

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Институт управления и регионального развития
Факультет маркетинга и международного сотрудничества
(наименование структурного подразделения (института/факультета))
кафедра «Финансы и страхование»
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА

решением *Ученого совета факультета*
«Институт менеджмента и маркетинга»

Протокол от «31» августа 2020 г.

№ 5

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.06 Математический анализ**

(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки)

Торговая политика

(направленность (профиль))

Бакалавр

(квалификация)

очная

(форма обучения)

Год набора - 2021

Москва, 2020 г.

Автор(ы)–составитель(и):к.пед.наук, доцент*(ученая степень и(или) ученое звание, должность)*М.А.Федорова*(Ф.И.О.)***Заведующий кафедрой:**Зав. кафедрой «Финансы и страхование»*(наименование кафедры)*доктор экон.наук*(ученая степень и(или) ученое звание)*А.С.Миллерман*(Ф.И.О.)*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и.....	5
фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине	9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	8
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	9
6.1. Основная литература.....	9
6.2. Дополнительная литература.....	9
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	9
6.4. Нормативные правовые документы.....	10
6.5. Интернет-ресурсы.....	10
6.6. Иные источники.....	10
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	<u>18</u>

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.О.06 Математический анализ обеспечивает овладение следующей компетенцией:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1	Умение осуществлять сбор статистических данных
		ОПК-2.2	Способность проводить статистический анализ данных для решения поставленных экономических задач
		ОПК-2.3	Получены навыки формировать выводы в результате обработки статистических данных, для более эффективного решения поставленных экономических задач

1.2. Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно.

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины – 9 з.е.

144 часа выделены на контактную работу с преподавателем и 106 часов на самостоятельную работу обучающихся.

Данная дисциплина частично реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (далее – ДОТ) в Системе дистанционного обучения Академии (далее - СДО). Материалы дисциплины размещены по адресу <https://lms.ranepa.ru>.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.06 Математический анализ изучается на 1 курсе в 1 и 2 семестрах.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики. Дисциплина Математический анализ является основой для изучения дисциплин: Линейная алгебра, Теория вероятностей и математическая статистика, Методы оптимальных решений, Теория игр, а также для прохождения практик.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Очная форма обучения

№ темы	Наименование темы	Объем дисциплины (модуля) ¹ , ак. час.							Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации ²
		Всего	Контактная работа			Самостоятельная работа			
			Л	ПЗ	ЛР	ВЛ	СП	СРО	
Семестр 1									
1.	Множества и их отображения. Множество действительных чисел. Функции	10	2*	2	-	-	-	6	ДЗ
2.	Числовые	10	2*	2	-	-	-	6	ДЗ, О

	последовательности								
3.	Предел и непрерывность функции	16	4*	4	-	-	-	8	ДЗ
4.	Производная и дифференциал функции	16	4*	4	-	-	-	8	ДЗ, О
5.	Основные теоремы дифференциального исчисления	16	4*	4	-	-	-	8	ДЗ, КР1(2-5)
6.	Исследование свойств функций и построение их графиков	18	4*	4	-	-	-	10	ДЗ
7.	Неопределённый интеграл	20	4*	4	-	-	2	10	ДЗ
8.	Определённый интеграл	20	4*	4	-	-	2	10	ДЗ, О
9.	Приложения определённого интеграла	18	4*	4	-	-	4	6	ДЗ, КР2(7-9)
Консультация		2							
Промежуточная аттестация		36							Экз
Всего:		180	32	32	-	-	-	72	36
Семестр 2									
10.	Несобственный интеграл	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ
11.	Пространство \mathbb{R}^n	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ, О
12.	Частные производные функции многих переменных	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ
13.	Производная функции многих переменных по направлению, градиент и их свойства	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ, О
14.	Производные высших порядков	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ
15.	Условный экстремум функции многих переменных, его геометрическая интерпретация	8	2*	2	-	-	2	2	ДЗ, КР1(11-15)
16.	Числовые ряды	6	2*	2	-	-	-	2	ДЗ
17.	Знакоположительные числовые ряды	8	2*	2	-	-	-	4	ДЗ, О
18.	Знакопеременные ряды	8	2*	2	-	-	-	4	ДЗ
19.	Знакопеременные числовые ряды	10	2*	2	-	-	2	4	ДЗ, КР2(16-19)
20.	Функциональные последовательности и ряды	8	2*	2	-	-	-	4	ДЗ, О
21.	Степенные ряды. Теорема Абеля	8	2*	2	-	-	2	2	ДЗ
22.	Ряд Тейлора		4*	4	-	-	-	2	ДЗ
23.	Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье	12	4*	4	-	-	2	2	ДЗ, КР2(20-23)
Консультация		2							
Промежуточная аттестация		36							Экз
Всего:		144	32	32	-	-	-	36	36
Итого по дисциплине (модулю):		324	64	64	-	-	-	106	72

Примечание 1- виды учебной деятельности, предусмотренные дисциплиной (модулем): Л – лекции, ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторная работа, ВЛ – видео лекции, СП – самопроверка, СРО – самостоятельная работа обучающегося.

Примечание 2 - формы текущего контроля успеваемости: О – опрос, ДЗ – домашнее задание, КР – контрольная работа.

Примечание 3 - формы промежуточной аттестации: Экз – экзамен.

*- ДОТ в СДО.

Содержание дисциплины (модуля)

Содержание дисциплины

Тема 1. Множества и их отображения. Множество действительных чисел. Функции.

Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Множество действительных чисел. Верхние и нижние грани. Предельные точки. Отображения и их свойства. Числовые функции, определённые на числовых множествах. Область определения и множество значений функции. Элементарные функции.

Тема 2. Числовые последовательности.

Предел числовой последовательности. Признаки существования предела. Основные теоремы о пределах последовательностей.

Тема 3. Предел и непрерывность функции.

Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности и конечному значению, односторонние пределы функции в точке. Бесконечно малые величины, их роль в изучении поведения функций. Сравнение бесконечно малых, эквивалентные бесконечно малые функции. Теоремы о пределах. Признаки существования предела функции, предельный переход в неравенствах. Связь бесконечно малых и бесконечно больших величин. Первый и второй замечательные пределы, число e .

Непрерывность, точки разрыва. Различные определения непрерывности. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных на отрезке.

Тема 4. Производная и дифференциал функции.

Геометрический и физический смысл производной. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование неявных функций и функций, заданных параметрически. Дифференциал функции и его свойства, инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность и её свойства.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Раскрытие неопределённостей, Теоремы Лопиталя-Бернулли.

Тема 6. Исследование свойств функций и построение их графиков.

Возрастание и убывание функции. Минимум и максимум функции, теорема Ферма. Достаточные условия экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты графика. Общий план исследования поведения функции.

Функции спроса Торнквиста. Функция полезности. Закон убывающей предельной полезности.

Тема 7. Неопределённый интеграл.

Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица простейших неопределённых интегралов и правила интегрирования. Основные свойства неопределённого интеграла. Простейшие методы интегрирования: замена переменной или способ подстановки, интегралы от функций, содержащих квадратный трёхчлен, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы.

Применение интегрального исчисления к решению уравнений экономической динамики: модели Харрода-Домара, Солоу, модели установления равновесной рыночной цены, управления запасами, модель конфликтов Ланкастера.

Тема 8. Определённый интеграл.

Задача о вычислении пути по заданной скорости, приводящая к задаче вычисления площади плоской фигуры, ограниченной кривыми линиями. Интегральные суммы. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Основные свойства определённого интеграла: сравнение, свойство аддитивности, теорема о среднем значении. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость кусочно-непрерывной функции.

Вычисление определённого интеграла, интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле, интегрирование по частям.

Тема 9. Приложения определённого интеграла.

Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, вычисление площади при параметрическом задании уравнений кривой, площадь в полярных координатах; длина дуги кривой; объём тела вращения; площадь поверхности вращения; вычисление центра тяжести плоской фигуры.

Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции; коэффициент Джини; дисконтированный доход.

Тема 10. Несобственный интеграл.

Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования.

Несобственный интеграл от неограниченных функций. Критерий Коши. Обобщение понятия площади. Сходимость и расходимость интегралов $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, $a > 0$, $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$.

Замена переменной, интегрирование по частям, несобственный интеграл с переменным верхним пределом. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.

Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости.

Тема 11. Пространство \mathbb{R}^n .

Пространство \mathbb{R}^n . Метрика и окрестности в \mathbb{R}^n . Открытые, замкнутые, компактные и связные множества в \mathbb{R}^n . Граница множества. Понятие области в \mathbb{R}^n . Линии и

поверхности уровня. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных в точке, на множестве. Функция Кобба-Дугласа и функция затрат.

Тема 12. Частные производные функции многих переменных.

Частные производные функции многих переменных, геометрическая интерпретация для $n=2$.

Дифференцируемость функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции многих переменных. Производная сложной функции. Частная и полная производные. Полный дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Неявные функции.

Тема 13. Производная функции многих переменных по направлению, градиент и их свойства.

Производная функции многих переменных по направлению, градиент и их свойства. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, условия их существования и вывод уравнений. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Матрица Якоби. Свойства якобиана. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума.

Тема 14. Производные высших порядков.

Производные высших порядков. *Свойства производственной функции*¹. Дифференциалы высших порядков. Матрица Гессе. Гессиан, достаточные условия экстремума функции многих переменных (без доказательства). Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования (без доказательства).

Тема 15. Условный экстремум функции многих переменных, его геометрическая интерпретация.

Условный экстремум функции многих переменных, его геометрическая интерпретация. Функция Лагранжа. Необходимое условие существования условного экстремума (вывод для $n=2$).

Достаточные условия существования экстремума (без доказательства). Нахождение наибольшего и наименьшего значений дифференцируемой функции многих переменных на замкнутом и ограниченном множестве. *Условный экстремум функции двух переменных на примере производственной функции и функции затрат.*

Тема 16. Числовые ряды.

Числовые ряды. Определение числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Простейшие свойства сходящихся числовых рядов: сложение, вычитание рядов, умножение на число. Остаток ряда, Теорема об остатке ряда.

Тема 17. Знакоположительные числовые ряды.

Знакоположительные числовые ряды. Признаки сравнения числовых рядов. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши. Ряды Дирихле.

¹ Выделенное красным курсивом является необязательным к изучению в рамках курса.

Тема 18. Знакопеременные ряды.

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Структура рядов, сходящихся абсолютно и условно. Формулировка свойств абсолютно и условно сходящихся рядов.

Тема 19. Знакопеременяющиеся числовые ряды.

Знакопеременяющиеся числовые ряды. Признак Лейбница. Оценка суммы и остатка знакопеременяющегося ряда, удовлетворяющего признаку Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства). Перестановки членов ряда.

Тема 20. Функциональные последовательности и ряды.

Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Основные свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций, почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

Тема 21. Степенные ряды. Теорема Абеля.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов: Непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.

Тема 22. Ряд Тейлора.

Ряд Тейлора. Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Применение степенных рядов к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 23. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье.

Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье. Ортогональность системы тригонометрических функций на отрезках $[-\pi; \pi]$ и $[-l; l]$. Тригонометрические ряды Фурье и коэффициенты Эйлера-Фурье. Теорема Дирихле (без доказательства). Разложение в ряд Фурье периодических, чётных и нечётных функций. Неполные ряды Фурье.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины *Б1.О.06 Математический анализ* используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос в формате видеоконференцсвязи (далее – ВКС);
- при проведении занятий практического типа: контрольная работа;
- при занятиях самостоятельной работой: выполнение домашних заданий, самостоятельная работа обучающихся является одной из форм самообразования, роль преподавателя при этом заключается в оказании консультативной и направляющей помощи обучающимся.

4.1.2. Экзамен проводится Студентам заранее сообщаются вопросы для подготовки к экзамену, которые будут включены в экзаменационные билеты. Обучающемуся дается время, необходимое для подготовки ответа на вопросы экзаменационного билета. Проверка ответов студента проводится в зависимости от формы проведения экзамена (собеседование, проверка письменной работы, тестирование).

Формат проведения экзамена, а также методы (средства), применяемые на экзамене, согласовываются с деканатом.

4. 2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Примеры контрольных работ:

Контрольная работа по теме: “Предел функции”

1. Найти область определения D и множество значений E функции:

$$y = \ln(x + 3) .$$

2. Вычислить пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1) \cdot (x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}, \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{x^{10} - \operatorname{arctg} x^{12}} + e^{3x} - e^x}{\ln(1+5x) + \sin^2 x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{2+x} \right)^x.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (\sqrt{x^2 - 1} - x)$$

Контрольная работа по теме: «Дифференцирование функций»

Найти производную $y' = \frac{dy}{dx}$ следующих функций:

$$\text{а) } y = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1), \quad \text{б) } y = \frac{x^5 - 1}{x - 1},$$

$$\text{в) } y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}), \quad \text{г) } y = \frac{\ln x}{x},$$

$$\text{д) } y = \frac{(2x+1)(x-1)^5 \sqrt{1+x}}{\sqrt[5]{x^2+1}}, \quad \text{е) } y = (1+x^2)^{\sin 3x}.$$

Примеры домашних заданий:

Домашнее задание №1

«Построить график функции» – определить точки экстремумов, перегиба, найти асимптоты . . .

$$y = (2x - 1) \cdot e^{\frac{2}{x}}, \quad y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 - 4}}, \quad y = \frac{x^3}{3 \cdot \sqrt{|x^2 - 2|}}$$

Домашнее задание №2

тема: «Приложения определённого интеграла»

1. Вычислить площадь фигуры, расположенной в плоскости xOy и заключённой между кривой $y = \arctg x$ и прямой, проходящей через точки $O(0;0)$ и $M(1; \frac{\pi}{4})$.
2. Вычислить ту часть площади круга, образованного окружностью $\rho = 4 \cos \theta$, которая является внешней по отношению к окружности $\rho = 2$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, заключённой между кривой $x = 2 - \sqrt{y}$, прямой $y = x$ и осью абсцисс – $y = 0$.
4. Вычислить длину дуги части кривой $y = \frac{1}{2} \sqrt{e^{2x} + 1}$ от точки $x_1 = \frac{1}{2} \ln 3$ до точки $x_2 = \frac{1}{2} \ln 24$.

Указание: Во всех задачах сделать поясняющий рисунок!

Примерные вопросы для проведения опроса:

1. Дифференциал функции. Определение, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал второго порядка;
2. Основные свойства определённого интеграла. Теорема об оценке определённого интеграла; теорема о среднем значении.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1	Умение осуществлять сбор статистических данных
		ОПК-2.2	Способность проводить статистический анализ данных для решения поставленных экономических задач
		ОПК-2.3	Получены навыки формировать выводы в результате обработки статистических данных, для более эффективного решения поставленных экономических задач

4.3.2 Типовые оценочные средства

Примерные экзаменационные билеты:

Экзаменационный билет №1

1. Дать определение бесконечно малой (б.м.) величины. Доказать теоремы о сумме конечного числа бесконечно малых величин и о произведении бесконечно малой на ограниченную.
2. Определение точек перегиба графика функции. Необходимое условие существования точки перегиба графика функции.

3. Найти интервалы выпуклости вверх, вниз, точки перегиба графика функции $f(x) = x^2 + 9\sqrt[3]{x}$. Построить график функции в окрестности полученных критических точек.

4. При каких a и b функция $f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 1} - ax - b$ является бесконечно малой при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$.

Экзаменационный билет №2

1. Понятие окрестности в пространстве $R^{(n)}$. Дать определение предела и непрерывности в точке функции двух переменных.

2. Сформулировать и доказать основные свойства неопределённого интеграла.

3. Вычислить интеграл: $\int_{1/2}^1 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$, $\left(\frac{1}{x} = t\right)$

4. Для функции $u = x^2 + y^3 - z^2$ в точке $M(1;2;1)$ найти:

а) производную по направлению \vec{MN} , где $N(4;7;-2)$;

б) градиент.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену в 1 семестре:

I. Введение в анализ.

1. Основные понятия теории множеств. Отображение множеств.

2. Определение числовой последовательности и её предела. Примеры числовых последовательностей.

3. Понятие окрестности точки. Привести различные определения предела функции в точке при $x \rightarrow x_0$. Дать геометрическую иллюстрацию $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$. Понятие ограниченности функции $f(x)$. Сформулировать теорему о локальной ограниченности функции, имеющей предел.

4. Доказать теорему о единственности предела функции и теорему о знакопостоянстве функции, имеющей ненулевой предел.

5. Определение одностороннего предела функции. Его связь с существованием предела функции в точке.

6. Дать определение и геометрическую иллюстрацию предела функции при стремлении аргумента к бесконечности ($k \rightarrow \infty$ или $k \rightarrow -\infty$). Горизонтальные асимптоты графика функции.

7. Дать определение бесконечно малой (б.м.) величины. Доказать теоремы о сумме конечного числа бесконечно малых величин и о произведении бесконечно малой на ограниченную.

8. Сформулировать основные свойства бесконечно малых величин. Доказать, что алгебраическая сумма конечного числа бесконечно малых величин есть бесконечно малая величина.

9. Бесконечно большие (б.б.) величины. Привести пример бесконечно большой функции. Связь бесконечно малых и бесконечно больших величин.

10. Доказать теоремы (прямую и обратную) о связи между функцией, её пределом и бесконечно малой. Арифметические операции над функциями, имеющими предел в данной точке или при $x \rightarrow \pm\infty$.

11. Теоремы о пределах. Доказать теорему о пределе частного двух функций, имеющих

пределы.

12. Сформулировать признаки существования предела функции.
13. Доказать первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
14. Сравнение бесконечно малых функций. Порядок малости. Дать определение бесконечно малых одного порядка и эквивалентных бесконечно малых.
15. Сформулировать и доказать теоремы о свойствах эквивалентных бесконечно малых величин (разность, сумма эквивалентных б.м. и пр.).
16. Непрерывность функции в точке. Дать различные эквивалентные определения и объяснить графически.
17. Арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность сложной функции. Доказать теоремы о непрерывности суммы и произведения двух функций.
18. Точки разрыва и их классификация, привести примеры разрывных функций. Вертикальные асимптоты графика функции (дать определение).
19. Сформулировать свойства функций непрерывных на отрезке (ограниченность, достижимость \max и \min значений, прохождение через промежуточные значения). Дать геометрическую иллюстрацию этих теорем.

II. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной.

1. Дать определение производной функции в точке. Касательная к кривой. Геометрический и механический смысл производной.
2. Определение дифференцируемой функции на интервале. Доказать теорему о связи между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
3. Правила дифференцирования функций. Вывести формулы для дифференцирования частного двух функций. Правило дифференцирования сложной функции.
4. Вывести формулы для дифференцирования неявных и параметрически заданных функций.
5. Определение обратной функции. Вывести правило дифференцирования обратной функции. Вывести формулу для производных функций $\arcsin x$ и $\arctg x$.
6. Дифференциал функции. Определение, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал второго порядка.
7. Доказать теорему Ролля. Дать геометрическую иллюстрацию этой теоремы.
8. Доказать теорему Лагранжа. Дать геометрическую иллюстрацию этой теоремы.
9. Доказать теорему Коши.
10. Доказать первую теорему Лопиталя (раскрытие неопределённостей типа $\frac{0}{0}$)
11. Дать определение асимптоты графика функции. Наклонные асимптоты. Вывести формулы для вычисления коэффициентов уравнения асимптоты.
12. Дать определение возрастающей и убывающей функции. Доказать достаточный признак возрастания функции. Геометрическая интерпретация монотонности функции.
13. Дать определение локального максимума (минимума) функции. Доказать необходимый признак существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).
14. Сформулировать и доказать теорему о достаточном условии экстремума функции по её первой производной.
15. Доказать достаточное условие экстремума дважды дифференцируемых функций. Порядок исследования функции на экстремум в данном случае.
16. Выпуклость функции в точке. Направление выпуклости. Доказать теорему о достаточном условии выпуклости графика функции в точке.
17. Выпуклость функции на интервале. Сформулировать достаточное условие выпуклости функции и дать геометрическую иллюстрацию.

18. Определение точек перегиба графика функции. Доказать необходимое условие существования точки перегиба графика функции.

19. Сформулировать достаточное условие существования точки перегиба графика функции и изложить порядок отыскания таких точек.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену во 2 семестре:

I. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

1. Понятие функции многих переменных (примеры). Геометрическое изображение функции двух переменных (двумерная проекция, метод линий уровня).

2. Понятие окрестности точки в n -мерном пространстве. Открытые, замкнутые и ограниченные множества в $\mathbf{R}^{(n)}$. Граница множества. Понятие области в $\mathbf{R}^{(n)}$, точки области и их определение.

3. Понятие предела ФМП и непрерывности функции двух переменных, нахождение пределов.

4. Частные приращения, частные производные ФМП, геометрическая интерпретация для $n = 2$.

5. Частные дифференциалы функции многих переменных (на примере функции двух переменных).

6. Полное приращение, полный дифференциал ФМП. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.

7. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования (без доказательства).

8. Дифференцируемость ФМП. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.

9. Производная сложной функции. Частная и полная производные.

10. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков.

11. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции (без доказательства).

12. Производная ФМП по направлению. Градиент и его свойства.

II. Исследование формы поверхности функции 2-х переменных

1. Максимум и минимум функции двух переменных, необходимое и достаточное условие локального экстремума функции двух переменных.

2. Понятие условного экстремума функции нескольких переменных, его геометрическая интерпретация для функции двух переменных.

III. Неопределённый интеграл

1. Первообразная функция и её свойства.

2. Неопределённый интеграл, его свойства, связь с дифференциалом. Теорема о первообразных.

3. Теорема существования неопределённого интеграла. Таблица основных неопределённых интегралов.

4. Основные способы интегрирования: метод подстановки и замены переменной, интегрирование по частям.

5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен.
6. Дробно-рациональные функции. Разложение правильной дроби на сумму простейших (без доказательства). Интегрирование простейших дробей и дробно-рациональных функций.
7. Интегрирование функций, рационально зависящих от тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

IV. Определённый интеграл и его приложения

1. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл от непрерывной функции, как предел интегральной функции суммы; геометрическая интерпретация определённого интеграла. Теорема об интегрируемости кусочно-непрерывных функций (без доказательства).
2. Основные свойства определённого интеграла. Теорема об оценке определённого интеграла; теорема о среднем значении.
3. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его производная. Связь между определённым и неопределённым интегралом. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Методы вычисления определённого интеграла. Вычисление определённых интегралов заменой переменной и по частям.
5. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку (1-го рода).
6. Несобственные интегралы от неограниченных функций на отрезке (2-го рода). Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
7. Геометрические приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, ограниченных кривыми, заданными в декартовых координатах. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах. Вычисление длины дуги кривой. Вычисление объёма тела по площадям параллельных сечений. Вычисление объёма и площади поверхности тела вращения. Вычисление координат центра масс.

Шкала оценивания

Оценочным средством при промежуточной аттестации является накопительная оценка результатов выполнения текущего контроля и результата сдачи экзамена. Оценка определяется по формуле:
Экзамен оценивается в 40 баллов.

Итоговая оценка представляет собой сумму оценок за контрольные работы и за экзамен:

10-балльная шкала	Традиционная шкала	100-балльная шкала
10	Отлично	96-100 баллов
9	Отлично	91-95 баллов
8	Отлично	81-90 баллов
7	Хорошо	71-80 баллов
6	Хорошо	61-70 баллов
5	Удовлетворительно	51-60 баллов
4	Удовлетворительно	41-50 баллов
3	Неудовлетворительно	31-40 баллов
2	Неудовлетворительно	21-30 баллов
1	Неудовлетворительно	11-20 баллов
0	Неудовлетворительно	0-10 баллов

4.4. Методические материалы

Экзамен проводится в аудитории. Студент выбирает случайным образом билет, содержащий два вопроса. Время подготовки к собеседованию по вопросам билета не менее 30 и не более 45 минут. При подготовке к собеседованию студенту запрещается использовать на экзамене какие-либо дополнительные материалы и электронные средства. В случае, если дисциплина полностью или частично реализовывалась с применением ДОТ, экзамен может проводиться с использованием СДО и применением прокторинга.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1. Методические указания по выполнению домашнего задания:

Для успешного усвоения дисциплины студенту необходимо регулярно заниматься самостоятельной работой: аудиторной и внеаудиторной. Студент регулярно должен прорабатывать темы лекционных занятий, занимаясь с конспектом лекций и рекомендованной литературой. Для отработки умения решения дифференциальных и разностных уравнений необходимо регулярно решать дополнительные (не разбираемые на семинарских занятиях) задачи.

В результате студент должен продемонстрировать знание основных теоретических понятий, методов решения дифференциальных и разностных уравнений, умение применять их при выполнении контрольных работ и решении задач, способность грамотно и четко формулировать их содержание на экзамене. Кроме того, при решении задач студент должен продемонстрировать умение логически верно строить рассуждение и обосновывать полученные результаты.

5.2. Методические указания по подготовке к контрольной работе:

Любая контрольная работа проводится по всему пройденному к моменту написания данной работы материалу.

Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий. Студент обязан являться на письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на письменный контроль знаний, не продлевается.

При себе студенты могут иметь только письменные принадлежности. Необходимую для выполнения работы бумагу выдает преподаватель.

Преподаватель раздает варианты по разработанной схеме. Листы с заданиями должны быть повернуты текстом вниз, чтобы студенты до окончания процедуры раздачи не могли начать выполнение работы. По окончании раздачи вариантов студентам разрешается перевернуть текст задания и одновременно приступить к выполнению работы. По окончании отведенного времени студенты одновременно заканчивают выполнение работы. Если работа завершена существенно раньше срока, то по разрешению преподавателя студент может покинуть аудиторию досрочно.

Мобильные телефоны должны быть выключены и убраны со столов, допускается использование калькуляторов, выполняющих только простые арифметические вычисления. Во время проведения письменного контроля знаний студентам не разрешается пользоваться учебными программами, справочниками и прочими источниками информации.

Использование материалов, а также попытка общения с другими студентами или иными лицами, в том числе с применением электронных средств связи, несанкционированные перемещения и т.п. являются основанием для удаления студента из аудитории и последующего проставления в ведомость оценки «неудовлетворительно». Любое обнаружение списывания заданий, выявленное в процессе проведения контрольного мероприятия или при проверке работ, влечет выставление оценки «неудовлетворительно» за всю контрольную работу.

Во время проведения письменного контроля знаний студентам разрешается покинуть аудиторию только при условии сдачи работы в объеме, выполненном к моменту выхода из аудитории. Дальнейшее продолжение работы запрещается.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1. Основная литература.

1. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 23-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-6940-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153688> (дата обращения: 22.03.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452409> (дата обращения: 22.03.2021).

3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е, стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — Часть 1 : Основы математического анализа — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162390> (дата обращения: 22.03.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.2. Дополнительная литература.

4. Ахтямов, А. М. Математика для социологов и экономистов : учебное пособие / А. М. Ахтямов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 464 с. — ISBN 978-5-9221-0919-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2095> (дата обращения: 22.03.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Ильин, В. А. Математический анализ ч. 1 : учебник для бакалавров / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2016. — 660 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-2733-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/389342> (дата обращения: 22.03.2021). Малугин, В. А. Математика для экономистов. Математический анализ : задачи и упражнения : учебное пособие : гриф УМО / В. А. Малугин. - Москва : Эксмо, 2006. - 288 с. - (Высшее экономическое образование). - ISBN 5-699-12626-0.

6. Чирский, В. Г. Математический анализ и инструментальные методы решения задач. В 2 книгах. Кн.2 : учебник / В. Г. Чирский, К. Ю. Шилин. — Москва : Дело, 2019. — 272 с. — ISBN 978-5-7749-1385-5 (кн.2), 978-5-7749-1383-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/95107.html> (дата обращения: 22.03.2021). — Режим доступа: для

авторизир. пользователей

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

7. Положение об организации самостоятельной работы студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (в ред. приказа РАНХиГС от 11.05.2016 г. № 01-2211). — URL: http://www.ranepa.ru/images/docs/prikazy-ranhigs/Pologenie_o_samostoyatelnoi_rabote.pdf. Режим свободного доступа.

6.4. Нормативные правовые документы.

6.5. Интернет-ресурсы.

6.6. Иные источники.

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов : учебное пособие / Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко [и др.]; под ред. Б. П. Демидовича. - Москва : Астрель : АСТ, 2010. - 495, [1] с. - ISBN 978-5-17-002965-5.
2. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : в 2 т. : учебное пособие : гриф МО. Т. 1,2 / Н. С. Пискунов. - Изд. стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2008. - 416 с. - ISBN 5-89602-012-0.
3. Степанов, В. В. Курс дифференциальных уравнений : учебник / В. В. Степанов. - Изд. 3-е, доп. - Москва ; Ленинград : ГОНТИ, 1939. - 384 с.
4. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - Москва ; Ижевск : НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005. - 176 с. - ISBN 5-93972-008-0.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Учебная аудитория должна быть оснащена наглядными учебными пособиями, экраном, мультимедийным проектором с ноутбуками (ПК) для презентации учебного материала, с выходом в сеть Интернет, программные продукты Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint).

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее

Материально-техническое обеспечение: проекционное оборудование/доска, мел/маркеры, доступ в интернет и локальную сеть Академии. При занятиях в дистанционной форме: персональный компьютер; доступ по корпоративному логину и паролю в ВКС, доступ в СДО.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 10, Google Chrome, пакет Microsoft Office, Microsoft Excel.

Информационно-справочные системы:

1. Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>;
2. Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>;
3. Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru;
4. Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru;
5. Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru;
6. Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>;
7. Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>;

8. Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>;
9. Электронно-библиотечная система IPRBOOKS. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>.