить:

а) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-2}{5x^3+2x^2-3}$;

б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2-2x+5}{4x^4+3x^3+2x^2}$;

в) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2+3x-5}{5x^3-2x+1}$;

г) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2-3x^4+2}{5x^5+3}$;

д) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x}{x^2+2x-3}$;

е) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-2}{3x^3+2x^2-3}$;

ж) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x^2-3x+1}{x-5+3x^3}$;

з) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^3+2x+1}{2x^5-2x+3}$;

и) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2-5x+1}{3x^3+5x^2-1}$;

к) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{8x^2+4x+7}{6x^3-5x+9}$.

Последовательность. Пределы последовательности

Задание 1. Изобразить последовательности на координатной оси.

Установить, какие из них имеют предел (сходятся), а какие не имеют (расходятся).

а) $x_n = \frac{1}{n^2}$, $y_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n^2}$;

б) $x_n = n$, $y_n = (-1)^n \cdot n$;

в) $x_n = \frac{n+1}{n}$, $y_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n}$.

Задание 2. Определить:

1) какие из последовательностей ограничены сверху, ограничены снизу, ограничены;

2) какие из указанных последовательностей являются возрастающими, убывающими;

3) какие из последовательностей являются сходящимися, если

а) $x_n = \frac{2n+3}{4-3n}$; б) $x_n = \frac{n^2}{n^2+3}$.

Задание 3. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, если

а) $x_n = \frac{2n+3}{4-3n}$, $a = -\frac{2}{3}$; б) $x_n = \frac{n^2}{n^2+3}$, $a = 1$.

Указать номер n_ε.

Задание 4. Найти предел последовательности:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3-100n^2+1}{100n^2+5n}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1000n^3+3n^2}{0{,}001n^4-100n^3+1}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-2n-n^3}{(3n+1)^3}$; г) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^4+(n-1)^4}$;

д) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^4-(n-1)^4}{(2n+1)^4+(n-1)^4}$; е) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}$; з) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[4]{n^5+2}-\sqrt[3]{n^2+1}}{\sqrt[5]{n^4+2}-\sqrt{n^3+1}}$;

и) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{2^n+1}$; к) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}}-1}{2^{\frac{1}{n}}+1}$;

л) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3^{n+1}-2^n}{3^n+2^n}$; м) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)!+(n+2)!}{(n+3)!}$

Задание 5. Найти предел последовательности:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+2}-\sqrt{n})$; б) $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+1}-n)$

Задание 6. Найти предел последовательности:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\ldots+\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{25}\ldots+\frac{1}{5^n}}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-2+3-4+\ldots-2n}{n\sqrt{n^2+1}}$;

Задание 7. Доказать, что последовательность, заданная рекуррентным соотношением, $x_1=0$, $x_{n+1}=2x_n+4$ не имеет предела.

Задание 8. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{2^n}=0.$

Интегральное исчисление

Задание 1. Вычислить определенный интеграл:

1. $\int\limits_1^4 x\sqrt{5-x^2}\,dx$;
2. $\int\limits_0^{\pi}\dfrac{dx}{3+2\cos x}$;
3. $\int\limits_0^{16}\sqrt{256-x^2}\,dx$.

Задание 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=2-x^2$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=3\sin t \end{cases}$
2. $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=2\sin t \end{cases}$

Задание 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r=4\cos\varphi,\ r=2\ (r\ge 2)$.

Задание 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln(x^2-1),\ 2\le x\le 3$.

Задание 6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x=6\cos^3 t, \\ y=6\sin^3 t \end{cases} \quad 0\le t\le\frac{\pi}{3}.$$

Задание 7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $\rho=6e^{\frac{12\varphi}{5}},\ \frac{-\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.

Задание 8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций (ось вращения): $y=3\sin x,\ y=\sin x,\ 0\le x\le\pi$.

Числовые ряды и их свойства.

Задание 1. Найти сумму числового ряда:

1. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{9n^2-12n-5}$;

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{5^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{4n^2+8n+3}$;

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+3^n}{8^n}$;

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$.

Задание 2. Исследовать на сходимость числовые ряды.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n\cdot(n+1)}$;

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2+9}\right)^{n^2}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n\sqrt{n}}$;

4. $\sum_{n=1}\arcsin^n\left(\frac{1}{n^2+5}\right)$;

5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\cdot tg\frac{1}{\sqrt{n}}$;

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^{n-1}}$;

7. $\sum_{n=1}^{\infty}7^n arctg^n\frac{\pi}{7n}$;

8. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n^4}}$.

Задание 3. Исследовать на сходимость знакочередующийся числовой ряд. Выяснить, сходится ряд условно или абсолютно. Для случая б) найти сумму ряда с указанной точностью α.

1. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln^2(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{2n+1}{n^2(n+1)}$, $\alpha=0{,}01$;

2. а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2+4n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{1}{n!(2n+1)}$, $\alpha=0{,}01$;

3. а) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt[4]{\ln n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(n+1)}{4^n}$, $\alpha=0{,}1$;

4. а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{n\ln^3(3n)}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos\pi n}{3^n\cdot(n+1)}$, $\alpha=0{,}01$;

5. а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{\sqrt[8]{n^2+2n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(4n)^4}$, $\alpha=0{,}01$;

6. а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{\sin\frac{1}{n}}{\sqrt[3]{n+11}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4+2n^3}$, $\alpha = 0{,}01$.

Задание 4. Найти интервал сходимости степенного ряда. На отрезке, лежащем внутри интервала сходимости, построить графики частичных сумм ряда $S_1(x)$ и $S_{10}(x)$.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{(n+4)\ln(x+4)}$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n!}x^n$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n\cdot(-1)^n}{(2n-3)(3n-2)}$;
4. $1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{3n+8}$;
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{4^n\cdot n}(x+1)^n$;
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{n^n}2^n$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty}n3^{n-1}\cdot x^{n-1}$.

Задание 5. Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки x_0. Определить интервал сходимости полученного ряда.

1. $f(x)=\frac{1}{x^2-12x+40}$, $x_0=6$;
2. $f(x)=\frac{1}{5+x}$, $x_0=2$;
3. $f(x)=\ln(1-x-6x^2)$, $x_0=0$;
4. $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$, $x_0=0$;
5. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{25-4x}}$, $x_0=0$;
6. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-6x+25}}$, $x_0=3$;
7. $f(x)=x\cdot\ln(10+x)$, $x_0=0$;
8. $f(x)=x^3\cdot\sqrt{4-3x}$, $x_0=0$;
9. $f(x)=\sqrt[3]{27-x}$, $x_0=0$.

Дифференциальное исчисление. Функции одной переменной.

Задание 1. Вычислить пределы, не применяя правило Лопиталя:

1. $\lim_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$;
2. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$;

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$;

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$;

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^3 2x}{x^2\cdot arctg 3x}$;

7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$;

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$;

9. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin 3x}$;

10. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\ln\left(x^2-15\right)}{e^{x-4}-1}$;

11. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!}{(n+2)\cdot n!}$.

Задание 2. Найти производные функций:

1. $y=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}x+x^2+e^2$;

2. $y=2\sqrt{4x+3}-\dfrac{1}{x^3+5x}$;

3. $y=\ln(\sin(2x+5))$;

4. $y=arctg\left(e^{2x}\right)$;

5. $y=ctg\left(\sqrt[3]{3x}\right)\cdot\log_2\left(\cos\dfrac{1}{x}\right)$;

6. $y=x^{\ln x}$.

Задание 3. Найти производную y' функции заданной неявно: $arctg(x+y)=x$.

Задание 4. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=\cos t+\sin t, \\ y=\sin 2t. \end{cases}$$

Задание 5. Найти дифференциал dy: $y=\dfrac{-10}{\sqrt{4x^2-1}}$.

Задание 6. Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$y=x+\frac{1}{x}.$$

Задание 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$y=\frac{4x}{4+x^2},\ [-4,2].$$

Двойные интегралы. Криволинейные интегралы.

Задание 1. Вычислить повторный интеграл $\int_1^3 dx \int_{x-1}^{x^2} xydy$.

Задание 2. Вычислить повторный интеграл $\int_{-2}^{4} dy \int_0^y \frac{y^3}{x^2+y^2} dx$.

Задание 3. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_\sigma f(x;y)dxdy$ по области σ, где σ ограничена линиями: $y=2-x^2$; $y=2x-1$.

Задание 4. Расставить пределы интегрирования в $\iint_\sigma f(x;y)dxdy$ по области σ, где σ ограничена линиями $y^2=2x$ и $y=x-4$.

Задание 5. Вычислить криволинейные интегралы первого рода:

1) $\int_L y dl$, где L − дуга параболы от точки A (0; 0) до точки B (1;1);

2) $\int_L (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl$, где L − отрезок прямой от точки A (-1; 0) до точки B (0; 1);

3) $\int_L y^2 dl$, где L − четверть круга $x = a\cos t,\ y = a\sin t,\quad (0 \le t \le \frac{\pi}{2})$;

4) $\int_L \sqrt{2y} dl$, где L − первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$, $(0 \le t \le 2\pi)$;

5) $\int_L (x^2 + y^2) dl$, где L − дуга логарифмической спирали $\rho = ae^{3\phi}$ от точки A (a; 0) до точки O (0; 0).

Контрольная работа № 1

Функции и графики

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Построив график функции $y = \left|x^2 - 8|x| + 7\right|$, описать ее свойства.
2. Сколько различных действительных корней в зависимости от a имеет уравнение
$$\left|\frac{2|x|-4}{2|x|-1}\right| = a\,?$$
3. Найти область определения функции $y = 5\cdot\sqrt{x(x-1)^2} - \sqrt{\frac{2x-4}{x+5}}$.
4. Построить график $y = |2-x| - |x+1| + 2x$.

Самостоятельная работа № 1

Пределы и непрерывность функции

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

В задачах 1-6 найти пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3n+4)^6-(n^3+1)^2}{(5n-3)^3+(2n^2+1)^3}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^5-x^2+1}{6x^3-1}-\dfrac{4x^2+1}{x^{10}}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-6}{3x^2-12}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^4-1}-\sqrt{x^4+3}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\cdot\sin^2 5x}{\operatorname{tg}^2 x\cdot\sin^3 4x}$

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{5x}\right)^{10x}$

7. Исследовать на непрерывность и установить типы точек разрыва функции

$$y=\begin{cases}3x, & \text{если } x<-5,\\ \dfrac{x+1}{x-3}, & \text{если } x\ge -5\end{cases}.$$

8. Имеет ли уравнение $x^2+x-5+\ln(x^2+4)=0$ хотя бы один корень на отрезке $[0;3]$?

Контрольная работа № 2

Производная. Дифференциал

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Найдите производные: а) $y=x^5-3x^4+\dfrac{x}{2}-2$; б) $y=\dfrac{2x-1}{x^2-1}$; в) $y=2\sin^3(1-2x)$

г) $y=(\cos x)^{\cos x}$ д) $2\sin(3xy)+y\operatorname{arctg}x^2=y$

2. Найдите дифференциал функции $y=x^2-x+5$ в точке $x=3$ при $\Delta x=0{,}01$.

3. Найдите производную второго порядка функции $y=\sin^2 2x$ в точке $x=\dfrac{\pi}{3}$.

4. Найдите по определению производную функции $y=x^2-x+5$.

Контрольная работа № 3

Приложения производной

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Исследовать функцию $y=\dfrac{1}{2x-x^2}$ и построить ее график.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=\dfrac{2x^2+8}{x}$ на отрезке $[1;4]$.

3. Число 10 разбейте на два неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма их кубов S была наименьшей.

Самостоятельная работа № 2

Неопределенный интеграл. Приложения определенного интеграла.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

Найти неопределенные интегралы

1. $\int e^{\operatorname{arctg}5x}\dfrac{dx}{1+25x^2}$;

2. $\int(x^2+5x-7)\ln 2x\,dx$;

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=9-x^2,\ y=3-x,\ y=\frac{9}{5}x+\frac{1}{5}$.

4. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0{,}02x$. Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб. в месяц.

Контрольная работа № 4

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ

1. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.
2. Найти значение частных производных функции $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2$ в точке $M(0; 1; -1)$.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-6	способность выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК ОС-6.1	Умения и навыки по осознанному выстраиванию своей образовательной траектории и расставлению приоритетов при планировании учебной деятельности, формированию программы профессионального саморазвития, использование открытых обучающих программ, проводить самоанализ
		УК ОС-6.2	Умение и навыки эффективно применять методы самоорганизации и саморазвития с учетом приоритетных задач
ОПК-2	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	ОПК-2.1	Формирование умения использовать методы сбора и анализа информации в рамках математического анализа
		ОПК-2.2	Закрепление умения использовать методы сбора и анализа информации в рамках математического анализа

4.3.2 Типовые оценочные средства

Вопросы к экзамену (1 семестр):

1. Общее понятие множества. Свойства числовых множеств. Понятие окрестности точки. Операции над множествами. Пересечение множеств. Объединение множеств. Дополнение. Разность множеств.
2. Комплексные числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
3. Арифметические операции над комплексными числами. Возведение комплексного числа в натуральную степень. Формула Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа.
4. Понятие функции, способы задания функций. Основные характеристики функции. Сложная и обратная функции.
5. Основные элементарные функции и их графики. Классификация функций. Преобразование графиков функций.
6. Понятие числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности.
7. Предел последовательности, сходящиеся последовательности и их свойства. Монотонные последовательности, число е.
8. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции в бесконечности.
9. Бесконечно большие функции и их свойства. Бесконечно малые функции и их свойства.
10. Сравнение бесконечно малых функций. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
11. Основные теоремы о пределах, признаки существования пределов.
12. Замечательные пределы.
13. Непрерывность функции в точке, интервале и на отрезке. Классификация точек разрыва. Основные теоремы о непрерывных функциях.
14. Свойства функций непрерывных на отрезке.
15. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический смысл.
16. Правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные элементарных функций. Производные высших порядков.
17. Понятие дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.
18. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.
19. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правила Лопиталя.
20. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции.
21. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
22. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции.

Вопросы к экзамену (2 семестр):

1. Функции нескольких переменных. Основные понятия.
2. Предел функции двух переменных.
3. Непрерывность функции двух переменных.
4. Частные производные.
5. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.
6. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
7. Дифференцирование неявной функции.
8. Частные производные высших порядков.
9. Дифференциалы высших порядков.
10. Производная по направлению. Градиент.
11. Экстремум функции нескольких переменных.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

13. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
14. Понятие неопределенного интеграла.
15. Свойства неопределенного интеграла.
16. Основные методы интегрирования неопределенного интеграла. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования подстановкой. Метод интегрирования по частям.
17. Интегрирование рациональных функций.
18. Интегрирование тригонометрических функций.
19. Интегрирование иррациональных функций.
20. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.
21. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
22. Методы вычисления определенного интеграла.
23. Геометрические приложения определенного интеграла.
24. Несобственные интегралы.
25. Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений.
26. Дифференциальные уравнения первого порядка Теорема существования и единственности решения.
27. Уравнения с разделяющимися переменными.
28. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
29. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
30. Дифференциальные уравнения высших порядков.
31. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
32. Числовой ряд, частичная сумма, сходимость ряда, сумма ряда. Остаток ряда.
33. Необходимый признак сходимости.
34. Основные свойства сходящихся рядов.
35. Знакочередующиеся ряды, Теорема Лейбница.
36. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признаки абсолютной сходимости.
37. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Гармонический ряд. Критерий сходимости рядов с положительными членами.
38. Признаки сравнения рядов. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости.
39. Функциональная последовательность, функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.
40. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса.
41. Свойства равномерно сходящихся рядов.
42. Степенные ряды. Теорема Абеля. Степенной ряд и область его сходимости. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
43. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
44. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора.
45. Разложение функций $f(x)=e^x$, $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$, $f(x)=(1+x)^\alpha$, $f(x)=\ln(x+1)$ по формуле Маклорена.

Задачи для подготовки к экзамену (1 семестр):

1. Найти произведение, сумму, разность и частное комплексных чисел $z_1=-5+i$ и $z_2=-3-5i$.
2. Записать в тригонометрической и показательной формах комплексное число $z=2+2i$.
3. Найти z_1+z_2, z_1z_2, z_1-z_2, z_1/z_2: $z_1=-2+3i$, $z_2=-5+7i$.

4. Найти предел $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-8x+7}{x^2-9x+14}$.

5. Используя определение производной найти производную функции $f(x)=5x^2$.

6. Найти предел $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-5x+6}$.

7. Найти предел $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{4}{x^2-4}\right)$.

8. Построить график функции y=$\left|2x^2-1\right|$.

9. Построить график функции $y=x^2+|x|$.

10. Построить график функции $y=\left|x^2+4x+3\right|$.

11. Построить график функции $y=\left|\dfrac{2x+3}{x+1}\right|$.

12. Построить график функции $y=\dfrac{1}{2}\sin(2x-1)$.

13. Построить график функции $y=3\cos(x/2)+1$.

14. Выяснить четность (нечетность) функции $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{3x^2+1}$.

15. Выяснить четность (нечетность) функции $y=(x-1)^2\cdot\sin^2 x$.

16. Найти области определения функций $f(x)=\sqrt{\log_{0,2}\dfrac{3x+4}{x+5}}$.

17. Найти производные функций: 1) $y=\sqrt[5]{x}\log_2 x$; 2) $y=\dfrac{x}{x^2-1}$; 3) $y=\dfrac{\cos x}{1+2\sin x}$; 4) $y=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; 5) $y=\dfrac{x}{1+x^2}-arctgx$; 6) $y=\dfrac{\ln x}{tgx}-\dfrac{x}{\cos x}$; 7) $y=\dfrac{xarctgx}{1+x^2}$; 8) $y=\sqrt{1-x^2}$; 19) $y=\sin\dfrac{x}{4}$;.

18. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{ctgx}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin 2x}{x+\sin 3x}$ 3) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-5x^2+2x+8}{x^4-2x^3-16x^2+2x+15}$

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x+\ln x}{1-\sqrt{2x-x^2}}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$ 6) $\lim\limits_{x\to +0}\dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}}$ 7) $\lim\limits_{x\to\frac{\Pi}{2}}\dfrac{tg3x}{tg5x}$

19. Найти экстремум функции $y=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+2$, а также определить ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке [-2; 4].

20. Определить экстремум функции $y=x^3-3x^2+3x+2$, а также определить ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке [2; 5].

21. Найти экстремумы функций

1) $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x$; 2) $y=\dfrac{x^4}{4}-x^3$; 3) $y=\sqrt[3]{x^2}-1$.

22. Исследовать функцию $y = x^4 + 8x^3 + 16x^2$ на экстремум и найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке [-3;1].

23. Доказать, что из всех прямоугольников, имеющих данный периметр 2р, наибольшую площадь имеет квадрат.

24. Исследовать функции и построить графики функций

$$y = \frac{x+1}{x^2+4}.\ y = \frac{x^2+1}{x-4},\ y = \frac{x^2-4}{x^2+4},\ y = \sqrt{x^2+x} - x\ .$$

Задачи для подготовки к экзамену (2 семестр):

1. Найти градиент функции $z=xy$ и его модуль в точке (1;1).

2. Найти градиент функции $z=x^2 + y^2$ и его модуль в точке (1;2).

3. Вычислить приближенно: 1. $1{,}04^{2{,}03}$. 2. $\sqrt{(1{,}04)^2 + (3{,}01)^2}$.

4. Найти критические точки функции $z=x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ и исследовать её на экстремум

5. Найти критические точки функции $z=x^2 + xy + y^2 - 4x - 5y$ и исследовать её на экстремум

6. Найти наибольшее и наименьшее значения данных функций $z=f(x;y)$ в данных замкнутых областях D: 1. $z = x^3 + y^2$, D: круг $x^2 + y^2 \le 1$. 2. $z = \ln(x+y)$, D: круг $(x-2)^2 + (y^2 - 2) \le 1$.

7. Вычислить интеграл $\int_0^2 (4 - x - \sqrt{2x})dx$.

8. Вычислить интеграл $\int_0^1 (2x + 3x^2 + 5)dx$.

9. Вычислить интеграл $\int_1^2 x(3x+6)dx$.

10. Вычислить интеграл $\int_{-3}^1 (3 - x^2 - 2x)dx$.

11. Вычислить интеграл $\int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^2})dx$.

12. Построить область, ограниченную линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$ и найти её площадь.

13. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ *и* $y = \sqrt{x}$ вокруг оси ОХ.

14. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

$$y' = \frac{y-1}{x+1},\quad y(2)=1.$$

15. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

$$y' + 2xy = 0,\quad y(0)=3.$$

16. Решить дифференциальное уравнение: y''-5y'+6y=0.

17. Решить дифференциальное уравнение: y"-4y'+4y=0
18. Решить дифференциальное уравнение: y"-6y'+8y=0
19. Решить дифференциальное уравнение: y"- y'-2y=0
20. Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$.
21. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + y = 4\sin x$.
22. Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 3y' = 6x + 1$
23. Исследовать на сходимость ряды:

1) $\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{6}{27}+\frac{8}{81}+\ldots+\frac{2n}{3^n}+\ldots$ 2) $1+\frac{2}{2!}+\frac{4}{3!}+\frac{8}{4!}+\ldots+\frac{2^{n-1}}{n!}+\ldots$

3) $1+\frac{3}{2*3}+\frac{3^2}{2^2*5}+\frac{3^3}{2^3*7}+\ldots+\frac{3^{n-1}}{2^{n-1}*(2n-1)}+\ldots$

Шкала оценивания.

Оценочным средством промежуточной аттестации является накопительная оценка результатов выполнения текущего контроля по дисциплине.

Максимальный накопленный балл, который может быть достигнут студентом по дисциплине (включая экзамен), **составляет 100 баллов**. Конечный балл, набранный студентом в течение семестра, определяется суммированием полученных баллов по следующим позициям:

	Вид работы	Баллы за 1 семестр	Баллы за 2 семестр
1.	работа на лекциях	0,5б.*24л.=12б.	1б.*8пр.=8б.
2.	работа на семинарах	1б.*32пр.=32б.	2б.*16пр.=32б.
2.	контрольная работа	10б.*2р.=20б.	10б.*2р.=20б.
3.	самостоятельная работа	0-6б.	0-10б.
4.	экзамен	0-30б.	0-30б.

Для определения конечной оценки по дисциплине набранные студентом баллы переводятся из 100-бальной шкалы в 5-бальную по следующей схеме:

от 0 до 50 включительно	от 51 до 69 включительно	от 70 до 84 включительно	от 85 до 100 включительно
«неудовлетворительно»- 2	«удовлетворительно»- 3	«хорошо» - 4	«отлично» - 5

4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия: вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению, задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины «Математический анализ» предусматривает комплекс мероприятий, направленных на формирование у обучающихся системных теоретических знаний, умений высказать свое мнение по рассматриваемой проблеме.

Базовый материал по конкретным вопросам осваиваемой дисциплины дается в рамках занятий лекционного типа.

Семинарские занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся с целью применения и расширения знаний, полученных на лекциях и в ходе самостоятельной работы над литературными источниками с использованием современных информационных технологий. Целью самостоятельной работы является повторение, закрепление и расширение пройденного на аудиторных занятиях материала.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены следующие формы работы бакалавра: посещение лекций и семинарских занятий, изучение вопросов, которые не рассматривались преподавателем на лекциях и семинарских занятиях.

Контроль освоения тем включает в себя проведение выборочного или летучего опроса предусмотренных рабочей программой дисциплины.

При подготовке к семинарским занятиям следует в полной мере использовать литературу, рекомендованную преподавателем. Помимо учебной, научной литературы студентами должны активно использоваться информационные ресурсы.

Серьезная и методически грамотно организованная работа по подготовке к семинарским занятиям значительно облегчит подготовку к экзамену. Основными функциями экзамена являются: обучающая и оценочная. При подготовке к экзамену студент повторяет, как правило, ранее изученный материал. В этот период сыграют большую роль правильно подготовленные заранее записи и конспекты. Студенту останется лишь повторить пройденное, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы при подготовке к семинарам, закрепить ранее изученный материал. Экзамен позволяет оценить уровень сформированности этапа компетенций.

Тематика вопросов для самостоятельной проработки:

1. Функции одной переменной в экономике (производственная функция, функция затрат, функция спроса).
2. Предел функции. Определения предела функции в точке, на бесконечности.
3. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над функциями.
4. Предельный переход в неравенствах.
5. Односторонние производные.
6. Геометрический и механический смысл производной.
7. Производная в экономике.
8. Эластичность функции и ее свойства.
9. Экономическая интерпретация монотонности и выпуклости функций.
10. Исследование функций в экономике на монотонность и выпуклость.
11. Частная производная сложной функции.
12. Эластичность функции по переменной.
13. Частные производные высших порядков, свойство смешанных производных.
14. Производная функции по направлению.
15. Градиент функции и его свойства.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

При выполнении работы и ее оформлении необходимо соблюдать следующие правила:

- работа оформляется в тетради, имеющей поля для замечаний преподавателя;

- решение задач необходимо располагать в порядке номеров, указанных в заданиях;
- решение задач надо оформлять аккуратно, подробно объясняя все действия и используемые формулы;
- после получения проверенной преподавателем работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки и недочеты;
- в случае незачета студент должен в кратчайший срок выполнить все требования преподавателя и представить работу на повторную проверку.

Зачет по каждой работе студент получает после её выполнения и предоставления преподавателю на проверку.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Подготовка студентов к сдаче экзамена включает в себя:

- просмотр программы учебного курса;
- определение необходимых для подготовки источников и их изучение;
- использование методических пособий;
- консультирование у преподавателя.

Подготовка к экзамену начинается с первого занятия по дисциплине, на котором студенты получают общую установку преподавателя и перечень основных требований к текущей и итоговой отчетности. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь, прежде всего перечнем вопросов к экзамену, конспектировать важные для решения учебных задач источники. В течение семестра происходит пополнение, систематизация и корректировка студенческих наработок, освоение нового и закрепление уже изученного материала.

Экзамен преследует цель оценить работу студента, его теоретические знания и практические навыки, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умения синтезировать полученные знания и применять на практике при решении практических задач.

Самостоятельная работа студентов является важным этапом подготовки к экзамену, поскольку студент имеет возможность оценить уровень собственных знаний и своевременно восполнить имеющиеся пробелы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1. Основная литература.

1. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Ч. 1 [Текст] / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 2010. – 448 с.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Ч. 2 [Текст] / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 2010. – 464 с.

6.2. Дополнительная литература.

1. Берман, Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие, СПб. : Лань, 2011 Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии): http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=674
2. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие, СПб. : Лань, 2014 Ссылка на электронный ресурс (ЭБС Академии): http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=149

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

6.4. Нормативные правовые документы.

6.5. Интернет-ресурсы.

6.6. Иные источники.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Учебная аудитория должна быть оснащена наглядными учебными пособиями, экраном, мультимедийным проектором с ноутбуками (ПК) для презентации учебного материала, с выходом в сеть Интернет, программные продукты Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint).