

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

**Факультет Высшая школа финансов и менеджмента**

Кафедра финансового менеджмента, управленческого учета и международных  
стандартов финансовой деятельности

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры

Протокол №6 от «07» сентября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.24 ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

направление подготовки  
38.03.02 Менеджмент

направленность (профиль)  
Финансовая математика

квалификация: бакалавр

формы обучения: очная

Год набора –2017 г.

Москва, 2017 г.

**Автор(ы)–составитель(и):**

д.т.н, профессор В.К. Ушаков

Заведующий кафедрой финансового менеджмента, управленческого учета и международных стандартов финансовой деятельности д.э.н., профессор Е.Н. Лобанова

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	4
4. Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	9
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	11
6.1. Основная литература.....	
6.2. Дополнительная литература.....	
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	
6.4. Нормативные правовые документы.....	
6.5. Интернет-ресурсы.....	
6.6. Иные источники.....	
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	12

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.24. «Теория случайных процессов» обеспечивает формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-17	Способен анализировать сложные процессы в менеджменте	ДПК-17.2	Способность использовать методы бюджетирования капитала и денежных потоков в профессиональной деятельности

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Разработка отдельных направлений риск-менеджмента/ Разработка методической и нормативной базы системы управления рисками и принципов управления рисками в рамках отдельных бизнес-процессов, направлений	ДПК-17.2	знает о случайных процессах и их саморегулировании, о эффективных рынках, об эффективном управлении стохастическими процессами, о математических моделях и методах с непрерывным временем
		на уровне умений моделировать стохастические процессы, проводить анализ процессов, принимать решения в сложных системах анализировать и управлять рисками принятых решений
		на уровне навыков: владеет навыками компьютерного моделирования, анализа данных и решения математических задач

## 2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины 72 академических/54 астрономических часа (2 ЗЕ).

Количество академических часов, выделяемых на контактную работу с преподавателем составляет 36/27 часов, из них 18/13,5 – на лекционные занятия, 18/13,5 – на практические занятия, на самостоятельную работу обучающихся отводится 36/27 часов.

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Теория случайных процессов» относится к циклу «Обязательные дисциплины» Б1.В.ОД. Код дисциплины Б1.В.ОД.24. Дисциплина изучается на 4 курсе, в 7 семестре.

Содержание курса является логическим продолжением и развитием дисциплины «Математика».

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является зачет с оценкой.

## 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 2.

п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), академический/астрономический час.				Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			
			Л	ПЗ		
Очная форма обучения						
Тема 1	Понятие случайного процесса. Закон распределения случайного процесса. Корреляционная теория случайных процессов.	36/27	8/6	8/6	18/13,5	КР
Тема 2	Понятие стационарного случайного процесса. Стационарность в широком и в узком смысле. Корреляционная теория стационарных случайных процессов.	24/18	6/4,5	6/4,5	12/9	КР
Тема 3	Эргодические стационарные случайные процессы.	12/9	4/3	4/3	6/4,5	О
	Промежуточная аттестация					ЗаО
	Всего:	72/54	18/13,5	18/13,5	36/27	

Примечание:

\* – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР)

\*\* – формы промежуточной аттестации: зачет с оценкой (ЗаО)

### Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1	Понятие случайного процесса. Закон распределения случайного процесса. Корреляционная теория случайных процессов.	Понятие случайного процесса. Примеры случайных процессов. Закон распределения случайного процесса. Корреляционная теория случайных процессов. Математическое ожидание случайного процесса, его свойства. Дисперсия случайного процесса, ее свойства. Корреляционная функция случайного процесса, ее свойства. Нормированная корреляционная функция. Взаимная корреляционная функция, ее свойства. Нормированная взаимная корреляционная функция. Сложение случайных процессов. Характеристики суммы случайных процессов.
Тема 2	Понятие стационарного случайного процесса.	Понятие стационарного случайного процесса. Примеры стационарных случайных процессов. Стационарность в широком и в узком смысле. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса. Нормированная

	Стационарность в широком и в узком смысле. Корреляционная теория стационарных случайных процессов.	корреляционная функция стационарного случайного процесса. Стационарно связанные случайные процессы.
Тема 3	Эргодические стационарные случайные процессы.	Эргодическое свойство стационарных случайных процессов. Определение статистических характеристик эргодических стационарных случайных процессов по одной реализации.

#### 4. Материалы текущего контроля успеваемости и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

##### 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.ОД.24 «Теория случайных процессов» используются следующие методы текущего контроля и успеваемости обучающихся:**

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Понятие случайного процесса. Закон распределения случайного процесса. Корреляционная теория случайных процессов.	Контрольная работа
Понятие стационарного случайного процесса. Стационарность в широком и в узком смысле. Корреляционная теория стационарных случайных процессов.	Контрольная работа
Эргодические стационарные случайные процессы.	Опрос, ответ у доски

##### 4.1.2 Зачет с оценкой проводится с применением следующих методов (средств)

- проведение устного опроса
- решение задач

##### 4.2 Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

###### Типовые оценочные материалы по теме 1.

*Контрольная работа*

Вариант № 30.

1. Найти: а) математическое ожидание; б) корреляционную функцию; в) дисперсию случайного процесса  $X(t) = U \sin 3t$ , где  $U$  – случайная величина с  $M(U)=10$ ,  $D(U)=0,2$ .
2. Найти нормированную взаимную корреляционную функцию двух случайных процессов:  $X(t) = tU$  и  $Y(t) = (t+1)U$ , где  $U$  – случайная величина с  $D(U)=10$ .

###### Типовые оценочные материалы по теме 2.

*Контрольная работа*

Вариант № 30.

1. Проверить стационарность случайного процесса где  $U$  и  $V$  – некоррелированные случайные величины с  $M(U)=M(V)=0$ ,  $D(U)=D(V)=10$ .

### Типовые оценочные материалы по теме 3.

#### Вопросы для устного опроса

1. Сформулировать эргодическое свойство стационарных случайных процессов.
2. Привести формулы для определения статистических характеристик эргодических стационарных случайных процессов по одной реализации.

### 4.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации.

#### 1.3.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ДПК-17	Способен анализировать сложные процессы в менеджменте	ДПК-17.2	Способность использовать методы бюджетирования капитала и денежных потоков в профессиональной деятельности

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ДПК-17.2	Проводит анализ и обосновывает необходимость применения конкретных методов бюджетирования капитала и денежных потоков	Проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты

#### 4.3.2. Типовые оценочные средства

##### Список вопросов для подготовки к зачету

1. Понятие случайного процесса. Закон распределения случайного процесса.
2. Математическое ожидание случайного процесса, его свойства.
3. Дисперсия случайного процесса, ее свойства.
4. Корреляционная функция случайного процесса, ее вероятностный смысл.
5. Корреляционная функция и нормированная корреляционная функция и их свойства.
6. Статистические оценки характеристик случайного процесса.
7. Взаимная корреляционная функция и нормированная взаимная корреляционная функция и их свойства.
8. Сложение случайных процессов. Характеристики суммы случайных процессов.
9. Понятие стационарного случайного процесса. Стационарность в широком и в узком смысле.
10. Корреляционная функции и нормированная корреляционная функция стационарного случайного процесса и их свойства.
11. Стационарно связанные случайные процессы.
12. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.

13. Определение статистических характеристик эргодических стационарных случайных процессов по одной реализации.

Примеры задач и их решения для проведения промежуточной аттестации

**Задача 1.** Найти: а) математическое ожидание; б) корреляционную функцию; в) дисперсию случайного процесса  $X(t) = U \cos 2t$ , где  $U$  – случайная величина с  $M(U)=5$ ,  $D(U)=6$ .

**Решение:**

а)  $m_x(t) = M(U \cos 2t) = \cos 2t M(U) = 5 \cos 2t$ ;

б)  $\overset{0}{X}(t) = X(t) - m_x(t) = (U - 5) \cos 2t$ ,

$$K_x(t_1, t_2) = M\left(\overset{0}{X}(t_1) \overset{0}{X}(t_2)\right) = M((U - 5) \cos 2t_1 (U - 5) \cos 2t_2) = \cos 2t_1 \cos 2t_2 M((U - 5)^2) \\ = \cos 2t_1 \cos 2t_2 D(U) = 6 \cos 2t_1 \cos 2t_2;$$

в)  $D_x(t) = K_x(t, t) = 6 \cos^2 2t$

**Ответ:** а)  $m_x(t) = 5 \cos 2t$ ; б)  $K_x(t_1, t_2) = 6 \cos 2t_1 \cos 2t_2$ ; в)  $D_x(t) = 6 \cos^2 2t$

**Задача 2.** Найти взаимную корреляционную функцию двух случайных процессов:  $X(t) = t^2 U$  и  $Y(t) = t^3 U$ , где  $U$  – случайная величина с  $D(U)=5$ .

**Решение:**

$m_x(t) = t^2 m_u$ ;  $m_y(t) = t^3 m_u$ ;  $\overset{0}{X}(t) = X(t) - m_x(t) = t^2 (U - m_u)$ ;

$\overset{0}{Y}(t) = Y(t) - m_y(t) = t^3 (U - m_u)$ ;

$$R_{xy}(t_1, t_2) = M(t_1^2 (U - m_u) t_2^3 (U - m_u)) = t_1^2 t_2^3 M((U - m_u)^2) = t_1^2 t_2^3 D(u) = 5 t_1^2 t_2^3$$

**Ответ:**  $R_{xy}(t_1, t_2) = 5 t_1^2 t_2^3$

**Задача 3.** Проверить стационарность случайного процесса  $X(t) = U \sin t + V \cos t$  где  $U$  и  $V$  – некоррелированные случайные величины с  $M(U)=M(V)=0$ ,  $D(U)=D(V)=D$ .

**Решение:**

$m_x(t) = 0 \sin t + 0 \cos t = 0 = \text{const}$ ;  $\overset{0}{X}(t) = X(t)$ ;

$$K_x(t_1, t_2) = M((U \sin t_1 + V \cos t_1)(U \sin t_2 + V \cos t_2)) = \\ = \sin t_1 \sin t_2 D + \cos t_1 \cos t_2 D = D \cos(t_2 - t_1) = D \cos \tau$$

**Ответ:**  $X(t)$  - стационарный случайный процесс.

#### Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка (баллы)
Проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	Отлично (85-100 баллов)
Не всегда самостоятельно проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков	Хорошо (70-84 баллов)



Обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	
Не всегда самостоятельно проанализированы методы бюджетирования капитала и денежных потоков Не обосновано применение конкретного метода и проведены расчеты	Удовлетворительно (50-69 баллов)
Не обнаружил полученные знания	Неудовлетворительно (49 и ниже)

#### 4.4 Методические материалы

Студент допускается к зачету по дисциплине в случае выполнения им учебного плана по дисциплине в полном объеме: выполнения всех мероприятий, предусмотренных программой дисциплины.

Зачет проводится в форме устного ответа на вопрос и письменно в форме выполнения практических заданий. Задание выполняется по вариантам.

Процедура проведения зачета:

1. В аудитории одновременно могут находиться не более 6 человек обучающихся группы;
2. Обучающийся для сдачи зачета предъявляет экзаменатору свою зачетную книжку, получает чистые маркированные листы бумаги для записей ответа и вариант задания, затем приступает к подготовке ответа. При выполнении практических заданий необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения, при необходимости закончить решение выводами;
3. Для работы с заданием студенту отводится не более 40 минут;
4. По истечении отведенного времени студент сдает задание на проверку;
5. Полученные работы преподаватель проверяет и оглашает студентам результаты по окончании проверки.

Во время работы с практическими заданиями студенты имеют право воспользоваться калькулятором.

Результат по сдаче зачета после объявления вносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

#### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вопросы для самостоятельной подготовки к занятиям

1. Понятие случайного процесса.
2. Математическое ожидание случайного процесса.
3. Дисперсия случайного процесса.
4. Корреляционная функция случайного процесса
5. Статистические оценки характеристик случайного процесса.
6. Взаимная корреляционная функция
7. нормированная взаимная корреляционная функция и их свойства.
8. Сложение случайных процессов.
9. Понятие стационарного случайного процесса
10. Стационарно связанные случайные процессы.
11. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.

##### 1. Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Ежедневной учебной работе студенту следует уделять 9–10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3–4 часа. Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

## ***2. Самостоятельная работа на лекции.***

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателями. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

## ***3. Подготовка к семинарским занятиям.***

Подготовку к каждому семинарскому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом семинарского занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме семинара и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или 10 письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ. Структура семинара

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы семинарское занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/или выступление с презентациями по проблеме семинара.
3. Обсуждение выступлений по теме – дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть – обсуждение теоретических вопросов – проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность – до 15 минут. Вторая часть – выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов семинарского занятия. Обязательный элемент доклада – представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность – 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение – дискуссия. В ходе этого этапа семинарского занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность – до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на семинарском занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность – 15-20 минут. Подведением итогов заканчивается семинарское занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность – 5 минут.

#### **4. Работа с литературными источниками**

В процессе подготовки к семинарским занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

### **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

#### **6.1 Основная литература**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. - М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие. - М.: Высш. шк., 2004. – 404 с.

#### **6.2 Дополнительная литература**

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебное пособие. - М.: Высш. шк., 2002. – 575 с.

2. Сборник задач по математике для втузов. В 4-х частях. Ч.4: Учебное пособие для втузов / Под общ. ред. А.В. Ефимова и А.С. Пospelова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2004. – 432 с.

3. Булинский А.В. Ширяев А.Н. Теория случайных процессов: Учебное пособие. – М.: Физматлит., 2003. – 317 с

#### **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Занятия проводятся в учебных аудиториях, оснащенных рабочим местом преподавателя (стол, стул, кафедра), рабочими местами студентов (столы, стулья) по количеству студентов, доской меловой или белой для написания маркерами или флипчартом для бумаги большого формата, маркерами (красный, черный, зеленый, синий), губкой для досок, оборудованием для показа презентаций и слайдов (компьютер, проектор, экран).

Используется следующее программное обеспечение:

Microsoft Windows 10 LTSC 1607

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Microsoft Office Professional 2016

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Acrobat Professional Academic Edition License Russian

Multiple Platforms (Adobe, 65258631AE01A00)

Количество 50

Правообладатель Adobe

Дата покупки / продления 03.04.2017

Контракт #15/08-17

Продавец SoftLine

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 03.04.2018