

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Институт бизнеса и делового администрирования
Факультет международного бизнеса и делового администрирования

УТВЕРЖДЕНА

решением Ученого совета ИБДА

протокол от «12» сентября 2019 г. № 7

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.07 Финансовая математика

38.03.02 Менеджмент

Управление прорывными проектами в международном бизнесе

Бакалавр

Очная форма обучения

Год набора – 2020

Москва, 2020

Автор(ы)–составитель(и):

К.физ-мат.н., доцент В.Л. Миронов

Заведующий кафедрой количественных методов в менеджменте ИБДА
Д.э.н., профессор Чеканский А.Н.

СОДЕРЖАНИЕ:

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	11
6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля), ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	12
7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	12

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина **Б1.В.07 Финансовая математика** обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-4	Умение применять основные методы финансового менеджмента для оценки активов, управления оборотным капиталом, принятия инвестиционных решений, решений по финансированию, формированию дивидендной политики и структуры капитала, в том числе, при принятии решений, связанных с операциями на мировых рынках в условиях глобализации	ПК-4.1	Изучение теоретических основ и основных принципов финансовой математики для последующего использования для оценки активов и принятия инвестиционных решений

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Умение анализировать количественные и качественные показатели деятельности организации	ПК-4.1	<u>на уровне знаний</u>
		– основных понятий и инструментов финансовой математики;
		<u>на уровне умений</u>
		– решать типовые математические задачи, возникающие при анализе финансовых операций; использовать математический язык и математическую символику при проведении финансово-экономических расчетов; – применять формулы простых процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования. – применять формулы сложных процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования – классифицировать финансовые ренты и определять их конечную и приведённую стоимости
		<u>на уровне навыков</u>
		– финансово-экономических расчётов при решении конкретных задач, проводить количественный анализ финансовых операций,

		иметь навыки работы со специальной математической литературой.
--	--	--

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы.

Объем дисциплины

Учебным планом для дисциплины Б1.В.07 Финансовая математика установлено:

- трудоемкость дисциплины – 2 з.е.,
- контактная работа с преподавателем – 36 академических часов (27 астрономических часов), в том числе 18 ак.часов (13,5 астр.часов) – лекции, 18 ак.часов (13,5 астр.часов) – практические занятия;
- самостоятельная работа – 36 ак.часов (27 астр.часов).

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.07 Финансовая математика, предназначена для студентов 2-го курса, изучается в 3 семестре.

Дисциплина реализуется после изучения следующих дисциплин:

- Экономическая теория
- Математика

Форма промежуточной аттестации – зачет.

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины

(очная форма обучения)

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Простейшие задачи на процентные вычисления	10	2		2		6	
Тема 2	Простые проценты	10	2		2		6	
Тема 3	Сложные проценты	14	4		4		6	КР
Тема 4	Процентные ставки в условиях инфляции	10	2		2		6	
Тема 5	Финансовые ренты	14	4		4		6	КР
Тема 6	Элементы недетерминированной финансовой математики (портфельная теория)	14	4		4		6	
Промежуточная аттестация								зачет
Всего:		72	18		18		36	

Примечание:

* – формы текущего контроля успеваемости: Контрольная работа (КР)

Содержание дисциплины

Тема 1. Простейшие задачи на процентные вычисления

Нахождение процента от числа. Нахождение числа по его проценту. Нахождение доли (в процентах) одного числа от другого. Увеличение числа на заданный процент. Уменьшение числа на заданный процент. Определение на сколько процентов одно число больше другого. Определение на сколько процентов одно число меньше другого.

Тема 2. Простые проценты

Наращение по ставке простого процента. Три метода расчёта длительности ссуды: английская, немецкая и французская практики. Два метода погашения кредита: актуарный метод и правило торговца. Два способа дисконтирования: математическое по процентной ставке и банковское по учётной ставке. Принцип невозможности межвременного арбитража. Понятие эквивалентности финансовых контрактов. Прямая и обратная задача для процентной и учётной ставки. Приведённое значение, учёт, эквивалентность, пролонгация и переучёт векселей.

Тема 3. Сложные проценты

Наращение по ставке сложного процента. Формулы удвоения суммы. Понятие номинальной ставки процента. Понятие эффективной ставки процента. Сравнение номинальных ставок. Два способа дисконтирования по ставке сложного процента: математическое и банковское (по учётной ставке). Нарастание по сложной учётной ставке. Номинальные ставки для дисконтирования: математического и банковского. Ставка непрерывного начисления процента (сила роста). Девять типов ставок сложных процентов. Понятие эквивалентности процентных ставок. Условия эквивалентности для сложных процентных ставок: $i, i^{(m)}, d, d^{(m)}, \delta$. Свойства эквивалентных сложных процентных и учётных ставок.

Тема 4. Процентные ставки в условиях инфляции

Понятия уровня инфляции и индекса цен. Связь между номинальной и реальной ценой, и уровнем инфляции. Понятия номинальной и реальной ставками процента в условиях инфляции. Уравнение Фишера. Два способа наращёния в условиях инфляции: на основе реальной ставки процента и на основе номинальной ставки процента. Два способа приведения (дисконтирования) в условиях инфляции: на основе реальной ставки процента и на основе номинальной ставки процента.

Тема 5. Финансовые ренты

Понятия: финансовой ренты, периода ренты, срока ренты, подрасчётной и авансовой ренты. Основной принцип подсчёта стоимости потока платежей. Нарастённая и приведённая стоимость подрасчётной и авансовой ренты. Приведённая стоимость подрасчётной и авансовой отложенной ренты. Приведённая стоимость подрасчётной и авансовой бесконечной ренты. Понятие частой ренты. Нарастённая и приведённая стоимость подрасчётной и авансовой частой k-срочной ренты. Понятие редкой ренты. Нарастённая и приведённая стоимость подрасчётной и авансовой редкой k-срочной ренты. Нарастённая и приведённая стоимость подрасчётной и авансовой ренты с непрерывным начислением процентов и дискретными платежами. Нарастённая и приведённая стоимость ренты с непрерывным начислением процентов и непрерывными платежами.

Тема 6. Элементы недетерминированной финансовой математики (портфельная теория)

Понятие риска в финансовом анализе. Анализ риска и доходности с помощью среднего и дисперсии. Понятие допустимого портфеля ценных бумаг (ЦБ) и допустимого множества точек плоскости. Эффективная граница допустимого множества и эффективный портфель ЦБ. Проблема Марковица и методы её решения. Теорема о двух капиталовложениях. Использование для составления портфеля ЦБ безрискового актива. Эффективная граница и эффективный портфель ЦБ с безрисковым кредитованием и заимствованием. Теорема одного капиталовложения. Альтернативные модели по выбору эффективного портфеля. Модель оценки стоимости финансовых активов CAPM Уильяма Шарпа.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.07 Финансовая математика используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Простейшие задачи на процентные вычисления	Контрольная работа 1
Простые проценты	Контрольная работа 1
Сложные проценты	Контрольная работа 1
Процентные ставки в условиях инфляции	Контрольная работа 2
Финансовые ренты	Контрольная работа 2
Элементы недетерминированной финансовой математики (портфельная теория)	Не проводится

4.1.2. Промежуточная аттестация по дисциплине – письменный зачет

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

По дисциплине предусмотрено проведение двух контрольных работ:

1 контрольная работа

Темы:

- Простые проценты
- Векселя
- Ставки сложных процентов
- Эквивалентность ставок сложных процентов

2 контрольная работа

Темы:

- Простые ставки в условиях инфляции (задачи 1-2)
- Финансовые ренты (задачи 3-4)

Примеры задач см. п.4.3.3.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	--

ПК-4	Умение применять основные методы финансового менеджмента для оценки активов, управления оборотным капиталом, принятия инвестиционных решений, решений по финансированию, формированию дивидендной политики и структуры капитала, в том числе, при принятии решений, связанных с операциями на мировых рынках в условиях глобализации	ПК-4.1	Изучение теоретических основ и основных принципов финансовой математики для последующего использования для оценки активов и принятия инвестиционных решений
------	--	--------	---

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПК-4.1	Способность формализовать и решать задачи наращения, дисконтирования и погашения кредита частями в случае простых процентных ставок. Способность решать задачи наращения и дисконтирования в случае сложных процентных ставок. Освоение методов классификации потоков платежей и определения их наращенной и приведённой стоимости.	Умение применять формулы простых процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования. Умение применять формулы сложных процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования Умение классифицировать финансовые ренты и определять их конечную и приведённую стоимость.

4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типовые оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Билеты к письменному зачету по финансовой математике состоят из 4-х заданий, каждое из которых соответствует самостоятельной теме курса:

1. Простые проценты
2. Сложные проценты
3. Процентные ставки в условиях инфляции
4. Финансовые ренты

Примеры заданий из каждой темы приводятся ниже.

1. Простые проценты

1.1. Кредит равный 1000 выдан на три месяца по ставке процента – i (год равен 12-и месяцам). Погашение производится по правилу торговца тремя платежами через равные промежутки времени. Сумма первых двух платежей равна 700, а третий (последний) платёж равен 346. Определить ставку процента – i .

1.2. За покупку, произведённую 15.01.10, стоимостью 6000 внесли 100 наличными, а оставшуюся часть оплатили тремя дисконтными векселями номинала 1000, 2000 и 3000 с погашением 14.2.10, 16.03.10 и 15.04.10 соответственно. Найти величину учётной ставки для этих векселей.

1.3. 17.01.10 заёмщик должен вернуть банку сумму 50 000. В указанный срок (17.01.10) заёмщик предоставил банку три векселя, по которым уже ему должны выплатить суммы 10 000, 20 000 и 15 000 соответственно 16.02.10, 18.03.10 и 17.04.10. После переучёта банком этих векселей заёмщику пришлось доплатить ещё 6 900 наличными. Определить учётную ставку, по которой банк переучёл векселя заёмщика.

1.4. Кредит равный 1000 выдан на 3 месяца (год равен 12-и месяцам). Погашение производится двумя платежами: первый платёж – 500 через месяц, второй платёж – в день погашения кредита. Определить ставку процента, при которой второй платеж, рассчитанный по правилу торговца, равен второму платежу, рассчитанному актуарным методом по ставке 12% годовых.

1.5. Господин А решил диверсифицировать свои инвестиции. Он поместил 1000 в банк на полгода под 20% годовых, а на другую 1000 купил дисконтный вексель со сроком погашения через 180 дней. Через полгода (180 дней) сумма, полученная за вексель, на 150 превышала сумму, полученную в банке. Определить учётную ставку, по которой был учтён вексель в момент его продажи господину А (вексель куплен за 1000).

2. Сложные проценты

2.1. Докажите, что, вложив \$475,48 сегодня под номинальную ставку процента $i^{(12)} = 120\%$ годовых (т.е. начисление сложных процентов происходит ежемесячно), вы сможете снимать со счёта по \$150 в конце месяца на протяжении последующих четырёх месяцев, после чего на счёте ничего не останется.

2.2. Заёмщик получил в банке кредит, по которому должен вернуть через год (срок кредита) 10 000. Расчёт величины кредита производится по схеме банковского дисконтирования по номинальной учётной ставке сложного процента равной $d^{(4)} = 12\%$, т.е. сложное дисконтирование производится четыре раза в год с периодом $\frac{1}{4}$ года. Через полгода этот же заёмщик получил в банке второй кредит, по которому через полгода (срок второго кредита) он должен вернуть 5 000. Расчёт величины второго кредита производится по той же схеме, что и первого. Определить общую сумму кредитов, полученных заёмщиком в банке.

2.3. Кредит выдан на 5 лет по ставке сложного процента равной 8% годовых. Какую номинальную ставку процента необходимо назначить, чтобы получить в конце пятого года ту же наращённую сумму при поквартальном начислении процентов (квартал содержит три месяца)?

2.4. Банк принимает вклады трёх видов:

(а) по номинальной ставке сложного процента равной $i^{(4)} = 12\%$,

(б) по номинальной ставке сложного процента равной $i^{(2)} = 13\%$,

(с) по ставке сложного процента равной $i = 14\%$.

Определить наилучший вариант вложения средств.

2.5. Банк предлагает две схемы выдачи годового кредита:

- (а) кредит выдаётся под номинальную ставку процента $i^{(2)} = 56\%$ (т.е. через год возвращается сумма, наращенная по этой номинальной ставке)
- (б) величина кредита рассчитывается по схеме банковского дисконтирования по некоторой номинальной учётной ставке сложного процента $d^{(2)}$.

Определить величину номинальной учётной ставки сложного процента $d^{(2)}$, при которой схемы эквивалентны, т.е. суммы кредитов совпадают.

3. Процентные ставки в условиях инфляции

3.1. Вы решили заняться накопительством и положили сегодня на счёт 1000 и решили снять деньги со счёта только через 20 лет. Вы хотели бы знать, сколько денег (с точки зрения реальной покупательной способности) у вас будет через 20 лет, если номинальная ставка процента равна 10% годовых, а уровень инфляции составляет 6% в год?

3.2. Уровень инфляции за два месяца (январь и февраль) равен 8%. Предполагается, что в марте уровень инфляции будет таким же, как в феврале. Под какой номинальный процент (за месяц) вы должны вложить деньги в банк на один месяц (март), в расчёте получить реально 10% (за один месяц)? Известно, что в январе уровень инфляции был равен 5%.

3.3. Вы планируете купить машину через четыре года и хотите сейчас отложить достаточно денег для того, чтобы заплатить за нее. Машина, о покупке которой вы подумываете, стоит \$20000, а процентная ставка, под которую вы можете поместить свои деньги в банк, составляет 9% годовых. Какую сумму вы должны отложить сейчас, если цены на машины растут на 4% в год?

3.4. Банк предлагает два варианта вкладов. При первом варианте вклады принимаются под 6% годовых. При втором варианте (защищённом от инфляции) ставка процента (номинальная) рассчитывается, исходя из фиксированной реальной ставки, равной $i_{реал.} = 3\%$, и уровня инфляции $i_{инфл.}$, который объявляется раз в год. Каково максимальное значение уровня инфляции (с точностью до сотых процента), при котором для клиента банка второй вариант менее выгоден, чем первый?

3.5. Кредит в размере 10 000 выдан на полгода под сложную процентную ставку в 24% годовых, проценты начисляются ежеквартально (т.е. $i_{ном.}^{(4)} = 24\%$). Ожидаемый уровень инфляции за эти полгода составит 4%. Определить реальную процентную ставку кредита ($i_{реал.}^{(4)}$).

4. Финансовые ренты

4.1. От сдачи в аренду здания склада предприятие получает в начале каждого квартала доход в размере 6000, которые переводит на депозит в банке. Какая сумма будет получена арендодателем в банке через шесть лет, если по депозиту раз в год банк начисляет 6% годовых?

4.2. Какую сумму необходимо положить на депозит под 10% годовых, чтобы в течение трёх лет можно было ежегодно изымать в конце года 5000? Выплаты производятся как за счёт накопленных процентов, так и за счёт суммы, положенной на депозит. Проценты банком начисляются по полугодиям, т.е. $i^{(2)} = 10\%$.

4.3. В начале каждого полугодия учебного года в течение следующих пяти лет студенту университета придётся платить за обучение по \$2250. Сколько нужно иметь денег в наличии на начало поступления в университет, чтобы покрыть эту сумму. Ставка процента по депозитам в долларах составляет 16% и начисляется раз в квартал, т.е. $i^{(4)} = 16\%$.

4.4. Допустим, что 1 января 2008 года на счёте в банке у клиента должно быть \$1000. По состоянию на 1 января 2005 года на счёте клиента есть \$400. Какую сумму должен перечислять клиент в банк в конце каждого полугодия, если ставка процента по депозиту начисляется поквартально и равна $i^{(4)} = 8\%$?

4.5. На данный момент на счету предпринимателя имеется 100 000. Какую сумму он должен вносить в конце каждого последующего года, чтобы через три года на его счету оказалось 600 000? Известно, что ставка банка по депозиту составляет 8%, а проценты начисляются ежеквартально, т.е. $i^{(4)} = 8\%$.

Шкала оценивания

85-100 баллов	При решении задач на зачете студент продемонстрировал умение: применять формулы простых процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования; применять формулы сложных процентных ставок для нахождения результатов наращения и дисконтирования классифицировать финансовые ренты и определять их конечную и приведённую стоимости. Все задачи решены верно, возможно с незначительными недочётами.
84-70 баллов	Все задачи решены, но есть существенные недочёты, или одна задача решена неверно либо не решена вовсе
69-55 баллов	Решены верно 2 задачи, остальные либо неверно, либо с существенными недочётами
Менее 55 баллов	Решено верно менее 50% задач

Перевод баллов в традиционную систему оценки:

Баллы по 100-балльной системе	Пятибалльная система оценки	Система оценивания «зачтено-не зачтено»
85-100 баллов	отлично	Зачтено
70-84 баллов	хорошо	зачтено
55-69 баллов	удовлетворительно	зачтено
Менее 55 баллов	неудовлетворительно	Не зачтено

4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Зачет проводится в письменной форме, в билете 4 задачи. Продолжительность зачета – 2 академических часа.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

См. Методическое пособие по Финансовой математике, подготовленное В.Л. Мироновым.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Основная литература

1. Касимов, Ю. Ф. Финансовая математика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ю. Ф. Касимов. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 459 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3787-9. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/A8815E6B-82F8-4C5E-B435-B5AEFB77EA47
2. Бухвалов А. В., Бухвалова В. В. Финансовые вычисления для менеджеров. – СПб.: Высшая школа менеджмента, 2009.

6.2 Дополнительная литература

1. Четыркин Е. М. Финансовая математика. – М.: Дело, 2010.
2. Мертон Роберт. К., Боди Эви. Финансы. – М.: Вильямс, 2007.

6.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Методическое пособие по Финансовой математике, подготовленное В.Л. Мироновым

6.4 Нормативные правовые документы

Не используются

6.5 Интернет-ресурсы

Не используются

6.6 Иные источники

1. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. – М.: Олимп-Бизнес, 2008.
2. Люу Ю-Д. Методы и алгоритмы финансовой математики. – М.: БИНОМ, 2010.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Аудитория для лекционных занятий 338/5.

Аудитории для практических занятий – 224/5, 236/2.

Доска, флوماстеры