

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

**Факультет Высшая школа финансов и менеджмента**

Кафедра финансового менеджмента, управленческого учета и международных  
стандартов финансовой деятельности

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры

Протокол №6 от «07» сентября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.19 Теория вероятностей и математическая статистика**

направление подготовки  
38.03.02 Менеджмент

направленность (профиль)  
Финансовый менеджмент

квалификация: бакалавр

формы обучения: очно-заочная

Год набора –2018

Москва, 2017 г.

**Автор(ы)–составитель(и):**

к.т.н., Ушаков В.К. \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой финансового менеджмента, управленческого учета и международных стандартов финансовой деятельности

\_\_\_\_\_ д.э.н., профессор Е.Н. Лобанова

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).....	9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	26
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	29
6.1.Основная литература.....	29
6.2.Дополнительная литература.....	29
6.3.Интернет-ресурсы.....	29
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	30

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.18 Теория вероятностей и математическая статистика обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Таблица 1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК -10	Владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК - 10.1	Способность использовать математические, статистические методы решения организационно-управленческих задач

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 2.

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ПК-10.1	Знает принципы и методы организации сбора статистических данных обработки результатов статистического наблюдения, Способен применять методы и приемы постановки и решения организационно-управленческих задач

## 2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к блоку Б1 «Дисциплины (модули). Базовая часть». Код дисциплины Б1.Б.18. Наименование дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», курс 2, семестр 3, семестр 4 учебного плана по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент».

Содержание дисциплины служит основой для освоения дисциплин «Корпоративное, проектное, венчурное финансирование», «Финансовые институты и рынки», «Основы риск-менеджмента», и является продолжением дисциплины «Математика».

Общая трудоемкость дисциплины 288 академических/216 астрономических часов (8 ЗЕ). Количество академических часов:

- в 3 семестре выделяемых на контактную работу с преподавателем составляет 36/27 часа, из них 18/13,5 – на лекционные занятия, 18/13,5 – на практические занятия, на самостоятельную работу обучающихся отводится 72/54 часа;

- в 4 семестре выделяемых на контактную работу с преподавателем составляет 36/27 часа, из них 18/13,5 – на лекционные занятия, 18/13,5 – на практические занятия, на самостоятельную работу обучающихся отводится 108/81 часов.

Формой промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом является по окончании 3 семестра - зачет, по окончании 4 семестра - экзамен.

### 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.					Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий			СР	
			Л	ПЗ	КСР		
Раздел. Теория вероятностей							
Тема 1	Случайные события и их вероятности	20/15	2/1,5	2/1,5		16/12	ДЗ, О
Тема 2	Повторные независимые испытания. Цепи Маркова	22/16,5	4/3	4/3		14/10,5	ДЗ, О, КР1 (по темам 1,2)
Тема 3	Случайные величины	22/16,5	4/3	4/3		14/10,5	ДЗ, О
Тема 4	Случайные векторы	22/16,5	4/3	4/3		14/10,5	ДЗ, О, КР2 (по темам 3,4)
Тема 5	Закон больших чисел	22/16,5	4/3	4/3		14/10,5	ДЗ, О
Промежуточная аттестация							За
Всего:		108/81	18/13,5	18/13,5		72/54	
Раздел. Математическая статистика							
Тема 1	Основные понятия и задачи математической статистики	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, О
Тема 2	Точечные оценки параметров распределения. Методы построения оценок	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, КР1
Тема 3	Основные распределения в статистике	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, О
Тема 4	Интервальные оценки	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, О
Тема 5	Проверка статистических гипотез	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, КР2 (по темам 4,5)
Тема 6	Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа	24/18	3/2,25	3/2,25		18/13,5	ДЗ, О
Промежуточная аттестация		36/27					Э
Всего		180/135	18/13,5	18/13,5		108/81	36/27

Примечание:

\* – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), домашнее задание (ДЗ)

\*\* – формы промежуточной аттестации: зачет (За), экзамен (Э)

### Содержание дисциплины (модуля)

#### Раздел. Теория вероятностей и математическая статистика

##### Тема 1. Случайные события и их вероятности.

Предмет теории вероятностей. Частотная интерпретация вероятностей. Свойство устойчивости относительных частот. Случайные события и операции над ними. Классическая вероятностная модель. Использование формул комбинаторики для подсчета вероятностей. Геометрические вероятности.

Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

### Тема 2. Повторные испытания. Цепи Маркова.

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона. Наивероятнейшее число наступления события при повторных испытаниях. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Первоначальные сведения о цепях Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова.

### Тема 3. Случайные величины.

Дискретные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Часто встречающиеся законы распределения для дискретной случайной величины: биномиальное распределение; распределение Пуассона; геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение. Простейший поток событий.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Основные законы распределения: равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение,

Начальные и центральные моменты случайной величины. Асимметрия и эксцесс. Мода и медиана непрерывного распределения.

Функции случайных величин, их законы распределения. Распределение суммы независимых слагаемых. Композиция законов распределения. Устойчивость нормального распределения.

### Тема 4. Случайные векторы.

Понятия случайного вектора. Закон распределения дискретного случайного вектора и его связь с распределением компонент. Совместная функция распределения случайного вектора. Совместная плотность распределения. Математическое ожидание функции от случайного вектора. Ковариация. Коэффициент корреляции.

Условная функция распределения, условная плотность распределения. Условное математическое ожидание. Функции регрессии.

### Тема 5. Закон больших чисел.

Понятие о различных формах закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема

## **Раздел. Математическая статистика**

### Тема 1. Основные понятия и задачи математической статистики

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов. Эмпирическая функция распределения.

## Тема 2. Точечные оценки параметров распределения. Методы построения оценок.

Понятия статистической оценки. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочные числовые характеристики. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии. Эффективность оценок. Неравенство Рао-Фреше-Крамера.

Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Оценки максимального правдоподобия и их свойства. Метод наименьших квадратов.

## Тема 3. Основные распределения в статистике

Квантили и процентные точки распределения. Распределение «хи-квадрат». Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора.

## Тема 4. Интервальные оценки

Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.

## Тема 5. Проверка статистических гипотез

Статистическая гипотеза. Общее понятие о статистической проверке гипотез. Простые и сложные гипотезы. Критерий и критическая область. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена. Понятие о дисперсионном анализе. Схема однофакторного дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в нескольких сериях испытания Бернулли.

Критерий Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии наблюдаемых значений предполагаемому распределению (дискретному или непрерывному). Критерий согласия Колмогорова. Критерии проверки гипотез об однородности двух выборок.

## Тема 6. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа.

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции. Парная линейная регрессия.

### **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

#### **4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

**4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие методы текущего контроля и успеваемости обучающихся:**

- при проведении занятий лекционного типа: опрос
- при проведении занятий семинарского типа: контрольные работы (КР)
- при контроле результатов самостоятельной работы студентов: выполнение домашнего задания

#### **4.1.2. Зачет проводится с применением следующих методов (средств):**

- ответ на вопрос
- тест

#### **Экзамен проводится с применением следующих методов (средств):**

- ответ на вопрос
- решение задачи

### **4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.**

#### **Раздел. Теория вероятностей и математическая статистика**

##### Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1. - Классическая вероятностная модель:

1. Пусть А,В,С – три произвольных события. Найти выражения для событий, состоящих в том, что произошли: а) все три события; б) хотя бы одно из событий; в) хотя бы два события; г) два и только два события; д) ровно одно событие; е) не более двух событий; ж) ни одно событие не произошло.
2. Семь человек вошли в лифт на первом этаже восьмизэтажного дома. Какова вероятность того, что на одном этаже вышли два человека, а остальные - на разных?
3. В кассу стоят девять человек (трое мужчин, четыре женщины и двое детей). Какова вероятность того, что между некоторыми двумя мужчинами будут стоять двое детей и одна женщина?
4. Пять человек случайным образом (независимо друг от друга) выбирают любой из семи вагонов поезда. Известно, что какие-то два вагона остались пустыми. При этом условии найти вероятность того, что первый и второй вагоны заняты.
5. Семь пассажиров случайным образом выбирают один из девяти вагонов поезда. Известно, что они сели в разные вагоны. При этом условии найти вероятность того, что в первых трех вагонах будут ехать два человека.

Домашнее задание 2. – Теоремы сложения и умножения вероятностей:

1. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле для первого стрелка 0,7, для второго – 0,8. Они делают по одному выстрелу, а потом каждый из них стреляет еще раз, если при первом выстреле промахнулся. Найти вероятность того, что в мишени будет ровно две пробоины.
2. В коробке 4 белых и 6 красных шаров. Два игрока поочередно вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто первым получит белый шар. Найти вероятность того, что выиграет игрок, начавший игру.
3. Два стрелка независимо друг от друга делают по два выстрела (каждый по своей мишени). Вероятности попадания для них равны 0,8 и 0,9 соответственно. Выигрывает тот, в мишени которого окажется больше пробоин. Найти вероятность того, что выиграет второй стрелок.
4. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью 0,4. После каждого из первых трех выходов прибора из строя он ремонтируется, после четвертого выхода – признается негодным. Найти вероятность того, что прибор окончательно выйдет из строя при пятом испытании.
5. Экзаменационный билет состоит из шести вопросов: по два вопроса из десяти по каждой из трех тем. По каждой теме студент подготовил лишь половину всех



вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на один вопрос по каждой из трех тем?

Домашнее задание 3. – Формула полной вероятности и формулы Байеса:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 3, задачи 23, 24, 25, 28, 34, 35.

Домашнее задание 4. – Геометрические вероятности:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 2, задачи 29-35.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Относительная частота появления события. Статистическое определение вероятности.
2. Случайные события и операции над ними.
3. Теорема сложения вероятностей.
4. Классическая вероятностная модель.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
6. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.
7. Вероятность наступления хотя бы одного события
8. Формула полной вероятности
9. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
10. Геометрические вероятности.

Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 5. – Последовательность независимых испытаний:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 4, задачи 5, 24, 27, 31, 34, 38.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
2. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
3. Формула Пуассона.
4. Наивероятнейшее число наступления события в независимых испытаниях.
5. Вероятность отклонения относительной частоты появления события от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Понятия цепи Маркова. Равенство Маркова.

Типовые оценочные материалы по теме 3

Домашнее задание 6. – Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин.

1. Среди 10 деталей – 3 нужного размера. Детали извлекают поочередно, пока не подберут 2 детали нужного размера. Составить закон распределения числа извлеченных деталей.
2. Четыре стрелка делают по одному выстрелу с вероятностями попадания 0,9, 0,8, 0,8, 0,7 соответственно. Найти математическое ожидание и дисперсию общего числа попаданий.
3. Стрелок стреляет по движущейся мишени до первого попадания в нее, причем успевает сделать не более четырех выстрелов. Найти математическое ожидание и дисперсию числа сделанных выстрелов, если вероятность попадания при каждом выстреле 0,6.

4. Цех выпускает 90% изделий первого сорта и 10% - второго сорта. Найти математическое ожидание и дисперсию числа изделий второго сорта, оказавшихся среди 5 случайно выбранных изделий.
5. Сделано два вклада: 100 тыс. руб. в компанию А и 150 тыс. руб. в компанию Б. Компания А обещает 50% годовых, но может разориться с вероятностью 0,2. Компания Б обещает 40% годовых, но может разориться с вероятностью 0,15. Составить закон распределения общей суммы прибыли (убытка), полученной от двух компаний через год. Найти ее математическое ожидание.

Домашнее задание 7. – Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин.

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 6, задачи 7,8,10,12,15.

Домашнее задание 8. - Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин.

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 6, задачи 2,14,16.

1. Диаметр детали, выпускаемых цехом, представляет собой нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием 20мм и средним квадратическим отклонением 2мм. Деталь считается годной, если отклонение ее диаметра от математического ожидания по абсолютной величине не превосходит 5мм. Найти: 1) вероятность того, что диаметр наугад взятой детали будет заключен в пределах от 18мм до 24мм; 2) процент годных деталей; 3) какую точность диаметра детали можно гарантировать с вероятностью 0,95?
2. Еженедельный выпуск продукции на заводе распределен по нормальному закону со средним значением 50 000 ед. и средним квадратическим отклонением 500 ед. Найти: 1) вероятность того, что еженедельный выпуск продукции превысит 49 600 ед.; 2) вероятность того, что еженедельный выпуск продукции окажется меньше 51 200 ед.; 3) величину, не менее которой с вероятностью 0,925 окажется еженедельный выпуск продукции.
3. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 тонн и средним квадратическим отклонением 60 тонн. Найти: 1) вероятность того, что, по крайней мере, 815 тонн будут добыты в заданный день; 2) долю рабочих дней, в которые будет добыто от 740 тонн до 845 тонн; 3) вероятность того, что в данный день добыча угля упадет ниже 665 тонн.

Домашнее задание 9. Функции случайных величин.

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 6, задачи 21, 22, 23, 25, 32.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Дискретная случайная величина.
2. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
3. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.
4. Математическое ожидание случайной величины.
5. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины.
6. Начальные и центральные моменты случайной величины.
7. Функция одного случайного аргумента. Ее распределение.
8. Биномиальное распределение.
9. Распределение Пуассона.

10. Геометрическое распределение.
11. Равномерное распределение.
12. Показательно распределение.
13. Нормальное распределение.
14. Линейное преобразование нормальной случайной величины.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 10. – Дискретные случайные векторы

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 5, задачи 27-30.

Домашнее задание 11. – Непрерывные случайные векторы.

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел I, глава 6, задачи 35, 36, 38, 40, 41, 42.

Домашнее задание 12. – Условные законы распределения.

1. Дискретная двумерная случайная величина задана таблицей.

Y	X			
	1	3	4	8
3	0,15	0,06	0,25	0,04
6	0,30	0,10	0,03	0,07

Найти: 1) условный закон распределения и условное математическое ожидание составляющей X при условии Y=6. 2) условный закон распределения и условное математическое ожидание составляющей Y при условии: а) X=1; б) X=8.

2. Плотность вероятности двумерной случайной величины имеет вид.

$$f(x, y) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} e^{-4x^2 - 6x - 9y^2}$$

Найти: условные законы распределения составляющих и условные математические ожидания составляющих.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Дискретный случайный вектор.
2. Совместная функция распределения случайного вектора.
3. Плотность распределения случайного вектора.
4. Композиция законов распределения. Формулы свертки для независимых случайных величин.
5. Ковариация случайных величин
6. Коэффициент корреляции случайных величин.
7. Условные законы распределения.
8. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 13. – Закон больших чисел.

1. Среднее изменение курса акций компании в течение одних биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более, чем на 3%

2. В среднем 10% работоспособного населения региона – безработные. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10 000 работоспособных жителей региона будет в пределах от 9% до 11% включительно.
3. Для каждой из 1500 независимых случайных величин дисперсия не превосходит 3. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий по абсолютной величине не превысит 0,4.
4. Вероятность появления события в одном испытании 0,6. Установить, используя теорему Бернулли, при каком числе независимых испытаний отклонение относительной частоты появления события от 0,6 по абсолютной величине меньше, чем на 0,1, определяется вероятностью, превышающей 0,97.
5. Известно, что дисперсия каждой из данных независимых случайных величин не превышает 4. Найти то число этих величин, при котором вероятность отклонения их средней арифметической от среднего арифметического их математических ожиданий по абсолютной величине не более, чем на 0,25, превысит 0,99.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Неравенство Чебышева.
2. Теорема Чебышева.

### Тематика и примерные варианты контрольных работ.

#### Контрольная работа №1 по темам 1-2

##### Тематика работы

Задание 1 – Задача на классическую вероятностную модель.

Задание 2 – Задача на теоремы сложения и умножения вероятностей.

Задание 3 – Задача на формулу полной вероятности.

Задание 4 – Задача на формулы Байеса.

Задание 5 – Задача на геометрические вероятности.

Задание 6 – Задача на повторные испытания.

##### Примерный вариант работы.

1. Пять клиентов случайным образом обратились в четыре фирмы. Какова вероятность того что, хотя бы в одну фирму никто не обратился?
2. В урне три белых и четыре красных шара, два игрока поочередно вынимают из урны по одному шару, не вкладывая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше получит белый шар. Найти вероятность того, что выиграет первый игрок.
3. Два аудитора проверяют десять фирм (по 5 каждый), в двух из которых допущены нарушения. Вероятность обнаружения нарушений первым аудитором равна 0,8, вторым 0,9. Найти вероятность того, что обе фирмы нарушителя будут выявлены.
4. Два руководителя планируют создать совместное предприятие, если в течение года каждому из них удастся сформировать свою долю начального капитала. Вероятности этого равны соответственно 0,4 и 0,7. По истечении года выяснилось, что совместное предприятие не может быть создано. Какова вероятность того, что каждый участник сумел накопить свою долю начального капитала?
5. Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу, время прихода обоих теплоходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Найти вероятность того, что ни одному из теплоходов не придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого теплохода – 1 час, а второго – 2 часа.

6. Каждый из девяти сот посетителей оптового рынка случайным образом обращается в один из десяти ларьков. В каких границах с вероятностью 0.95 можно определить число клиентов отдельно взятого ларька?

### Контрольная работа №2 по темам 3-4.

#### Тематика работы

Задание 1 – Задача на дискретные случайные величины.

Задание 2 – Задача на непрерывные случайные величины.

Задание 3 – Задача на нахождение закона распределения функции от случайной величины.

Задание 4 – Задача на дискретные случайные векторы.

Задание 5 – Задача на непрерывные случайные векторы.

#### Примерный вариант работы.

1. Стрелок стреляет по движущейся мишени до первого попадания в нее, причем успевает сделать не более четырех выстрелов. Найти математическое ожидание и дисперсию числа сделанных выстрелов, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.6
2. Плотность распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} C(1 - |x|) & \text{при } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{при } |x| > 1 \end{cases}$$

Найти константу  $C$ , функцию распределения и математическое ожидание этой случайной величины.

3. Случайная величина  $\xi$  равномерно распределена на отрезке  $[1, 3]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2 + 1$
4. Совместный закон распределения случайной пары  $(\xi, \eta)$  задан таблицей:

$\eta \backslash \xi$	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,2
1	0,2	0,1	0,2

Зависимы ли случайные величины  $\xi$  и  $\eta$ ? Найти: а) распределение вероятностей случайной величины  $\xi - \eta$ , б) условный закон распределения случайной величины  $\xi$  при условии, что  $\eta = 0$ .

5. Двумерная случайная величина  $(\xi, \eta)$  равномерно распределена в треугольнике с вершинами  $(0; 4)$ ,  $(4; 0)$  и  $(4; 4)$ . Найти:
  - а) плотности распределения составляющих  $\xi$  и  $\eta$ , и ответить на вопрос о зависимости случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - б) значение совместной функции распределения в точке  $(3; 5)$ .

#### Раздел. Математическая статистика

### Типовые оценочные материалы по теме 1

Домашнее задание 1. – Гистограммы и полигоны частот. Эмпирическое распределение:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 1, задачи 1, 2, 3, 4, 5, 15.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.
2. Эмпирическая функция распределения.  
Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов

### Типовые оценочные материалы по теме 2

Домашнее задание 2. – Точечные оценки параметров распределения. Свойства оценок:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 2, задачи 6, 7, 20, 32, 33, 34;

Домашнее задание 3. – Эффективность оценок:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 6, задачи 2, 3, 13, 15.

Домашнее задание 4. – Методы моментов и максимального правдоподобия:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 4, § 1, задачи 3, 4, 15; § 2, задачи 2, 5, 16.

Домашнее задание 5. – Метод наименьших квадратов:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 5, задачи 1-4.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Выборочные числовые характеристики.
2. Понятие статистической оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.
3. Несмещенная и состоятельная оценка математического ожидания.
4. Несмещенная и состоятельная оценка генеральной дисперсии.
5. Эффективность оценок (по Рао-Фреше-Крамеру). Неравенство Рао-Фреше-Крамера.
6. Эффективная оценка математического ожидания нормального распределения (генеральная дисперсия известна).
7. Относительная частота «успеха» как эффективная оценка неизвестной вероятности в схеме испытаний Бернулли.
8. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
9. Метод максимального правдоподобия (дискретное, непрерывное распределение, нерегулярные случаи).
10. Метод наименьших квадратов.

### Типовые оценочные материалы по теме 3

Домашнее задание 6. – Основные распределения в статистике:

1. Найти дисперсию выборочной дисперсии, вычисленной по случайной выборке объема  $n$  из нормальной генеральной совокупности с параметрами  $a$  и  $\sigma^2$ .
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, имеющей распределение  $\chi^2$ .
3. Доказать, что сумма независимых  $\chi^2$  - распределенных случайных величин подчиняется распределению  $\chi^2$ .
4. Доказать, что распределение Стьюдента с ростом числа степеней свободы сходится к нормальному распределению.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Основные распределения в статистике: распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера-Снедекора.
2. Квантили, процентные и критические точки.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Домашнее задание 7. – Интервальные оценки параметров нормального распределения:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 7, § 1, задачи 5, 6, 7, 8, 11.

Домашнее задание 8. – Интервальные оценки параметров нормального распределения (продолжение):

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 7, § 1, задачи 19-24.

Домашнее задание 9. – Асимптотические доверительные интервалы:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 7, § 2, задачи 12, 15, 17, 18, 21.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Понятие доверительного интервала. Точность и надежность оценки.
2. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии.
3. Доверительный интервал для дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону при известном математическом ожидании; при неизвестном математическом ожидании.
4. Доверительный интервал для неизвестной вероятности «успеха» в схеме испытаний Бернулли.

Типовые оценочные материалы по теме 5

Домашнее задание 10. – Проверка статистических гипотез для одной выборки:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 8, § 2, задачи 8, 11, 12, 14, 19.

Домашнее задание 11. – Проверка гипотез для двух выборок:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 8, § 3, пункт А) задачи 2, 3; пункт Б) задачи 2, 4, 7, 11.

Домашнее задание 12. – Проверка гипотез для нескольких выборок. Однофакторный дисперсионный анализ:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 8, § 4 задачи 1-3, 5; глава 10, задачи 1-3.

Домашнее задание 13. – Критерии согласия:

Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В., Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007: раздел II, глава 8, § 5, пункт А) задачи 2, 4, 8, 10; пункт Б) задача 2.

Домашнее задание 14. – Проверка гипотез об однородности выборок:

1. В течение месяца выборочно осуществлялось проверка торговых точек города по продаже овощей. Результаты двух проверок по недовесам покупателям одного вида овощей приведены в таблице:

Интервалы недовесов (г)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Частоты для выборки 1	3	9	12	20	8	5	24	14	5
Частоты для выборки 2	5	12	8	25	10	8	20	7	5

Можно ли считать на уровне значимости 0,05 по результатам двух проверок (случайных выборок), что недовесы овощей описываются одной и той же функцией распределения?

а) использовать критерий  $\chi^2$

б) использовать критерий Колмогорова – Смирнова.

2. Две группы выпускников двух высших учебных заведений по шесть человек в каждой получили оценки своих административных способностей (в баллах), приведенные в таблице:

x	15	23	25	26	28	31
y	17	19	22	24	27	30

Можно ли утверждать на уровне значимости 0,05, что нет существенных различий в уровне подготовки выпускников этих вузов? Использовать критерий Вилкоксона.

3. Имеются две независимых выборки значений (в усл. ед.) объемов  $n_1 = 10$  и  $n_2 = 8$  показателей качества однотипной продукции, изготовленной двумя фирмами:

$x_i$	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41
$y_i$	16	20	24	28	32	36	40	44		

Выяснить, используя критерий Вилкоксона – Манна – Уитни, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одной и той же функцией распределения.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Статистический критерий. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
2. Критическая область; область принятия гипотезы. Критические точки. Общая схема проверки статистической гипотезы.
3. Критерий отношения правдоподобия и пример его построения.
4. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в двух сериях испытаний Бернулли.
5. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена.
6. Суть дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве групповых средних.
7. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в нескольких сериях испытаний Бернулли.
8. Критерий согласия Пирсона.
9. Критерий согласия Колмогорова.
10. Критерий Колмогорова-Смирнова проверки гипотезы об однородности двух выборок.
11. Критерий  $\chi^2$  проверки гипотезы об однородности двух выборок.
12. Критерий Вилкоксона проверки гипотезы об однородности двух выборок.



Типовые оценочные материалы по теме 6

Домашнее задание 15. – Элементы корреляционного и регрессионного анализа:

1. В таблице представлены цены на товары А, В и С (в руб.) в десяти городах России на январь 2015 года:

Город	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Цена на товар А	3410	3183	3209	3400	3600	4418	3634	4033	3909	3416
Цена на товар В	12500	13857	14150	12697	13000	14120	10678	12163	12833	14400
Цена на товар С	4875	7125	4998	5170	5476	6466	4200	4720	4354	5440

Вычислить выборочные коэффициенты корреляции между ценами: а) на товар А и товар В; б) на товар А и товар С; в) на товар В и товар С.

В каждом случае проверить нулевую гипотезу на уровне значимости 0,05. Сделать вывод о зависимости цен.

2. Годовые прибыли фирмы (в тыс. долларов) за 5 лет представлены в следующей таблице:

Год	1	2	3	4	5
Прибыль	99	112	120	135	144

Провести линейную регрессию и дать прогноз на следующий год.

Вопросы для подготовки к опросу

1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости
2. Выборочный коэффициент корреляции и проверка гипотезы о его значимости

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1 по теме 2

Точечные оценки параметров распределения, методы построения оценок.

1. Найти методом моментов оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона. Исследовать полученную оценку на несмещенность, состоятельность и эффективность.
2. В случае биномиального распределения методом максимального правдоподобия найти оценку параметра  $P$  и исследовать ее свойства (несмещенность, состоятельность, эффективность)
3. По выборке  $X_1, X_2, \dots, X_n$  в случае равномерного распределения на отрезке  $[0; \theta]$  методом максимального правдоподобия найти оценку параметра  $\theta$ . Вычислить математическое ожидание полученной оценки и построить несмещенную оценку на ее основе.
4. Известно, что некоторая работа занимает время, состоящее из обязательного периода  $\theta$  и случайной задержки, распределенной показательно со средним  $\tau$ . Хронометраж рабочего времени в десяти случаях дал следующие результаты:  
32;30;37;35;42;39;34;32;31;35 (мин.). Оценить параметры  $\theta$  и  $\tau$  методом максимального правдоподобия.

## Контрольная работа 2 по темам 4 и 5

- 1.) По выборке из 25 упаковок товара, средний вес составил 101 г. с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г.. Построить доверительные интервалы для среднего и дисперсии с надежностью 0.9.
- 2.) Случайная величина имеет показательное распределение с параметром  $\lambda$ . Требуется на уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: \lambda = \lambda_0$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: \lambda = \lambda_1 > \lambda_0$ . Построить критерий отношения правдоподобия.
- 3.) В таблице представлены данные о числе сделок, заключенных на фондовой бирже за квартал для 400 инвесторов:

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_i$	146	97	73	34	23	10	6	3	4	2	2

На уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что число сделок, заключенных инвестором за квартал, имеет распределение Пуассона.

### 4.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации

**4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования**

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК -10	Владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК - 10.1	Способность использовать математические, статистические методы решения организационно-управленческих задач

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПК-10.1 Способность использовать математические, статистические методы решения организационно-управленческих задач	Знает принципы и методы организации сбора статистических данных обработки результатов статистического наблюдения, Способен применять методы и приемы постановки и решения организационно-управленческих задач	Демонстрирует знания принципов и методов организации сбора статистических данных обработки результатов статистического наблюдения, Решена задача с применением методов и приемов постановки и решения организационно-управленческих задач

### 4.3.2. Типовые оценочные средства для промежуточной аттестации.

Типовые вопросы к зачету:

1. Частотная интерпретация вероятностей. Статистическое определение вероятности.

2. Случайные события и операции над ними.
3. Теоремы сложения вероятностей.
4. Классическая вероятностная модель.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
6. Независимые события. Теорема умножения вероятностей для независимых событий.
7. Вероятность наступления хотя бы одного события.
8. Формула полной вероятности.
9. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
10. Геометрические вероятности.
11. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
12. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
13. Формула Пуассона.
14. Вероятность отклонения относительной частоты появления события от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
15. Наивероятнейшее число наступления события в независимых испытаниях.
16. Простейший поток событий.
17. Понятие цепи Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности.
18. Однородная цепь Маркова. Равенство Маркова.
19. Дискретная случайная величина.
20. Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.
21. Функция плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства.
22. Дискретный случайный вектор.
23. Совместная функция распределения случайного вектора.
24. Совместная плотность распределения случайного вектора.
25. Функция одного случайного аргумента. Ее распределение.
26. Композиция законов распределения. Формулы свертки для плотности распределения независимых случайных величин. Формула свертки для независимых случайных величин с дискретным распределением.
27. Условные законы распределения.
28. Математическое ожидание случайной величины: определение; вероятностный смысл; свойства.
29. Условное математическое ожидание. Функция регрессии.
30. Дисперсия случайной величины: определение; вычисление; свойства.
31. Среднее квадратическое отклонение случайной величины: определение; свойства.
32. Ковариация случайных величин: определение; вычисление; свойства.
33. Коэффициент корреляции случайных величин: определение; свойства.
34. Начальные и центральные моменты случайных величин.
35. Биномиальное распределение. Его числовые характеристики.
36. Распределение Пуассона. Его числовые характеристики.
37. Геометрическое распределение. Его числовые характеристики.
38. Закон равномерного распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Его числовые характеристики.
39. Показательное распределение. Его числовые характеристики.
40. Нормальное распределение. Вероятностный смысл его параметров.
41. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
42. Вероятность заданного отклонения нормально распределенной случайной величины. Правило  $3\sigma$ .
43. Линейное преобразование нормальной случайной величины. Устойчивость нормального распределения.
44. Неравенство Чебышева.

45. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.  
 46. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Пуассона.  
 47. Центральная предельная теорема.

Пример тестового задания к зачету

1.	Случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями, называют	а) числовой	в) дискретной								
		б) непрерывной	г) переменной								
2.	Математическое ожидание суммы двух независимых случайных величин $M(X+Y)$ равно	а) произведению их математических ожиданий $M(X) \cdot M(Y)$	в) разности их математических ожиданий $M(X)-M(Y)$								
		б) сумме их математических ожиданий $M(X)+M(Y)$	г) частному их математических ожиданий $M(X)/M(Y)$								
3.	Числовая характеристика дискретной случайной величины, выражающая математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания $M/[X-M(X)]^2$ , называется	а) математическим ожиданием дискретной случайной величины	в) дисперсией дискретной случайной величины								
		б) биномиальным распределением	г) отклонением								
4.	Дисперсия суммы двух независимых случайных величин $D(X+Y)$ равна	а) разности их дисперсий $D(X)-D(Y)$	в) сумме их дисперсий $D(X)+D(Y)$								
		б) произведению их дисперсий $D(X) \cdot D(Y)$	г) частному их дисперсий $D(X)/D(Y)$								
5.	Соответствие между возможными значениями дискретной случайной величины и их вероятностями называют	а) законом распределения дискретной случайной величины	в) математическим ожиданием дискретной случайной величины								
		б) биномиальным распределением	г) дисперсией								
6.	Числовая характеристика дискретной случайной величины, выражающая сумму произведений всех возможных значений дискретной случайной величины на их вероятности, называется	а) математическим ожиданием дискретной случайной величины	в) законом распределения дискретной случайной величины								
		б) биномиальным распределением	г) дисперсией								
7.	Дисперсия $D(X)$ случайной величины $X$ равна	а) $M(X^2-M(X))$	в) $M(X^2)-[M(X)]^2$								
		б) $D(X^2)-[D(X)]^2$	г) $D(X^2)+D(X^2)$								
8.	Квадратный корень из дисперсии называют	а) биномиальным распределением	в) математическим ожиданием дискретной случайной величины								
		б) средним квадратическим отклонением случайной величины	г) отклонением								
9.	Найти дискретной законом	<table> <tr> <td>X</td><td>-4</td><td>6</td><td>10</td></tr> <tr> <td>p</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,5</td></tr> </table>	X	-4	6	10	p	0,2	0,3	0,5	математическое ожидание случайной величины X, заданной распределения а) -6 б) 6 в) 0,6 г) 1,2
X	-4	6	10								
p	0,2	0,3	0,5								
10.	Найти дисперсию дискретной случайной величины X, заданной законом распределения	<table> <tr> <td>X</td><td>-4</td><td>6</td><td>10</td></tr> <tr> <td>p</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,5</td></tr> </table>	X	-4	6	10	p	0,2	0,3	0,5	а) 28 б) 40 в) 15 г) 35
X	-4	6	10								
p	0,2	0,3	0,5								

Типовые вопросы к экзамену:

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.

2. Эмпирическая функция распределения.
3. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистических рядов.
4. Выборочные числовые характеристики.
5. Понятие статистической оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки.
6. Несмещенная и состоятельная оценка математического ожидания.
7. Несмещенная и состоятельная оценка генеральной дисперсии.
8. Эффективность оценок (по Рао-Фреше-Крамеру). Неравенство Рао-Фреше-Крамера.
9. Эффективная оценка математического ожидания нормального распределения (генеральная дисперсия известна).
10. Относительная частота «успеха» как эффективная оценка неизвестной вероятности в схеме испытаний Бернулли.
11. Асимптотически эффективные оценки. Асимптотическая эффективность несмещенной оценки генеральной дисперсии в случае нормального распределения.
12. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
13. Метод максимального правдоподобия (дискретное, непрерывное распределение, нерегулярные случаи).
14. Метод наименьших квадратов.
15. Основные распределения в статистике: распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера-Снедекора.
16. Квантили, процентные и критические точки.
17. Понятие доверительного интервала. Точность и надежность оценки.
18. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии; при неизвестной дисперсии.
19. Доверительный интервал для дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону при известном математическом ожидании; при неизвестном математическом ожидании.
20. Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Статистический критерий. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
21. Критическая область; область принятия гипотезы. Критические точки. Общая схема проверки статистической гипотезы.
22. Критерий отношения правдоподобия и пример его построения.
23. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей «успеха» в двух сериях испытаний Бернулли.
24. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена.
25. Суть дисперсионного анализа. Проверка гипотезы о равенстве групповых средних.
26. Критерий согласия Пирсона.
27. Критерий согласия Колмогорова.
28. Критерий Колмогорова-Смирнова проверки гипотезы об однородности двух выборок.
29. Критерий  $\chi^2$  проверки гипотезы об однородности двух выборок.
30. Критерий Вилкоксона проверки гипотезы об однородности двух выборок. Критерий Вилкоксона – Манна – Уитни проверки гипотезы об однородности двух выборок

Типовые задачи к экзамену:

Задача 1. Выборка задана в виде распределения частот:

$x_i$	2	5	7
$n_i$	1	3	6

Найти распределение относительных частот.

Задача 2. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n=10$

$x_i$	0,01	0,04	0,08
$n_i$	5	3	2

Задача 3. По данным девяти независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений  $\bar{x}_B = 30,1$  и «исправленное»

среднее квадратическое отклонение  $s=6$ . Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью  $\gamma=0,99$ . Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

Задача 4. Выборка задана в виде распределения частот:

$x_i$	4	7	8	12
$n_i$	5	2	3	10

Найти распределение относительных частот.

Задача 5. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n=10$

$x_i$	186	192	194
$n_i$	2	5	3

Задача 6. По данным выборки объема  $n=16$  из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s=1$  нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  с надежностью 0,95.

### Шкала оценивания

Наименование тем (разделов)	Показатель и оценивание	Критерии оценивания	Оценка (баллы)
Случайные события и их вероятности	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Повторные независимые испытания. Цепи Маркова	ДЗ, О, КР1 (по темам 1,2)	Согласно шкалам оценивания	5 5 5
Случайные величины	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Случайные векторы	ДЗ, О, КР2 (по темам 3,4)	Согласно шкалам оценивания	5 5 5
Закон больших чисел	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Промежуточная аттестация	За	Зачет оценивается по правилу: ответ дан в полном объеме, тест решен верно-40, ответ не в полном объеме-40-30, ответ дан не в полном объеме, допущены неточности в ответе, тест решен частично-30-20, ответ не дан, тест решен или ответ дан, тест не решен-0-10	40
Основные понятия и задачи математической статистики	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Точечные оценки параметров распределения. Методы построения оценок	ДЗ, КР1	Согласно шкалам оценивания	5 5
Основные распределения в	ДЗ, О	Согласно шкалам	5

Наименование тем (разделов)	Показатель и оценивание	Критерии оценивания	Оценка (баллы)
статистике		оценивания	5
Интервальные оценки	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Проверка статистических гипотез	ДЗ, КР2 (по темам 4,5)	Согласно шкалам оценивания	5 5
Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа	ДЗ, О	Согласно шкалам оценивания	5 5
Промежуточная аттестация	Э	Экзамен оценивается по правилу: ответ дан в полном объеме, задача решена верно-40, ответ не в полном объеме-40-30, ответ дан не в полном объеме, допущены неточности в ответе, задача решена частично-30-20, ответ не дан, задача решена или ответ дан. задача не решена-0-10	40

Шкала перевода оценки знаний по 100-балльной системе в эквивалент пятибалльной системы приведена в таблице 5.

Таблица 6

#### Шкала перевода оценок

Баллы по 100-балльной системе	Пятибалльная система оценки
85-100 баллов	Отлично (зачет)
70-84 баллов	Хорошо (зачет)
50-69 баллов	Удовлетворительно (зачет)
49 балл и ниже	Неудовлетворительно (незачет)

#### 4.4. Методические материалы

##### Шкала оценивания опроса

№ п/п	Критерии оценивания	Баллы
1	грамотное, связное, логически последовательное изложение ответа на все поставленные вопросы; знание специальной терминологии; умение на практических примерах показать действие теории, объяснить сложные ситуации	5
2	грамотное, связное, логически последовательное изложение ответа на все поставленные вопросы; знание специальной терминологии; умение на	4

	практических примерах показать действие теории, объяснить стандартные ситуации	
3	ответы на большинство поставленных вопросов; не полное знание специальной терминологии; умение видеть связь теории и практики	3
4	безграмотно, несвязно, логически непоследовательные попытки ответить на поставленные вопросы; незнание специальной терминологии; не находить связи теории и практики	0

#### Шкала оценивания домашнего задания

Задачи решены правильно, студент может проанализировать полученные результаты, объяснить ход решения задачи	5 баллов
Задачи решены с незначительными ошибками, студент может проанализировать полученные результаты, объяснить ход решения задачи,	3 баллов
Задачи решены с ошибками, но студент может проанализировать полученные результаты, объяснить ход решения задачи	2 баллов
Не соблюдены предыдущие пункты	0 баллов

#### Критерии оценки выполнения контрольной работы

Критерии оценки: - соответствие предполагаемым ответам; - правильное использование алгоритма выполнения действий (методики, технологии и т.д.); - логика рассуждений; - неординарность подхода к изложению.		max 5 баллов
1	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, может привести классификацию факторов явления, ответить на поставленные задачи и проанализировать полученные результаты, отстоять свою точку зрения, приводя факты;	5 баллов
2	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, может привести классификацию факторов явления, ответить на поставленные вопросы, но не проанализировали полученные ответы;	4 баллов



3	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, отвечает на вопросы контрольной работы с небольшими ошибками;	3 балла
4	выставляется студенту, если он не владеет перечисленными навыками	0 баллов

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### Методические указания по выполнению домашних заданий

Приступая к выполнению домашних заданий, нужно, прежде всего, уяснить теоретический материал, соответствующий теме домашнего задания, и тщательно разобрать примеры, рассмотренные на лекциях и решенные на практических занятиях.

Каждый этап решения задачи нужно обосновывать, исходя из теоретических положений курса. Если есть несколько путей решения задачи, то их нужно сравнить и выбрать самый удобный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения задачи.

При решении задач по теме 1 следует:

1. Повторить определения комбинаторных конфигураций и формулы для подсчета их числа.
2. При применении теорем сложения и умножения вероятностей прежде всего следует выразить событие, вероятность которого нужно найти, через известные события, а уж потом применять эти теоремы.
3. При решении задач на формулу полной вероятности и формулы Байеса следует следить за тем, чтобы гипотезы были несовместными и составляли полную группу событий. Для решения задач такого типа удобно использовать так называемое «дерево вероятностей».
4. При решении задач на геометрические вероятности сначала нужно описать аналитически пространство элементарных исходов и интересующие события, затем их изобразить на чертеже и лишь потом воспользоваться формулой для вычисления вероятностей.

При решении задач по теме 2 обратите внимание на условия применимости различных приближенных формул для вычисления вероятности в схеме Бернулли.

При решении задач по теме 3 следует усвоить методику отыскания функции распределения случайной величины. При отыскании плотности распределения функции от случайной величины нужно указывать область определения полученной плотности.

При вычислении числовых характеристик функции от непрерывного случайного аргумента удобнее применять соответствующие формулы, а не находить сначала плотность распределения этой функции. При решении задач по теме 4 следует внимательно разобраться с методикой отыскания законов распределения составляющих двумерной случайной величины.

При отыскании композиции законов распределения случайных величин, плотности вероятностей каждой из которых заданы несколькими формулами, сначала надо найти совместную функцию распределения суммы этих случайных величин, а уж потом и плотность распределения этой суммы.

При решении задач по теме 5 следует обратить внимание на условия применимости неравенства Чебышева. При отыскании числа случайных величин, необходимых для

применения теорем Чебышева и Бернулли, следует воспользоваться оценкой для вероятности, полученной при доказательстве этих теорем.

#### Методические указания по подготовке к опросу

При подготовке к опросу переходить к следующему вопросу следует только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления. Особое внимание нужно обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

Нужно помнить, что каждая теорема состоит из предположений и утверждений. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательствах. Следует добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схему доказательства теоремы. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал.

#### Методические указания по подготовке к контрольным работам

При подготовке к контрольным работам рекомендуется:

- повторить те положения теории, которые используются при решении задач;
- просмотреть решения всех типовых задач по теме;
- решить задачи, заданные для подготовки к контрольной работе;
- при возникновении вопросов прийти к преподавателю на консультацию в установленное время.

#### Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентом осуществляется для закрепления изученного материала после лекций и практических занятий для выполнения домашних заданий, для подготовки к опросу и контрольным работам.

Ниже для краткости указанные в п. 6.1 учебные пособия обозначаются заключенными в квадратные скобки номерами из списка основной литературы.

#### **Требования к организации самостоятельной работы студентов при подготовке к аудиторным занятиям**

##### ***Подготовка к лекциям***

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Ежедневной учебной работе студенту следует уделять 9–10 часов своего времени, т.е. при шести часах аудиторных занятий самостоятельной работе необходимо отводить 3–4 часа. Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием

успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

## **2. Самостоятельная работа на лекции.**

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

## **3. Подготовка к семинарским занятиям.**

Подготовку к каждому семинарскому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом семинарского занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме семинара и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или 10 письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ. Структура семинара в зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы семинарское занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/или выступление с презентациями по проблеме семинара.
3. Обсуждение выступлений по теме – дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть – обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут. Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов семинарского занятия. Обязательный элемент доклада – представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность — 20-25 минут.

После докладов следует их обсуждение – дискуссия. В ходе этого этапа семинарского занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность – до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть

выполнено дома, то на семинарском занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность – 15-20 минут.

Подведением итогов заканчивается семинарское занятие. Студентам должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

#### **4. Работа с литературными источниками**

В процессе подготовки к семинарским занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

### **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

#### **6.1 Основная литература:**

1. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2016.— 473 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62453.html>
2. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 284 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-7638-0. <https://www.biblio-online.ru/book/54BF087C-1988-43C3-8D74-F21A6CBA1405>
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 514 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-7529-1. <https://www.biblio-online.ru/book/BE7FC228-CB44-4539-89E6-0E707ADAE77E>

#### **6.2 Дополнительная литература:**

1. Теория вероятностей [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ В.Н. Колпачев [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015.— 69 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55061.html>.— ЭБС «IPRbooks»

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.  
Отдельное обеспечение не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы.  
Не предусмотрены.

#### 6.5. Интернет-ресурсы.

1. Гмурман В.Е. РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для прикладного бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника), [http://www.biblio-online.ru/thematic/?5&id=urait.content.795BB6C2-D2F6-4B7C-B7A4-5CD1002EAE4C&type=c\\_pub](http://www.biblio-online.ru/thematic/?5&id=urait.content.795BB6C2-D2F6-4B7C-B7A4-5CD1002EAE4C&type=c_pub)
2. Калинина В.Н. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 2-е изд., пер. и доп. Учебник для академического бакалавриата, -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника) [http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.356F1698-E1E1-41E7-84B8-653045387D71&type=c\\_pub](http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.356F1698-E1E1-41E7-84B8-653045387D71&type=c_pub)
3. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами, -М.: Лань, 2005 (Электронная версия учебника) <https://e.lanbook.com.ezproxy.ranepa.ru:2443/book/2198#authors>

### **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Занятия проводятся в учебных аудиториях, оснащенных рабочим местом преподавателя (стол, стул, кафедра), рабочими местами студентов (столы, стулья) по количеству студентов, доской меловой или белой для написания маркерами или флипчартом для бумаги большого формата, маркерами (красный, черный, зеленый, синий), губкой для досок, оборудованием для показа презентаций и слайдов (компьютер, проектор, экран).

Используется следующее программное обеспечение:

Microsoft Windows 10 LTSC 1607

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Microsoft Office Professional 2016

Количество 2607

Правообладатель Microsoft Corporation

Дата покупки / продления 06.12.2016

Контракт 59/07-16/0373100037616000052-0008121-03

Продавец ООО «ЛАНИТ-Интеграция»

Покупатель РАНХиГС

Дата окончания 31.12.2017

Срок подписки 1 год / 3 года

Acrobat Professional Academic Edition License Russian  
Multiple Platforms (Adobe, 65258631AE01A00)

Количество 50

Правообладатель Adobe

Дата покупки / продления 03.04.2017

Контракт #15/08-17

Продавец SoftLine

Покупатель РАНХиГС  
Дата окончания 03.04.2018