Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт бизнеса и делового администрирования

Факультет международного бизнеса и делового администрирования

УТВЕРЖДЕНА

решением Ученого совета ИБДА

протокол от «12» сентября 2019 г. № 7

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.08 Математика

38.03.02 Менеджмент

Управление прорывными проектами в международном бизнесе

Бакалавр

Очная форма обучения

Год набора – 2020

Москва, 2020

Автор(ы)–составитель(и):
к.ф-м.н., доцент, Миронов Владимир Львович

Декан ФМБДА ИБДА
Д.филос.н., профессор И.В. Колесникова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина **Б1.Б.08 Математика** обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-9	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	УК ОС-9.1	Способность использовать экономические знания для понимания и оценки процессов в экономической сфере жизни общества на различных уровнях; применять математический инструментарий для решения экономических задач (методы и результаты матричной алгебры, аналитической геометрии и теории векторных пространств)
		УК ОС-9.2	Способность оценивать различные аспекты социально-экономической политики государства, делать прогнозы относительно дальнейшего функционирования экономической системы; применять математический инструментарий для решения экономических задач (методы и результаты теории функций действительных переменных и дифференциальных уравнений)

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
УК ОС-9.1 УК ОС-9.2	**Знать**: основы линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа
	Уметь: самостоятельно разбираться в вопросах приложения математических методов к различным областям знаний
	Владеть навыками: решения стандартных математических задач из основных разделов математики

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы.

Объем дисциплины

Учебным планом для дисциплины **Б1.Б.08 Математика** установлено:

- трудоемкость дисциплины – 2 з.е.,
- контактная работа с преподавателем – 56 академических часа (33 астрономических часа), в том числе 22 академических часа (16,5 астрономических часов) – лекции и 34 академических часа (25,5 астрономических часов) – практические занятия.
- самостоятельная работа – 16 академических часов (12 астрономических часов).

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина **Б1.Б.08 Математика** предназначена для студентов 1-го курса, изучается во 2-ом семестре.

Форма промежуточной – зачет.

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины

(очная форма обучения)

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежу-точной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	**ЛР**	**ПЗ**	**КСР**		
Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия								
Тема 1	Матрицы, системы линейных уравнений, определители	6	2		4			О, КР
Тема 2	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. n-мерные векторные пространства	6	2		2		2	О, КР
Раздел 2. Математический анализ								
Тема 3	Функциональная зависимость и предел функции, непрерывность функции	6	2		2			О, КР
Тема 4	Производная и дифференциал функции, приложения производной к исследованию функций	6	2		4		2	О, КР
Тема 5	Интегральное исчисление: неопределённый, определённый и несобственный интегралы	6	2		2		2	О, КР
Тема 6	Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, производные, экстремумы функции 2-х переменных	6	2		4		2	О, КР
Тема 7	Комплексные числа. Дифференциальные уравнения	6	2		4		2	О, КР

Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика								
Тема 1	Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний	6	2		2		2	О, КР1
Тема 2	Случайные величины, законы распределения случайных величин	8	2		2		2	О, КР2
Тема 3	Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов. Выборочный метод, оценка параметров распределения	8	2		4			О
Тема 4	Проверка статистических гипотез. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	8	2		4		2	О, КР3
Аттестация								**Зачет**
Всего:		**72**	**22**		**34**		**16**	

Содержание дисциплины

Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

Тема 1. Матрицы, системы линейных уравнений, определители.

Понятие матрицы, операций над матрицами, обратная матрица, Алгоритм Гаусса приведения матрицы к ступенчатому виду и нахождения обратной матрицы. Понятия: системы линейных уравнений, решения системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Критерии совместности и определённости систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Понятия определителей: 2-го, 3-го и n-го порядков. Свойства определителей. Методы вычисления определителей. Нахождения обратной матрицы с помощью определителей. Правило Крамера.

Понятия: модели Леонтьева межотраслевого баланса, матрицы прямых затрат, вектора валового продукта, вектора конечного продукта. Формулировка задачи о продуктивности модели Леонтьева, критерии продуктивности матрицы прямых затрат.

Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. n-мерные векторные пространства.

Понятие вектора на плоскости и в пространстве, линейные операции над векторами, свойства этих операций. Понятие базиса и координат вектора. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Скалярное произведений векторов, свойства скалярного произведения. Векторное произведение. Уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Задачи нахождения: угла между прямыми, угла между плоскостями, расстояния от точки до прямой, расстояния от точки до плоскости. Элементы теории кривых второго порядка.

Понятие n-мерного векторного пространства. Понятие базиса и ранга множества векторов n-мерного векторного пространства. Понятие подпространства и размерности подпространства. Метод построения фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.

Евклидовы векторные пространства, нахождения ортонормированного базиса. Метод наименьших квадратов. Аппроксимация экспериментальных данных прямыми.

Нахождение собственных векторов и собственных значений матрицы, приведение матрицы к диагональному виду.

Раздел 2. Математический анализ.

Тема 3. Функциональная зависимость и предел функции, непрерывность функции.

Элементарные функции, графики элементарных функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теоремы о бесконечно малых. Понятие предела функции, теоремы о пределах. Число Эйлера, приложения числа Эйлера к вычислению пределов. Понятие непрерывности функции в точке и на отрезке. Теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса и теорема Коши.

Тема 4. Производная и дифференциал функции, приложения производной к исследованию функций.

Понятие производной функции в точке. Геометрический смысл производной, уравнение касательной. Основные формулы и правила вычисления производной. Правило Лопиталя. Понятие дифференциала функции, линеаризация функции. Применения дифференциала к приближённым вычислениям. Исследование функции на монотонность и наличие точек экстремума. Исследование функции на выпуклость и наличие точек перегиба. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты. Общая схема исследования функции и построения графиков, примеры.

Тема 5. Интегральное исчисление: неопределённый, определённый и несобственный интегралы.

Понятие первообразной и неопределённого интеграла, свойства неопределённого интеграла. Табличные интегралы. Основные правила интегрирования: замена переменной, внесение под знак дифференциала, интегрирование по частям. Приёмы интегрирования для некоторых классов функций: рациональных дробей, функций с радикалами, тригонометрических функций. Примеры функций, не интегрируемых в элементарных функциях. Понятие определённого интеграла, свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница, приёмы вычисления определённых интегралов. Приложения определённого интеграла к вычислению площадей и объёмов. Понятие несобственного интеграла 1-го и 2-го рода. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 6. Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, производные, экстремумы функции 2-х переменных.

Понятие функции n-переменных. Предел и непрерывность функции 2-х переменных. Частные производные и дифференциал для функции 2-х переменных, производная по направлению, градиент. Понятие экстремума для функции 2-х переменных, достаточное условие экстремума. Понятие условного экстремума, метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума. Задача нахождения наибольшего и наименьшего значения функции 2-х переменных в замкнутой и ограниченной области.

Тема 7. Комплексные числа. Дифференциальные уравнения.

Понятие множества комплексных чисел, алгебраические операции над комплексными числами. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Муавра и формула извлечения корня n-ой степени из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа, формула Эйлера для мнимой экспоненты.

Понятие дифференциального уравнения n-го порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел 3. Теория вероятности и математическая статистика.
Тема 1. Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний.
Классическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики, применение комбинаторики к подсчёту вероятностей. Правило сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Биномиальные вероятности. Многоугольник распределения вероятностей. Наиболее вероятное число успехов. Асимптотические формулы для биномиальных вероятностей (формулы Лапласа и Пуассона).

Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин.
Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины. Операции над случайными величинами. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, медиана. Свойства числовых характеристик.
Непрерывная случайная величина. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
Законы распределения случайных величин: биномиальный закон распределения, закон распределения Пуассона, геометрическое распределение, нормальный закон распределения. Свойства нормального закона. Теорема Чебышёва. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов. Выборочный метод, оценка параметров распределения.
Определение и способ задания цепи Маркова. Однородные цепи Маркова. Матрица переходов, теорема Маркова о предельных вероятностях. Элементы теории массового обслуживания.
Понятия генеральной и выборочной совокупности объектов. Вариационный ряд, таблица частот, гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупности: среднее, дисперсия, доля. Понятие статистической оценки неизвестного параметра распределения случайной величины, требования, предъявляемые к статистическим оценкам параметров. Интервальные оценки параметров. Доверительный интервал, доверительная вероятность, ошибка репрезентативности. Теорема об ошибке репрезентативности и следствия из неё.

Тема 4. Проверка статистических гипотез. Элементы корреляционного и регрессионного анализа.
Понятие статистической гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода, уровень значимости и мощность статистического критерия. Общая схема проверки статистических гипотез. Схема проверки гипотезы о нормальном распределении случайной величины – критерий Пирсона.
Понятие корреляционного момента. Коэффициента корреляции и его свойства. Выборочная корреляция. Уравнение линейной регрессии, коэффициент регрессии. Проверка значимости коэффициента корреляции.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины **Б1.Б.08 Математика** используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Матрицы, системы линейных уравнений, определители	Опрос, Контрольная работа
Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. n-мерные векторные пространства	Опрос, Контрольная работа
Тема 3. Функциональная зависимость и предел функции, непрерывность функции	Опрос, Контрольная работа
Тема 4. Производная и дифференциал функции, приложения производной к исследованию функций	Опрос, Контрольная работа
Тема 5. Интегральное исчисление: неопределённый, определённый и несобственный интегралы	Опрос, Контрольная работа
Тема 6. Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, производные, экстремумы функции 2-х переменных	Опрос, Контрольная работа
Тема 7. Комплексные числа. Дифференциальные уравнения	Опрос, Контрольная работа

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний	Опрос, Контрольная работа 1
Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин	Опрос, Контрольная работа 2
Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических Процессов. Выборочный метод, оценка параметров распределения	Опрос
Тема 4. Проверка статистических гипотез. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Опрос, Контрольная работа 3

4.1.2. Зачет проводится в письменной форме.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Вопросы для самоподготовки и проведения опроса на занятиях.

Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 1. Матрицы, системы линейных уравнений, определители

1. Объяснить, как определяются операции над матрицами: сложение, умножение, умножение на число. Сформулировать свойства этих операций, на примерах проверить справедливость некоторых свойств.

Доказать, что если для матриц A и B выполняется равенство AB = BA , то A и B квадратные матрицы одинакового порядка.

2. Объяснить, какие матрицы называют ступенчатыми, главными ступенчатыми. Привести примеры ступенчатых матриц. Изложить алгоритм Гаусса приведения матрицы к ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований строк.

Привести матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ к главному ступенчатому виду.

3. Объяснить, какие матрицы называются обратимыми, привести примеры обратимых и необратимых матриц. Изложить алгоритм Гаусса нахождения обратной матрицы. Показать, как с помощью алгоритма Гаусса определить, обратима ли матрица.

Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Объяснить, что понимается под системой линейных уравнений, решением системы, матричной записью системы. Привести примеры: совместной, несовместной, определённой и неопределённой систем линейных уравнений. На примере показать, что при элементарных преобразованиях расширенной матрицы системы получается система равносильная исходной системе.

Определить, равносильны ли системы: $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 15x_1 + 20x_2 + 5x_3 + 15x_4 = 20 \end{cases}$?

5. Изложить алгоритм Гаусса решения систем линейных уравнений. Применить этот алгоритм к решению системы $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$. Объяснить, как с помощью алгоритма Гаусса определить, совместна ли система линейных уравнений и является ли она определённой.

6. Объяснить, какие системы линейных уравнений называются однородными. Показать, как с помощью алгоритма Гаусса распознать: имеет ли однородная система линейных уравнений нетривиальное решение. Сформулировать достаточное условие существования нетривиального решения у однородной системы линейных уравнений, показать на примере, что это условие не является необходимым.

Решить однородную систему $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$, а затем найти общее решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 9 \end{cases}$, если известно её частное решение $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \end{cases}$.

7. Объяснить, что понимается под определителем матрицы. Сформулировать свойства определителей. На примере показать, что определитель с двумя равными строками равен нулю (рассмотреть определитель 3-го порядка). Показать, как вычисляется определитель верхнетреугольной матрицы. Изложить метод вычисления определителя приведением его к треугольному виду. Применить этот метод к вычислению определителя матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ -5 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Выписать формулу для нахождения обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Применить эту формулу к решению матричного уравнения: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Сформулировать условие обратимости матрицы на языке определителей. Используя это условие, найти все значения k, при которых матрица $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & k \end{pmatrix}$ является обратимой.

9. Сформулировать правило Крамера. Применить правило Крамера для решения системы $\begin{cases} -3x_1 + x_2 - 4x_3 = -6 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$, сделать проверку. Сформулировать условие (на языке определителей), при котором система n - линейных уравнений с n - неизвестными имеет единственное решение. Используя это условие, найти все значения k, при которых система $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + kx_2 = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение.

10. Объяснить, что понимается под моделью Леонтьева межотраслевого баланса и в чём суть принципа линейности материальных затрат. Сформулировать критерий продуктивности для матрицы прямых затрат.

В следующей таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период в условных денежных единицах:

Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
	1 отрасль	2 отрасль		
1	100	160	240	500
2	275	40	85	400

Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт первой отрасли должен увеличиться на 25%, а второй отрасли – в 1,5 раза.

Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. n-мерные векторные пространства

1. Объяснить, что понимается под вектором на плоскости и в пространстве. Определить операции сложения векторов и умножения вектора на число. Сформулировать свойства этих операций. Показать на примере, что сложение векторов ассоциативно.

Зная векторы, служащие сторонами треугольника: $\overline{AB} = \overline{a}, \overline{BC} = \overline{c}, \overline{CA} = \overline{b}$, найти векторы, соответственно коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.

2. Определить понятия линейной зависимости и линейной независимости системы векторов. Показать, что любые три вектора на плоскости линейно зависимы. Ввести понятие базиса и сформулировать теорему об описании базисов на плоскости и в пространстве. Объяснить, что такое ортонормированный базис и координаты вектора в данном базисе. Определить прямоугольную декартову систему координат на плоскости и в пространстве.

Определить, при каких значениях p и q система из двух векторов $\overline{a} = (-2,3,p)$ и $\overline{b} = (q,-6,2)$ линейно зависима.

3. Дать определение скалярного произведения векторов. Сформулировать свойства скалярного произведения. Выписать формулу для выражения скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Объяснить, как находить длину вектора и косинус угла между векторами через скалярное произведение.

Найти координаты вектора $\overline{x}$ коллинеарного вектору $\overline{a} = (2,1,-1)$ и удовлетворяющего условию $(\overline{x}, \overline{a}) = 3$.

4. Объяснить, как составить уравнение прямой, если известна точка на прямой и вектор ортогональный прямой (общее уравнение прямой). Привести соответствующий пример. Выписать формулу для нахождения расстояния от точки до прямой.

Найти расстояние от точки A(21,32) до прямой m: $2x + 3y - 8 = 0$, а также точку, симметричную точке A(21,32) относительно этой прямой.

5. Объяснить, как составить уравнение прямой в случае, если известна точка на прямой и вектор, параллельный данной прямой (каноническое уравнение прямой), а также в случае, если известна точка на прямой и угловой коэффициент прямой (уравнение прямой с угловым коэффициентом). Привести соответствующие примеры.

Даны точки A(-6,5), B(2,-3) и C(0,-5). Составить уравнение средней линии треугольника ABC параллельной стороне BC.

6. Объяснить, как составить уравнение плоскости в случае, если известна точка на плоскости и вектор, ортогональный к плоскости (общее уравнение плоскости), а также в случае, если известны три точки плоскости, не лежащие на одной прямой. Привести соответствующие примеры.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(3,-1,2)$ перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$, где $M_2(4,-2,-1)$.

7. Даны прямые в пространстве: $m: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$ и $l: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$: **a)** определить, лежат ли прямые m и l в одной плоскости; **b)** определить угол между прямыми m и l; **c)** составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,1)$ параллельно прямым m и l.

8. Даны: прямая в пространстве, заданная системой $l: \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$ и точка $M(1,0,1)$:

a) составить уравнение прямой l в каноническом виде;

b) составить уравнение плоскости перпендикулярной прямой l и проходящей через точку $M(1,0,1)$;

c) найти расстояние от точки $M(1,0,1)$ до прямой l.

9. Пусть кривая γ задана уравнением: $4x^2 + 6y^2 - 4x + 12y - 5 = 0$ $(*)$.

a). Привести уравнение $(*)$ к каноническому виду и выписать необходимые преобразования координат, т.е. выражения x' и y' через x и y соответственно и координаты точки O'. **b).** Классифицировать кривую γ в соответствии с каноническим уравнением, полученным в п. (а).

c). Изобразить на одном чертеже: исходную (старую) систему координат Oxy; новую систему координат $O'x'y'$, в которой кривая γ имеет каноническое уравнение (указав координаты точки O'); кривую γ.

10. Дать определение **n** – мерного векторного пространства $\mathbf{R^n}$. Объяснить, что понимается под базисом множества **M** векторов из $\mathbf{R^n}$. Изложить алгоритм нахождения базиса для конечного множества **n** – мерных векторов.

Найти базис системы векторов: $\overline{v}_1 = (1,1,3,-1)$ $\overline{v}_2 = (0,2,4,-4)$ $\overline{v}_3 = (1,3,7,-5)$ $\overline{v}_4 = (0,-1,-1,3)$ и выразить все векторы через базисные.

11. Дать определение евклидова пространства. Объяснить, что такое длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве. На примере показать, как найти длину вектора и угол между векторами в пространстве $\mathbf{R^4}$. Изложить алгоритм нахождения ортонормированного базиса пространства, порождённого конечным числом векторов.

Найти ортонормированный базис пространства $\mathbf{L} = \langle \overline{v}_1\ \overline{v}_2\ \overline{v}_3 \rangle$, где $\overline{v}_1 = (1,2,2,-1)$ $\overline{v}_2 = (1,1,-5,3)$ $\overline{v}_3 = (3,2,8,-7)$.

12. Объяснить, как найти приближённое решение несовместной системы линейных уравнений методом наименьших квадратов. Изложить геометрическую интерпретацию этого метода. Показать, как найти ошибку полученного приближённого решения (квадратическое отклонение δ^2).

Методом наименьших квадратов найти приближённое решение несовместной системы линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$ и определить ошибку полученного решения.

13. Объяснить, как с помощью метода наименьших квадратов аппроксимировать экспериментальные данные различными кривыми.

Выписать формулы, позволяющие аппроксимировать экспериментальные данные функцией вида **y = ax + b**. Показать, как найти ошибку, полученной аппроксимации. Определить, какая из двух функций **y = ax + b** или **y = ax² + bx + c** лучше аппроксимирует следующие экспериментальные данные:

x	0	1	2	3
y	0	1	1	1

14. Дать определение собственного вектора и собственного значения матрицы. Изложить алгоритм нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы. Сформулировать критерий подобия матрицы диагональной. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ и выяснить, подобна ли матрица A диагональной.

Раздел 2. Математический анализ
Тема 3. Функциональная зависимость и предел функции, непрерывность функции

1. Найти область определения функции: $y = \arcsin(2x^2 + x)$.

2. Найти область определения функции: $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$.

3. Найти область определения и область значений функции: $y = \lg(1 - 2\cos x)$.

4. Найти область определения функции: $y = \sqrt{\sin \frac{1}{x}}$.

5. Для функции $y = \frac{1-x}{1+x}$ найти обратную функцию $x = f^{-1}(y)$ и указать её область определения ($D(f^{-1})$).

6. Для функции $y=\sqrt{1-x^2}$, где $-1\le x\le 0$, найти обратную функцию $x=f^{-1}(y)$ и указать её область определения ($D(f^{-1})$).

7. Найти $f(x)$, если $f(\frac{x}{1+x})=x^2$.

8. Исследовать функцию $y=\sqrt[3]{(1-x)^2}+\sqrt[3]{(1+x)^2}$ на чётность.

9. Исследовать функцию $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ на чётность.

10. Изобразить эскизы графиков следующих функций:

a) $y=\sqrt[5]{x+1}-2$; **b)** $y=\ln x^4+2$; **c)** $y=\left|\dfrac{1-2|x|}{|x|-1}\right|$; **d)** $y=\arccos(x+1)$; **e)** $y=\dfrac{x-3}{x^2-1}$;

f) $y=e^{\frac{1}{x}}$; **g)** $y=e^{\frac{1}{x^2}}$; **h)** $y=\sin(\arcsin x)$; **i)** $y=\arcsin(\sin x)$; **j)** $y=\operatorname{arc\,tg}(\frac{1}{x})$;

k) $y=(x-5)\sqrt[3]{x^2}$.

11. Объяснить на примерах, какие функции называются бесконечно малым. Указать, в каком случае основные элементарные функции: x^{α}, a^x, e^x, $\ln x$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ являются бесконечно малыми. Составить шкалу сравнений для функций x^{α}, a^x, e^x, $\ln x$ с использованием символа «о малое».

12. Привести пример (графический) функции $f(x)$, которая является бесконечно малой при $x\to 1$ и при $x\to 2$, при этом $f(1)=1$ и $f(2)=2$.

13. Может ли отношение двух бесконечно малых функций (в одной и той же точке) быть бесконечно большой функцией (в той же точке)? Ответ пояснить.

14. Может ли отношение двух бесконечно больших функций (при $x\to+\infty$) быть бесконечно малой функцией (при $x\to+\infty$)? Ответ пояснить.

15. Привести пример (графический) функции $f(x)$, которая одновременно является бесконечно малой при $x\to 0$ и бесконечно большой при $x\to-\infty$, при этом $f(0)=-1$.

16. Привести пример (графический) функции $f(x)$, которая одновременно является бесконечно малой при $x\to-\infty$ и бесконечно большой при $x\to-1$, при этом $f(-1)=0$.

17. Указать, в каких случаях функция $f(x)=\ln(x+1)-2$ является бесконечно малой, а в каких случаях бесконечно большой.

18. Указать, в каких случаях функция $f(x)=\dfrac{1-x}{2x}$ является бесконечно малой, а в каких случаях бесконечно большой.

19. Указать, в каких случаях функция $f(x) = e^{2-x} - 1$ является бесконечно малой, а в каких случаях бесконечно большой.

20. Дать определение того, что b является пределом функции $\mathrm{f(x)}$ при $\mathrm{x} \to \mathrm{a}$, где a и b числа или $\pm\infty$, т.е. $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{a}} \mathrm{f(x)} = \mathrm{b}$. Доказать, пользуясь определением предела, что $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3 - 4x - 2x^2}{x^2} = -2.$

21. Привести пример (графический) функции $f(x)$, для которой одновременно выполняются следующие пять соотношений: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -3$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to 2-0} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 2+0} f(x) = -\infty$, $f(-1) = 0$.

22. Привести пример функции бесконечно малой по сравнению с функцией $f(x) = \ln x^2$ при $x \to +\infty$.

23. Привести пример функции бесконечно малой по сравнению с функцией $f(x) = 2x + 1$ при $x \to 2$.

24. Привести пример функции $f(x)$, для которой справедливо следующее соотношение: $x^{100} + 2^x = o(f(x))$ при $x \to +\infty$.

25. Привести пример двух различных функций $f(x)$ и $g(x)$ таких, что $f(x) = o(3^x + e^x)$ и $g(x) = o(3^x + e^x)$ при $x \to +\infty$.

26. Верно ли, что если $f(x) = o(x)$ и $g(x) = o(x)$ при $x \to +\infty$, то и $(f(x) + g(x)) = o(x)$ при $x \to +\infty$. Ответ пояснить.

27. Выписать асимптотические формулы необходимые для вычисления следующего предела $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1 + x^2} - \cos x}{\sin x^2}$, а затем вычислить этот предел.

28. Выписать асимптотические формулы необходимые для вычисления следующего предела $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arcsin x + \operatorname{arctg} x}{\sqrt[4]{1 - x} - 1}$, а затем вычислить этот предел.

29. Выписать асимптотические формулы необходимые для вычисления следующего предела $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x} - \sqrt[3]{1 - x}}{\operatorname{tg} x}$, а затем вычислить этот предел.

30. Выписать второй замечательный предел, а затем вычислить предел $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{5x - 1}{5x + 2} \right)^{2x-3}$.

31. Определить понятие непрерывности функции в точке. Привести классификацию точек разрыва с соответствующими примерами. Исследовать характер точек разрыва функции $\mathrm{y} = \dfrac{\sqrt[3]{1 + 3\mathrm{x}} - 1}{\mathrm{x}^2 + \mathrm{x}}$.

32. Определить характер точек разрыва функции $y = \dfrac{2x}{x^2 - x}$.

33. Привести пример (графический) функции $f(x)$, для которой одновременно выполняются следующие условия: $f(x)$ определена на множестве $(-\infty,+\infty)$, в точке $x=1$ функция $f(x)$ имеет устранимый разрыв, в точке $x=2$ функция $f(x)$ имеет разрыв типа «скачок», в точке $x=3$ функция $f(x)$ имеет разрыв 2-го рода.

34. Сформулировать свойства функции непрерывной на отрезке (теорему Вейерштрасса и теорему Коши). Показать, что все условия этих теорем существенны.

35. Верно ли, что функция $f(x)=\sin x-\dfrac{x}{2}$ имеет точку пересечения с осью Ox, принадлежащую отрезку $[\dfrac{\pi}{2},\ \pi]$? Ответ обосновать.

36. Верно ли, что функция $f(x)=\dfrac{x^3-3x+1}{x^2-x}$ ограничена на отрезке $[3,\ 7]$? Ответ обосновать.

37. Верно ли, что функция $f(x)=\dfrac{x^4-4x+4}{x^2-x}$ ограничена на интервале $(1,\ 5)$? Ответ обосновать.

Тема 4. Производная и дифференциал функции, приложения производной к исследованию функций

1. Дать определение производной функции в точке. Объяснить геометрический смысл производной, записать общий вид уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0. Объяснить, как найти производную сложной функции, вычислить производную функции $y=\ln^3 \arcsin\sqrt{x^2-1}$.

2. Найти производные функций: $y=\ln^2 \ln 2\sqrt{x}$, $y=\ln\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}+\ln(x-1)^2$, $y=\sqrt[4]{x}\,(e^{\frac{-x}{4}}+1)$,

$y=\ln^2(2e^x+1+\sqrt{e^{2x}+4e^x+1})$, $y=\dfrac{x^2+4^x}{e^x}+\arcsin\sqrt[4]{x^3}$, $y=\dfrac{x^2+2x}{e^{-2x}}$, $y=\ln^2(\sqrt{x^2-1})+\dfrac{e^x}{\cos^2 x}$.

3. Составить уравнение касательной к параболе $y=-3x^2+2x+1$ в точках её пересечения с осью ординат. Сделать чертёж.

4. Составить уравнения касательных к гиперболе $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ параллельных прямой $y=-3x$. Сделать чертёж.

5. Составить уравнение касательной к графику функции $y=\sqrt{2x-5}$, проведённой перпендикулярно прямой, проходящей через точки A (1;1) и B(3;-1). Сделать чертёж.

6. Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 7x + 6$, проведённой параллельно прямой, проходящей через начало координат под углом 45^0 с положительным направлением оси OX. Сделать чертёж.

7. Дать определение дифференциалом функции. Показать, как с помощью дифференциала получить приближённую формулу для оценки погрешности Δy , которая возникает при вычислении значения функции $y = f(x)$ в точке $x \pm \Delta x$. Вычислить с указанием погрешности значение функции $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 3}$ при $x = 2 \pm 0{,}001$.

8. Найти дифференциал функций: $y = \sin^3 2x$; $y = \ln(\sin\sqrt{x})$; $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}}$.

9. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$; $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{1/x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} xe^{-x}$.

10. Объяснить, какая функция называется монотонной на множестве. Привести пример функции возрастающей на множестве $[-\infty, 1]$ и убывающей на множестве $[1, +\infty)$. Дать определение точки экстремума. Изложить схему исследования функции на монотонность и наличие точек экстремума. Применить эту схему к функции $y = \ln|x+5| + \ln|2x+3|$.

11. Описать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной на отрезке. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x^2}{x^2+4}$ на отрезке [1, 3].

12. Объяснить, в каком случае кривая называется выпуклой (вогнутой) в некоторой точке. Привести пример функции, график которой является выпуклым в точке $x_0=2$. Изложить схему исследования функции на выпуклость (вогнутость) и наличие точек перегиба. Применить эту схему к функции $y = 2\ln|x| - \ln|x-1|$.

13. Дать определения: вертикальной, горизонтальной и наклонной асимптот. Привести соответствующие примеры. Исследовать на наличие наклонной асимптоты функцию $y = \sqrt[3]{x^3 + x^2}$.

14. Изложить общую схему исследования функций и построения их графиков. Применить эту схему к функции $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2}$.

15. Исследовать функции и построить их графики: $y = \dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^3}$; $y = x^2 e^{-x}$; $y=\sqrt[3]{x^2(x-4)^2}$; $y = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$; $y = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3}$; $y = \dfrac{1+x}{\sqrt[3]{x^2+1}}$

Тема 5. Интегральное исчисление: неопределённый, определённый и несобственный интегралы

1. Дать определение первообразной для функции и неопределённого интеграла от функции. Привести соответствующие примеры. Сформулировать свойство линейности для неопределённого интеграла. Пользуясь свойством линейности и табличными интегралами вычислить интеграл $\int \frac{-3x^4+3x^2-1}{x^2-1}dx$.

2. Вычислить неопределённый интеграл: $\int \frac{3+\sqrt[3]{x^2}-2x}{\sqrt{x}}dx$. Результат интегрирования проверить дифференцированием.

3. Объяснить на конкретном примере правило замены переменной под знаком неопределённого интеграла. Используя это правило, вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$.

4. Вычислить неопределённый интеграл (можно использовать метод внесения под знак дифференциала): $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$. Результат интегрирования проверить дифференцированием

5. Сформулировать правило интегрирования по частям. Используя это правило и правило замены переменной, вычислить интеграл $\int e^{\sqrt{x}}x dx$.

6. Вычислить неопределённый интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+1)e^{2x}dx$.

7. Вычислить интеграл методом неопределённых коэффициентов: $\int \frac{3x^2+1}{(x-1)(x^2-1)}dx$.

8. Дать определение определённого интеграла от функции, заданной на отрезке. Сформулировать свойства линейности, аддитивности и интегрирования неравенств для определённого интеграла. Пользуясь определением вычислить определённый интеграл $\int_0^r \sqrt{r^2-x^2}dx$, где r некоторое положительное действительное число.

9. Изложить основные способы вычисления определённого интеграла: формулу Ньютона-Лейбница и метод замены переменной под знаком определённого интеграла. Используя эти методы вычислить определённый интеграл $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx$.

10. Вычислить определённый интеграл: $\int_1^2 \frac{x-5}{x^2-2x+2}dx$.

11. Рассмотреть геометрические приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур и вычисление объёмов тел вращения. Вычислить объём тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями: $y = x - 2$, $y = 2 - x$, $y = \sqrt{x}$.

12. Объяснить на примерах, что понимается под несобственными интегралами 1-го и 2-го рода. Сформулировать признаки сходимости несобственных интегралов. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 10}$.

13. Исследовать сходимость несобственного интеграла: $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{\cos 2x\, dx}{1 + x^2}$.

Тема 6. Функции нескольких переменных: предел, непрерывность, производные, экстремумы функции 2-х переменных

1. Определить понятие функции n-переменных. Объяснить, что понимается под областью определения и линиями уровня функции нескольких переменных. Найти и изобразить область определения функция $z = \ln\left(y + \frac{1}{x^2}\right)$. Для функции $z = 2x^2 - 3y^2$ найти уравнение и изобразить линию уровня, проходящую через точку $A(-1, 1)$.

2. Ввести понятия предела и непрерывности для функции нескольких переменных. Определить частные производные, сформулировать теорему Шварца о равенстве смешанных производных. Для функции $z = \ln\left(y + \frac{1}{x^2}\right)$ проверить справедливость равенства $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3. Определить производную по направлению и градиент, сформулировать свойства градиента. Для функции $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ найти производную в точке $M_0(1,1)$ по направлению вектора $\bar{a} = (3, 4)$.

4. Для функции $z = \frac{x^2}{y}$: a) найти уравнение линии уровня, проходящей через точку $(1; 2)$; b) найти градиент в точке $(1; 2)$; c) в одной системе координат построить линию уровня и градиент, найденные в пп. a) и b).

5. Определить полный дифференциал функции двух переменных. Для функции $z = \ln(2y^2 - x^2 + xy)$ найти полный дифференциал

6. Объяснить, как составить уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной уравнением, разрешённым относительно z: $z = f(x, y)$ и уравнением общего вида: $F(x, y, z) = 0$. Выписать уравнение нормали к поверхности в заданной точке. Для функции $z = \ln(x^2 - 3y^3)$ найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной этой функцией, в точке $A(-1, 0)$.

7. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением $-2y^2 + z^2 + xz + x^2 - 4y = 13$, в точке $B(3, 1, 2)$.

8. Определить понятие экстремума для функции нескольких переменных. Сформулировать необходимо условие экстремума (теорема Ферма), понятие стационарной точки. Сформулировать достаточное условие экстремума функции двух переменных. Найти экстремумы функции $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

9. Ввести понятие условного экстремума. Сформулировать необходимое условие условного экстремума (метод множителей Лагранжа). Найти условный экстремум функции $z = xy$ при условии, что $x^2 + y^2 = 2$.

10. Объяснить, как находить наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой ограниченной области. Для функции $z = 2x + y - 2xy$ найти наибольшее и наименьшее значения в области *D*, ограниченной линиями: $y = x,\ y = 2,\ x = 0$.

Тема 8. Комплексные числа. Дифференциальные уравнения

1. Определить алгебраическую и тригонометрическую формы комплексного числа. Найти действительное число равное сумме: $\dfrac{(1-i)^8}{(1-i\sqrt{3})^{30}} + \dfrac{(1+i)^8}{(-1-i\sqrt{3})^{30}}$.

2. Изобразить на комплексной плоскости все точки *z*, удовлетворяющие соотношению: $\left|\dfrac{z}{z+2i-1}\right| \geq 1$.

3. Выписать формулу Муавра и формулу извлечения корня *n*-ой степени из комплексного числа, дать геометрическая интерпретация этих формул. Найти и изобразить на комплексной плоскости все значения корня $\sqrt[3]{-2+2\sqrt{3}\cdot i}$ (корни представить в алгебраической форме).

4. Определить показательную форму комплексного числа, выписать формулу Эйлера для мнимой экспоненты. Записать число $z = \dfrac{3i-1}{1+2i}$ в показательной форме и найти z^{16}.

5. Объяснить, что понимается под дифференциальным уравнением 1-го и n-го порядков, привести соответствующие примеры. Сформулировать задачу Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка и теорему существования и единственности. Изложить метод решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, применит этот метод к решению уравнения: $y' = \sqrt{\dfrac{y}{1-x^2}}$. Решить задачу о построении математической модели демографического процесса.

6. Изложить метод решения однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка и уравнений в полных дифференциалах. В качестве примеров решить уравнения: $y' = \dfrac{y}{x} + \cos^2\dfrac{y}{x}$ и $(3x^2 + 2y)\,dx + (2x - 3)\,dy = 0$.

7. Изложить метод решения линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка и уравнений Бернулли. В качестве примера решить уравнение: $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = -xy^2$.

8. Изложить метод решения линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. В качестве примера решить уравнение: $y'' + 2y' + y = \cos x$.

9. Найти общее решение дифференциального уравнения: $e^{x+3y}\, dy = x\, dx$.

10. Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

11. Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' - 2y = 2x^4$.

12. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$-4x^3 e^{-2y}\, dx + (2x^4 e^{-2y} - 9y^2)\, dy = 0.$$

13. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + y' + y = e^x$.

Вариант контрольной работы №1

Темы: 1. Системы линейных уравнений.
2. Определители.
3. Уравнения прямой и плоскости.

1. Дана однородная система линейных уравнений $\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 27x_4 = 0 \end{cases}$:

a) найти ранг матрицы системы;

b) показать, что система имеет нетривиальное решение;

c) решить систему: выписать общее решение, найти нетривиальное частное решение и сделать для него проверку;

d) проверить, является ли набор значений неизвестных $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = -1$ решением неоднородной системы $\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 + 8x_4 = -5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 27x_4 = 13 \end{cases}$, полученной из исходной однородной системы, и выписать общее решение этой неоднородной системы.

2. Дано матричное уравнение $Z \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & -3 \end{pmatrix}}_{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$:

a) вычислить определитель матрицы *B* методом разложения по 2-ому столбцу;

b) показать, что матрица *B* обратима и найти матрицу обратную к матрице *B* (B^{-1}), сделать проверку (т.е. показать, что $BB^{-1} = E$);

c) решить матричное уравнение.

3. Даны две точки плоскости: $A(1,-2)$, $B(3,0)$. Найти:

a) уравнение прямой AB;

b) расстояние от начала координат до прямой AB;

c) уравнение прямой, проходящей через начало координат, параллельно прямой AB.

c) уравнение плоскости, проходящей через точку $C(0,3,1)$, параллельно плоскости α.

Вариант контрольной работы №2

Темы: 1. Метод наименьших квадратов.
2. Кривые 2-го порядка.

1. a). Аппроксимировать прямой следующие экспериментальные данные:

x	–1	0	2
y	–1	0	1

b). Составить уравнение прямой, проходящей через первые две экспериментальные точки (см. п. (a)): $(-1,\ -1)$ и $(0,\ 0)$.

c). Показать, что прямая, найденная в п. (b), не ближе к экспериментальным точкам, чем прямая, найденная в п. (a).

d). Изобразить в одной системе координат экспериментальные точки и прямые, найденные в пп. (a) и (b).

2. Кривая γ задана уравнением: $9x^2+27y^2-6x+36y-14=0$ $(*)$.

a). Привести уравнение $(*)$ к каноническому виду и выписать необходимые преобразования координат, т.е. выражения x' и y' через x и y соответственно и координаты точки O'.

b). Классифицировать кривую γ в соответствии с каноническим уравнением, полученным в п. (a).

c). Изобразить на одном чертеже:

- исходную (старую) систему координат Oxy;
- новую систему координат $O'x'y'$, в которой кривая γ имеет каноническое уравнение (указав координаты точки O');
- кривую γ.

Вариант контрольной работы №3

Темы: 1. Понятие элементарной функции, графики элементарных функций.
2. Простейшие свойства функций: область определения, область значений, чётность.
3. Обратные функции.

1. Изобразить эскиз графика функции $y = e^{|x|-3} + 1$.

2. Найти область определения функции: $y = \lg(25 - x^2) + \sqrt{2 - 3x}$.

3. Найти область значений функции: $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$.

4. Исследовать функцию $y = x^2 - \cos x$ на чётность.

5. Для функции $y = \arccos x$ найти обратную функцию $x = f^{-1}(y)$ и указать её область определения ($D(f^{-1})$) и область значений ($E(f^{-1})$).

Вариант контрольной работы №4

Исследовать функцию и построить её график: $y = \dfrac{(x-2)^3}{(x-1)^2}$.

Вариант контрольной работы №5

Тема: интегралы

1. Вычислить неопределённый интеграл: $\displaystyle\int \frac{1 - \sqrt[5]{x^3} - 7x^2}{\sqrt{x}}\,dx$.

   Результат интегрирования проверить дифференцированием.

2. Вычислить неопределённый интеграл (можно использовать метод внесения под знак дифференциала): $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}}\,dx$.

   Результат интегрирования проверить дифференцированием.

3. Вычислить неопределённый интеграл методом интегрирования по частям: $\displaystyle\int (x-2)e^x\,dx$.

4. Вычислить интеграл методом неопределённых коэффициентов: $\displaystyle\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2}\,dx$.

5. Вычислить определённый интеграл: $\displaystyle\int_0^1 \frac{x - 4}{x^2 - 2x + 3}\,dx$.

Вариант контрольной работы №6

Тема: функции нескольких переменных

1. Изобразить на плоскости Oxy (штриховкой) область определения функции: $z = \arcsin(2x - y)$.

2. Для функции $z = \dfrac{x^2+1}{y^2}$:

a) найти уравнение линии уровня, проходящей через точку $(-1;1)$;

b) найти градиент в точке $(-1;1)$;

c) в одной системе координат построить линию уровня и градиент, найденные в пп. а) и b).

3. Найти полный дифференциал функции: $z = \cos(3x+y) - x^2$.

4. Для функции $z = \ln(5x^2 - 3y^4)$ проверить справедливо ли равенство: $z''_{xy} = z''_{yx}$.

5. Исследовать на экстремумы функцию: $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

Тема 1. (Раздел 3). Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний
Опрос в форме теста (выберите правильный ответ):

1. Что понимается под вероятностью события А в случае, когда результаты опыта образуют полную группу равновозможных и несовместных элементарных исходов?
1. Сумма числа всех элементарных исходов благоприятных для события А.
2. Отношение числа всех элементарных исходов благоприятных для события А к общему числу всех элементарных исходов.
3. Отношение общего числу всех элементарных исходов к числу всех элементарных исходов благоприятных для события А.

2. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал её наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.
1. 1/10.
2. 1/7 .
3. 7/10.

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4.
1. 1/36.
2. 3/36
3. 4/36

4. В каком случае вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий, т.е. P(A + B) = P(A) + P(B):
1. Если в результате опыта эти события не могут наступить одновременно.
2. Если событие А наступает только при условии наступления события В.
3. Если событие В наступает только при условии наступления события А

5. Стрелок стреляет по мишени, разделённой на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45 , а во вторую 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадёт либо в первую, либо во вторую область.
1. 1.
2. 0,2 .
3. 0,8 .

6. Чему равна вероятность события В при условии, что произошло событие А, т.е. $P_A(B)$?

1. P(AB).
2. P(AB)/P(A).
3. P(AB)/P(B).

7. Используя правило умножения вероятностей найти вероятность того, что, извлекая наугад из коробки с 5-ю белыми и 4-мя чёрными шарами последовательно два шара (без возврата), в первый раз извлекается белый шар, а во второй раз чёрный шар.
1. 5/9 · 4/8 .
2. 5/9 · 4/9 .
3. 2/9 .

8. Если событие F может наступить только при условии наступления одного из событий A_1, A_2, . . . , A_n , образующих полную группу, то как по формуле полной вероятности найти вероятность события F ?
1. $P(F) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$.
2. $P(F) = P(A_1)\, P_{A_1}(F) + P(A_2)\, P_{A_2}(F) + \ldots + P(A_n)\, P_{A_n}(F)$.
3. $P(F) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$.

11. В каком случае вероятность вытащить на экзамене «хороший» билет для студента выше: когда он берёт наудачу билет первым или вторым ? Можно считать, что студент подготовил только 10 билетов из 20.
1. Вероятность выше, когда студент берёт билет первым.
2. Вероятность выше, когда студент берёт билет вторым.
3. Вероятности в обоих случаях совпадают.

12. Если событие F может наступить только при условии наступления одного из событий A_1, A_2, . . . , A_n , образующих полную группу, то как по формуле Байеса найти условную вероятность $P_F(A_i)$?
1. $P_F(A_i) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$.
2. $P_F(A_i) = (P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)) / P(F)$.
3. $P_F(A_i) = (P(A_i)\, P_{A_i}(F)) / P(F)$.

13. Если вероятность наступления события A в каждом испытании постоянна и равна p, то чему равна вероятность $P_n(k)$ – наступления события A ровно k раз в n независимых испытаниях ?
1. p^k .
2. $C_n^k\, p^k (1-p)^{n-k}$.
3. $C_n^k\, p^{n-k} (1-p)^k$.

14. Вероятность для каждого из 10 банков разориться в течении года равна 0,1 . Найти вероятность того, что за год разорятся точно 3 из этих 10 банков.
1. $C_{10}^3 (0,1)^3 (0,9)^7$.
2. $(0,1)^3$.
3. $(0,1)^3 (0,9)^7$.

15. Используя таблицу значений функции Пуассона, найти вероятность того, что из 10 000 упаковок товара ровно 10 упаковок составлены с нарушением стандарта ($P_{10000}(10)$), если

вероятность нарушения стандарта для одной упаковки равна 0,001 .
1. $P_{10000}(10) \approx 0{,}125$.
2. $P_{10000}(10) \approx 0{,}213$.
3. $P_{10000}(10) \approx 0{,}012$.

Контрольная работа 1
Темы: непосредственное вычисление вероятностей (комбинаторика); операции над событиями (сложение и умножение вероятностей); формула полной вероятности и формула Байеса; формула Бернулли, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа, формула Пуассона.

1. В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выйдет на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйду на четвёртом этаже.

2. На заводе железобетонных изделий изготавливают панели, 90% из которых – высшего сорта. Какова вероятность того, что из трёх наугад выбранных панелей высшего сорта будут:
a) три панели;
b) хотя бы одна панель?

3. В дисплейном классе имеется 10 компьютеров первого типа и 15 второго типа. Вероятность того, что на компьютере первого типа не произойдёт сбой, равна 0,9, а на компьютере второго типа – 0,7. Найти вероятность того, что:
a) на случайно выбранном компьютере произойдёт сбой; b) компьютер, на котором произошёл сбой, – первого типа.

4. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,25. Найти вероятность того, что событие наступит 50 раз в 243 испытаниях.

Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин Опрос в форме теста:

1. Пусть закон распределения дискретной случайной величины X задаётся таблицей :

x_i	1	3	4	6	9	10
pi	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Определить из какого интервала (1;5) или (5;8) случайная величина X примет значение с большей вероятностью?

1. $P(1<X<5) > P(5<X<8)$, т.е. из первого интервала с большей вероятностью.
2. $P(1<X<5) < P(5<X<8)$, т.е. из второго интервала с большей вероятностью.
3. $P(1<X<5) = P(5<X<8)$, т.е. для этих интервалов вероятности совпадают.

2. Как определяется функция распределения случайной величины X – F(x) ?
1. $F(x) = P(0<X<x)$.
2. $F(x) = P(X<x)$.
3. $F(x) = P(X>x)$.

3. Пусть функция распределения случайной величины X имеет вид: $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ \frac{x}{3} & \text{при } 0<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$.

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала [1;4).

1. $P(1\le X<4) = F(1) = 1/3$.
2. $P(1\le X<4) = F(4) - F(1) = 2/3$.
3. $P(1\le X<4) = 4/3 - 1/3 = 1$.

4. Какая из числовых характеристик дискретной случайной величины характеризует среднее значение этой величины?

1. Дисперсия.
2. Математическое ожидание.
3. Среднее квадратическое отклонение.

5. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадает выигрыш, если приобретено 20 билетов, причём вероятность выигрыша по одному билету равна 0,4.

1. Математическое ожидание равно 20/2 = 10 билетам.
2. Математическое ожидание равно 20/4 = 5 билетам.
3. Математическое ожидание равно $20\cdot 0{,}4 = 8$ билетам.

6. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпадать при бросании двух игральных костей, если математическое ожидание числа очков, которое может выпадать на первой кости (на второй кости) равно 7/2.

1. Математическое ожидание равно 7/2 + 7/2 = 7.
2. Математическое ожидание равно 7/2.
3. Математическое ожидание равно $7/2 \cdot 7/2 = 49/4$.

7. Чему равна вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет одно определённое значение x_o, т.е. найти $P(X = x_o)$.

1. $P(X = x_o) = 0$.
2. $P(X = x_o) = 1$.
3. $P(X = x_o)$ – зависит от числового значения x_o .

8. Как связаны функция распределения F(x) и плотность вероятности φ(x) непрерывной случайной величины X ?

1. $F(x) = \varphi'(x)$.
2. $\varphi(x) = F'(x)$.
3. $\varphi(x) = \int F(x)dx$.

9. Дана плотность вероятности случайной величины X $\varphi(\boldsymbol{x})=\begin{cases}0 & \text{при } \boldsymbol{x}\le 0 \text{ и при } \boldsymbol{x}>2,\\ \frac{x}{2} & \text{при } 0<\boldsymbol{x}\le 2.\end{cases}$. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала [1; 2], т.е. $P(1\le X\le 2)$.

1. $P(1\le X\le 2) = \int_1^2 \varphi(x)dx = \frac{3}{4}$.
2. $P(1\le X\le 2) = \varphi(2) - \varphi(1) = 1/2$.
3. $P(1\le X\le 2) = \varphi(2) = 1$.

10. Текущая цена акций может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием a = 10 ден.ед. и средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,1$ ден.ед. . Найти вероятность того, что цена акций меньше 10,1 ден.ед. , т.е. P(X.<10 ,1).

1. $P(X<10,1) = \Phi((10,1-0,1)/0,1) \approx 1,7$, где Ф(x) – функция Лапласа.
2. $P(X<10,1) = 0,5 + 0,5\Phi((10,1-10)/0,1) \approx 0,8$, где Ф(x) – функция Лапласа.
3. $P(X<10,1) \approx 0,5$.

11. Коробки конфет упаковываются автоматически и, следовательно, можно считать, что их масса X имеет нормальный закон распределения. Известно, что средняя масса коробки равна 250г, а среднее квадратическое отклонение 5г . Определить границы, в которых с вероятностью близкой к 1 будет колебаться масса упакованной коробки X .

1. 235г ≤ X ≤ 265г .
2. 245г≤ X ≤ 255г .
3. 250г ≤ X ≤ 255г .

12. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием a = 25 и средним квадратическим отклонением $\sigma = 2$. Найти вероятность попадания X в интервал [22; 28] , т.е. $P(22 \le X \le 28)$.

1. $P(22 \le X \le 28) = \Phi(3/2) \approx 0,866$, где Ф(x) – функция Лапласа.
2. $P(22 \le X \le 28) = \Phi(28/25) \approx 0,737$, где Ф(x) – функция Лапласа.
3. $P(22 \le X \le 28) \approx 0,999$.

13. Если случайная величина X равна сумме 1000 независимых случайных величин: X_1, X_2, … , X_{1000} , имеющих один и тот же закон распределения, одинаковые математические ожидания и одинаковые дисперсии, то какой вывод можно сделать о характере распределения случайной величины X

1. $M(X) = M(X_i)$, где $i = 1, 2, \dots, 1000$.
2. $D(X) = D(X_i)$, где $i = 1, 2, \dots, 1000$.
3. Закон распределения случайной величины X близок к нормальному.

Контрольная работа 2

*Темы: 1. Общие характеристики случайной величины:*F(x) *– функция распределения,* $\varphi(x)$ *– плотность вероятностей,* M(x) *– математическое ожидание,* D(x) *– дисперсия.*

2. Основные законы распределения случайных величин: биномиальный закон, распределение Пуассона, показательное распределение, равномерное распределение, геометрическое распределение, нормальный закон распределения.

1. Для данной функции распределения F(x) случайной величины *X*. Найти: a) функцию плотности распределения вероятностей – $\varphi(x)$,
b) математическое ожидание – $M(X)$, c) дисперсию – $D(X)$,
d) вероятность попадания случайной величины X на отрезок $[1;2]$.
e) Построить графики функций $F(x)$ и $\varphi(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{33}(2x^2 + 5x) & \text{при } 0 \le x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

2. Случайная величина X подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием, равным 3. Найти вероятность того, что случайная величина X принимает значение меньшее, чем её математическое ожидание.

Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов. Выборочный метод, оценка параметров распределения

Темы для опроса:

1. Дать определение цепи Маркова, однородной цепи.
2. Объяснить, что понимается под матрицей перехода.
3. Привести примеры марковских цепей.
4. Сформулировать теорему Маркова о предельных вероятностях.
5. Привести примеры марковских цепей с дискретным временем.
6. Объяснить, что понимается под цепью Маркова с непрерывным временем.

Опрос в форме теста:

1. Если для случайной величины X имеется полигон частот, построенный по некоторой выборочной совокупности случайной величины X, то можно ли по этому полигону частот найти значения выборочной средней и выборочной дисперсии случайной величины X ?

<u>Ответ</u> :

1. Нет, нельзя.
2. Да, можно.
3. Можно только в том случае, если известен объём всей генеральной совокупности.

2. В каком случае статистическая оценка $\tilde{\theta}_n$ параметра распределения $\tilde{\theta}$ называется несмещённой ?

<u>Ответ</u> : 1. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 0, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 0$ .2. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 1, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 1$.

3. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно $\tilde{\theta}$, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = \tilde{\theta}$.

3. В каком случае статистическая оценка $\tilde{\theta}_n$ параметра распределения $\tilde{\theta}$ называется состоятельной ?

<u>Ответ</u> : 1. Если дисперсия $\tilde{\theta}_n$ стремится к 0, т.е. $D(\tilde{\theta}_n) \to 0$ при $n \to \infty$.

2. Если дисперсия $\tilde{\theta}_n$ равно 1, т.е. $D(\tilde{\theta}_n) = 1$.

3. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 0, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 0$.

4. Является ли выборочная средняя $\bar{x}$ несмещённой и состоятельной оценкой для генеральной средней $\bar{x}_0$?

<u>Ответ</u> : 1. Да, $\bar{x}$ - несмещённая и состоятельная оценка для $\bar{x}_0$

2. Нет, $\bar{x}$ - смещённая и состоятельная оценка для $\bar{x}_0$.

3. Нет, $\bar{x}$ - смещённая и несостоятельная оценка для $\bar{x}_0$.

5. Является ли выборочная дисперсия s^2 несмещённой и состоятельной оценкой для генеральной дисперсии σ^2 ?

<u>Ответ</u> : 1. Да, s^2 - несмещённая и состоятельная оценка для σ^2 . 2. Нет, s^2 - смещённая и состоятельная оценка для σ^2.

3. Нет, s^2 - смещённая и несостоятельная оценка для σ^2 .

6. Из большой партии деталей для проверки произведена случайная выборка. Доля нестандартных деталей в выборке равна w = 0,8 , а средняя квадратичная ошибка выборки для доли равна σ_w = 0,02. Найти вероятность того, что доля нестандартных деталей во все партии (p) отличается по модулю от доли нестандартных деталей в выборке (w) не более чем на 0,03, т.е. $P(\,|\,p - w\,| \le 0{,}03\,)$.

Ответ : 1. $P(\,|\,p - w\,| \le 0{,}03\,) = \Phi(0{,}8) \approx 0{,}79$, где Ф(x) – функция Лапласа. 2. $P(\,|\,p - w\,| \le 0{,}03\,) = \Phi(0{,}02/0{,}03) \approx 0{,}50$, где Ф(x) – функция Лапласа.
3. $P(\,|\,p - w\,| \le 0{,}03\,) = \Phi(0{,}03/0{,}02) \approx 0{,}87$, где Ф(x) – функция Лапласа.

7. Известно, что средние размеры детали, найденные по случайной выборке равны $\bar{x} = 30$, а средняя квадратичная ошибка выборки для средней равна $\sigma_{\bar{x}} = 0{,}6$. Найти с надёжностью 0,99 ($\gamma = 0{,}99$) ошибку репрезентативности для выборочной средней $\bar{x}$, т.е. найти Δ , где $|\,\bar{x} - \bar{x}_0\,| \le \Delta$, $\bar{x}_0$ - средние размеры детали во всей партии.

Ответ : 1. $\Delta = \Phi^{-1}(0{,}99)\cdot 0{,}6 \approx 1{,}5$, где $\Phi^{-1}(x)$ – функция обратная к функции Лапласа.
2. $\Delta = \Phi(0{,}99)\cdot 0{,}6 \approx 0{,}4$, где Ф(x) – функция Лапласа.
3. $\Delta \approx 0{,}6$.

8. Найти границы (доверительный интервал: [w – Δ ; w + Δ]), в которых заключена доля вкладчиков банка, имеющих вклад более 10 000 руб., если доля таких вкладчиков в случайной выборке равна w = 70%, при этом ошибка выборочной доли (ошибка репрезентативности) равна Δ = 10%.

Ответ : 1. [60% ; 70%] .
2. [60% ; 80%] .
3. [70% ; 80%] .

9. Как изменится ошибка репрезентативности Δ для выборочной доли, если сохраняя все параметры выборки увеличить надёжность (доверительную вероятность γ) этой ошибки ?

Ответ : 1. Ошибка репрезентативности Δ увеличится. 2. Ошибка репрезентативности Δ уменьшится.
3. Ошибка репрезентативности Δ не изменится.

10. Можно ли «сжать» доверительный интервал для генеральной средней $\bar{x}_0$: $[\,\bar{x} - \Delta\,; \bar{x} + \Delta\,]$, не меняя параметров выборки ?

Ответ : 1. Нет нельзя.
2. Можно, если увеличить доверительную вероятность γ .
3. Можно, если уменьшить доверительную вероятность γ.

11. Известно, что доверительный интервал (найденный по случайной выборке) для доли нестандартных деталей во всей партии деталей (p) имеет вид: [0,02 ; 0,04], а доля нестандартных деталей в выборке равна w = 0,03. Найти ошибку репрезентативности для доли нестандартных деталей в выборке, т.е. такое минимальное Δ,что $|\,w - p\,| \le \Delta$.

Ответ : 1. Δ = 0,02 .
2. Δ = 0,01 .
3. Δ = 0,005 .

Тема 5. Проверка статистических гипотез. Элементы корреляционного и регрессионного анализа

Опрос в форме теста:

1. В чём состоит ошибка первого рода при проверке статистической гипотезы?

Ответ: 1. Принять гипотезу, когда она неверна. 2. Отвергнуть гипотезу, когда она верна. 3. Отвергнуть как саму гипотезу, так и её отрицание.

2. В чём состоит ошибка второго рода при проверке статистической гипотезы?
Ответ: 1. Принять гипотезу, когда она неверна. 2. Отвергнуть гипотезу, когда она верна. 3. Принять как саму гипотезу, так и её отрицание.

3. Что называется уровнем значимости критерия при проверке статистической гипотезы
Ответ: 1. Вероятность допустить ошибку 2-го рода.
2. Вероятность не допустить ошибку 1-го рода.
3. Вероятность допустить ошибку 1-го рода.

4. Что называется мощностью критерия при проверке статистической гипотезы?
Ответ: 1. Вероятность отвергнуть гипотезу, когда она неверна.
2. Вероятность допустить ошибку 2-го рода.
3. 1 – α, где α – значение уровнем значимости критерия.

5. На уровне значимости критерия α = 0,05 проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальном распределении случайной величины X – выработки рабочих одного цеха, если известны распределение 100 рабочих цеха по выработке: и наблюдаемое значение статистикиχ^2=1,45.

Выработка	94-104	104-114	114-124	124-134	134-144
Количество рабочих	6	20	45	24	5

Ответ : 1. Гипотезу следует отвергнуть.
2. Гипотезу следует принять.
3. Критерий Пирсона не позволяет дать ответ на поставленный вопрос.

6. Пусть с помощью критерия Пирсона проверяется гипотеза о нормальном распределении. Из статистических данных известно, что значение наблюдаемой статистики равно χ^2 = 3,64, а число степеней свободы равно k = 3. По таблице найти наибольшее значение уровня значимости критерия α, при котором гипотеза будет принята.
Ответ : 1. α = 0,30 .
2. α = 0,01 .
3. α = 0,90 .

7. Пусть *X* и *Y* – случайные величины, равные сумме баллов, набранных за год студентами *ФЭСН* и *ИБДА* соответственно. Для сравнения уровня подготовки на этих факультетах проведёна случайная выборка студентов: 20 студентов *ФЭСН* и 25 студентов *ИБДА*. По выборке получены следующие результаты: $\bar{x}=100$; $s_x^2=50$; $\bar{y}=110$; $s_y^2=60$. Можно ли утверждать, что студенты *ИБДА* в среднем учатся лучше студентов *ФЭСН*? Фактически необходимо проверить следующую гипотезу: $H_0: M(X)=M(Y);\ H_1: M(X)<M(Y)$. Проверку гипотезы провести при уровне значимости критерия. $\alpha=0{,}05$

Ответ: 1. Гипотеза отвергается.
2. Гипотеза не отвергается.
3. Для проверки гипотезы недостаточно данных.

8. Для части сотрудников был поведён тренинг. X и Y – случайные величины, равные числу договоров, заключённых сотрудниками прошедшими и не прошедшими тренинг соответственно. Произведена выборка: $n_x = 60$ (средний, прошедших тренинг) и $n_y = 50$ (среди, не прошедших тренинг). По результатам выборки найдены: $\bar{x} = 80$ и $\bar{y} = 60$. Ранее было известно, что: $\sigma_x^2 = 70$ и $\sigma_y^2 = 60$.

На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ выяснить, действительно ли средняя производительность, прошедших тренинг существенно отличается от средней производительности, не прошедших тренинг или результаты выборки носят случайный характер. Фактически необходимо проверить следующую гипотезу: $H_0 : M(X) = M(Y);\ H_1 : M(X) \neq M(Y)$.

Проверку гипотезы провести при уровне значимости критерия $\alpha = 0{,}05$.

<u>Ответ</u> : 1. Гипотеза отвергается .

2. Гипотеза не отвергается.

3. Для проверки гипотезы недостаточно данных.

1. Если из каждого наблюдения x вычесть константу c, а каждое наблюдение y умножить на c ($c \neq 0$), то как изменится ковариация между x и y ?

2. Пусть наблюдения двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a - x$. Показать, что $r_{x,y} = -1$ ($r_{x,y}$ – коэффициент корреляции между x и y).

3. Пусть наблюдения (результаты выборок) двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что в этом случае $\operatorname{cov}(x, y) = b \cdot D(x)$.

4. Пусть даны наблюдения трёх случайных величин x, y и z, и пусть наблюдения двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что если $b > 0$, то $r_{x,z} = r_{y,z}$.

5. Пусть известны дисперсии $D(x) = 7,\ D(x + y) = 14$ и ковариация $\operatorname{cov}(x, y) = 1{,}2$, где x и y случайные величины. Найти дисперсию $D(y)$.

6. Наблюдения 20 пар (x_i, y_i) дали следующие результаты: $\sum_{i=1}^{20} y_i = 60$, $\sum_{i=1}^{20} x_i = 90$, $\sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 500$, $\sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 550$, $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 700$. Составить уравнение линейной регрессии y по x.

7. При исследовании корреляционной зависимости между x и y получены следующие результаты: $\bar{x} = 300$, $\bar{y} = 1500$, $\sigma(x) = 8$, $\sigma(y) = 12$, $\operatorname{cov}(x, y) = 50$. Составить уравнения линейной регрессии y по x и x по y.

8. По данным за 20 лет составлено уравнение регрессии между расходами на питание (y) и располагаемым личным доходом (x) : $\hat{y} = 30{,}7 - 0{,}025x$. Как изменится уравнение регрессии, если данные за каждый год (как по x, так и по y) увеличить на 15%?

9. Известно уравнение линейной регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 15 - 7x$ и коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = -0{,}85$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *x* равно 30.

10. По одной и той же выборке рассчитаны два уравнения регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 2 + 1{,}2x$ и *x* по *y*: $\hat{x} = 2 + 0{,}7y$. Найти коэффициент корреляции $r_{x,y}$ и средние значения $\overline{x}$ и $\overline{y}$.

11. Пусть уравнение линейной регрессии *x* по *y* имеет вид: $\hat{x} = 100 + 15y$. Составить уравнение линейной регрессии *y* по *x*, если среднее значение *x* равно 20, а дисперсии *x* и *y* соответственно равны: $D(x) = 4,\ D(y) = 9$.

12. Владельцу акций предприятия Y стало известно, что акции предприятия X скоро упадут в цене. Произведя финансовый и статистический анализ, удалось установить, что коэффициент корреляции между стоимостью акций этих предприятий отрицательный и равен (–0,93) . В сложившейся ситуации какие действия с акциями предприятия Y следует предпринять их владельцу? Выбрать ответ.

<u>Ответ</u> : 1. Следует срочно продавать все акции предприятия Y .
2. Следует повременить с продажей акций предприятия Y, ожидая роста их стоимости.
3. Продать ровно половину акций предприятия Y.

13. Если уравнение линейной регрессии, связывающее цены на нефть – X с индексом нефтяных компаний – Y имеет вид: y = 10x + 3800, то чему приблизительно равен индекс нефтяных компаний при цене нефти в 20 ден.ед. ? Выбрать ответ.

<u>Ответ</u> : 1. Индекс нефтяных компаний равен 4200. 2. Индекс нефтяных компаний равен 4000.
3. Индекс нефтяных компаний равен 3600.

14. Если коэффициент корреляции между случайными величинами X и Y близок к нулю, т.е. r(X,Y) ≈ 0, то какой вывод можно сделать о характере связи между случайными величинами X и Y ? Выбрать ответ.

<u>Ответ</u> : 1. Между случайными величинами X и Y отсутствует линейная связь .
2. Между случайными величинами X и Y имеется линейная связь.
3. Между случайными величинами X и Y нет никакой статистической зависимости.

Контрольная работа 3.

*<u>Темы</u>: **1.** Ковариация и коэффициент корреляции.*
***2.** Уравнение парной линейной регрессии.*
.

1. Пусть наблюдения двух случайных величин *x* и *y* находятся на прямой линии $\text{y} = a + bx$. Показать, что $\text{cov}(x,y) = b \cdot D(x)$.

2. Если из каждого наблюдения *x* вычесть константу *c*, а каждое наблюдение *y* разделить на ту же константу *c* ($c > 0$), то как изменится коэффициент корреляции между *x* и *y*? Ответ пояснить.

3. По данным за 25 лет составлено уравнение регрессии между расходами на питание (y) и располагаемым личным доходом (x) $\hat{y} = 55{,}3 + 0{,}093x$: . Как изменится уравнение регрессии, если данные за каждый год (как по *x*, так и по *y*) уменьшить на 10%?

4. Известно уравнение линейной регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 10 - 2x$ и коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = -0{,}5$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *x* равно 20.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-9	Способность использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	УК ОС-9.1	Способность использовать экономические знания для понимания и оценки процессов в экономической сфере жизни общества на различных уровнях; применять математический инструментарий для решения экономических задач (методы и результаты матричной алгебры, аналитической геометрии и теории векторных пространств)
		УК ОС-2	способность оценивать различные аспекты социально-экономической политики государства, делать прогнозы относительно дальнейшего функционирования экономической системы; применять математический инструментарий для решения экономических задач (методы и результаты теории функций действительных переменных и дифференциальных уравнений)

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
УК ОС-9.1	- Способность производить операции над матрицами, вычислять определители, решать системы линейных уравнений.	Умеет выполнять операции над матрицами (складывать, умножать, обращать, вычислять определители 2-го, 3-го, n-го порядков), решать системы линейных уравнений.
	- Способность производить операции над геометрическими векторами, составлять уравнения прямой и плоскости,	Умеет находить скалярное и векторное произведения геометрических векторов, составлять различные типы уравнений прямой, плоскости и прямой в пространстве, знать канонические уравнения и строить кривые 2-го порядка.

	классифицировать кривые 2-го порядка.	
	- Знание основных понятий и результатов из теории векторных и евклидовых пространств, применять эти результаты к решению конкретных задач, например, аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов.	Умеет находить ортонормированный базис векторного пространства, решать метрические задачи в евклидовых пространствах, применять метод наименьших квадратов к конкретным задачам аппроксимации.
УК ОС-9.2	- Знание основных свойств и методов исследования функций одной и многих переменных.	Умеет исследовать функции, строить графики и решать задачи оптимизации для функций одной и нескольких переменных.
	- Способность производить алгебраические операции над комплексными числами.	Умеет преобразовывать алгебраические выражения с комплексными числами и извлекать корень n-ой степени из комплексного числа.
	- Владеть методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Умеет решать задачу Коши для дифференциальных уравнений, а также решать различные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и линейные дифференциальные уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типовые оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вариант зачетного задания (Раздел 1)

Темы:

- Матрицы.
- Системы линейных уравнений.
- Определители.
- Элементы аналитической геометрии.
- n-мерные векторные пространства.

1. Известна таблица баланса двух отраслей промышленности:

Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
	1	**2**		
1	15	10	5	30
2	20	30	10	60

a) По данным таблицы составить матрицу прямых затрат и определить, является ли она продуктивной?

b) Найти произведение матриц $A \cdot \bar{x}$, где A – матрица прямых затрат, а $\bar{x}$ – вектор валового продукта.

2. Дана однородная система линейных уравнений $\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 15x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 11x_4 = 0 \end{cases}$:

a) найти ранг матрицы системы;

b) показать, что система имеет нетривиальное решение;

c) решить систему: выписать общее решение, найти нетривиальное частное решение и сделать для него проверку.

3. Дана матрица $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

a) найти минор и алгебраическое дополнение элемента b_{23} матрицы B;

b) вычислить определитель матрицы B методом разложения по 3-ему столбцу;

c) показать, что матрица B обратима и найти матрицу обратную к матрице B (B^{-1}), сделать проверку (т.е. показать, что $BB^{-1} = E$).

4. Даны ортогональные векторы $\bar{u} = \bar{p} - \bar{q}$ и $\bar{v} = \bar{p} + 2\bar{q}$, где $|\bar{p}| = 2$, $|\bar{q}| = 1$. Найти:

a) скалярное произведение векторов $\bar{p}$ и $\bar{q}$;

b) угол между векторами $\bar{p}$ и $\bar{q}$;

c) длину вектора $\bar{u}$.

5. Дана система векторов: $\bar{a}_1 = (1,\ -1,\ 3)$, $\bar{a}_2 = (-1,\ 2,\ 0)$, $\bar{a}_3 = (-1,\ 3,\ 3)$, $\bar{a}_4 = (-2,\ 5,\ 3)$.

a) Доказать, что данная система векторов является линейно зависимой.

b) Проверить справедливость неравенства треугольника для векторов $\bar{a}_1, \bar{a}_2$.

Вариант экзаменационного задания (Раздел 2)

1. **a)** Выписать второй замечательный предел, а затем вычислить предел $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{3x-2}{3x+3} \right)^{x-4}$.

b) Для функции $y = e^{x+1} - 5$ найти обратную функцию $x = f^{-1}(y)$ и указать её область определения ($D(f^{-1})$) и область значений ($E(f^{-1})$).

2. Вычислить неопределённый интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x-7)\cos 2x\,dx$

.

3. Дана функция $z = x^2 - y^2$. Найти:

a) линию уровня (уравнение и изобразить), проходящую через точку $A(-2, 2)$;

b) экстремум функции $z(x, y)$ при условии $y = 2x - 6$.

4. **a)** Найти целое число равное сумме: $\dfrac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{20}} + \dfrac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{20}}$.

b) Изобразить на комплексной плоскости все точки z, удовлетворяющие соотношению: $\begin{cases} |z+2i| > 2, \\ |z-2+2i| \geq 2. \end{cases}$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

Раздел 3

1. Объяснить на примерах, что понимается под случайным событием в теории вероятностей. В каких случаях событие называют достоверным, а в каких невозможным? Дать классическое и статистическое определения вероятности, объяснить, как соотносятся эти понятия. Используя классическое определение, найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей сумма очков на выпавших гранях – чётна, причём на грани хотя бы одной из костей появится шестёрка.

2. Сформулировать основные правила комбинаторики: правило суммы и правило произведения. Используя эти правила, подсчитать, сколькими способами можно назвать ребёнка в английской семье (у англичан принято давать детям несколько имён), если ребёнку дают не более трёх имён, а общее число имён равно 300. Выписать формулы для подсчёта числа сочетаний ($\mathbf{C_n^m}$) и перестановок ($\mathbf{P_n^m}$). Привести примеры на применение этих формул.

3. На примерах показать, как определяются операции над событиями (сумма, разность, произведение). Сформулировать теорему о сложении вероятностей. Используя эту теорему, найти вероятность того, что некоторый прибор проработает без поломки при эксплуатации сроком от 2 до 4 лет, если вероятность его поломки при эксплуатации до 2 лет равна 0,15, а при эксплуатации сроком до 4 лет – 0,32.

4. Объяснить на примерах, что понимается под условной вероятностью события. Выписать формулы для вычисления условной вероятности и вероятности произведения событий. Используя эти формулы, найти вероятность того, что взятое наугад изделие некоторого предприятия окажется первого сорта, если известно, что из всех изделий, изготавливаемых на этом предприятии только 95% являются стандартными и 86% стандартных деталей являются первосортными.

5. Выписать формулу полной вероятности и формулу Байеса. В качестве примера рассмотреть задачу о домино: пусть из полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость, найти вероятность того, что вторую извлечённую наудачу кость можно приставить к первой.

6. Изложить схему для подсчёта вероятности наступления события А ровно k раз в n испытаниях. Выписать формулу биномиальной вероятности Pn(k) (формула Бернулли). Используя формулу Бернулли, найти вероятность того, что из 8 малых предприятий за время t сохранятся только 2 предприятия, при условии, что вероятность малому предприятию стать банкротом за время t равна 0,2.

7. Выписать приближённую формулу Пуассона для вычисления биномиальной вероятности Pn(k). Применить формулу Пуассона для решения следующей задачи: учебник издан тиражом 100000 экземпляров, вероятность, что учебник сброшюрован неправильно равна 0,0001; найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

8. Дать определение случайной величины, привести примеры дискретной и непрерывной случайных величин. Объяснить, что такое закон распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Составить закон распределения, найти функцию распределения и построить её график для случайной величины X, где X – число возвращённых в срок кредитов из 3 выданных банком, при условии, что вероятность невозвращения клиентом банка кредита в срок равна 0,2.

9. Определить основные числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; разъяснить их содержательный смысл. Сформулировать свойства математического ожидания и дисперсии. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, где X – число телефонных звонков, которые предстоит сделать торговому агенту, при условии, что агент имеет три телефонных номера потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказа на покупку товара; вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4.

10. Объяснить, что понимается под функцией распределения **F(x)** и плотностью вероятности

Π**(x)** непрерывной случайной величины. Сформулировать свойства функций **F(x)** и Π**(x)**
Для случайной величины **X**, заданной функцией распределения

$$\mathbf{F(x)} = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

найти плотность вероятности **ϕ(x)**, математическое ожидание **M(x)**
и вероятность **P(**0,5 **≤ X ≤** 1**)**.

11. Объяснить в каком случае говорят, что случайная величина **X** имеет нормальный закон распределения. Сформулировать свойства нормального закона распределения. Объяснить на примере содержательный смысл **«правила 3** $\int$ **»**. Предположив, что цена акций имеет нормальный закон распределения, найти вероятность того, что эта цена будет колебаться в границах от 14 до 14,8 ден.ед., если средняя цена акций равна 14,5, а среднее квадратическое отклонение 0,1.

12. Сформулировать теорему Чебышева и объяснить, что понимается под законом больших чисел. Используя центральную предельную теорему, найти вероятность того, что некоторая случайная величина **X** заключена в границах от 13 до 13,5 , если известно, что **X** равна сумме 100 независимых случайных величин $\mathbf{X_1, X_2, \ldots, X_{100}}$, имеющих один и тот же закон распределения, одинаковые математические ожидания $\mathbf{M(X_i)}$ = 0,132 и одинаковые дисперсии $\mathbf{D(X_i)}$ = 0,004 .

13. Дать определение цепи Маркова, однородной цепи. Объяснить, что понимается под матрицей перехода. Привести примеры марковских цепей. Сформулировать теорему Маркова о предельных вероятностях.

14. Объяснить, что понимается под генеральной и выборочной совокупностями объектов. Выписать формулы для вычисления среднего значения, дисперсии и доли для генеральной

и выборочной совокупностей. Показать, как по вариационному ряду:

x_i	3	4	6	9
n_i	12	8	10	20

Построить полигон частот, гистограмму, эмпирическую функцию распределения **F(x)**.

15. Объяснить, что понимается под статистической оценкой неизвестного параметра распределения случайной величины. Сформулировать требования, которые предъявляются к статистическим оценкам параметров. Для следующего вариационного ряда:

x_i	94-100	100-106	106-112	112-118
n_i	3	7	11	19

Найти статистические оценки для генеральной средней и генеральной доли, для генеральной дисперсии вычислить несмещённую оценку.

16. Объяснить, что понимается под ошибкой репрезентативности, доверительным интервалом и доверительной вероятностью оценки некоторого параметра генеральной совокупности по выборке. Сформулировать теорему, связывающую эти понятия (теорема об ошибке репрезентативности). Используя эту теорему, найти вероятность, с которой средний результат 100 измерений некоторой величины, равный $\bar{\mathbf{x}} = 30$, отличается от истинного значения этой величины не более чем на 1, при условии, что выборочная дисперсия $\mathbf{s}^2$ равна 36.

17. Сформулировать следствия из теоремы о репрезентативности, позволяющие по доверительной вероятности строить доверительный интервал и находить объём выборки, если известна ошибка репрезентативности. Используя эти следствия, определить границы, в которых с надёжностью 0,99 заключено истинное значение измеряемой величины, если по данным 100 измерений найден средний результат $\bar{\mathbf{x}} = 30$ и выборочная дисперсия $\mathbf{s}^2$ = 36.

18. Объяснить, что понимается под статистической гипотезой, ошибками 1-го и 2-го рода, уровнем значимости и мощностью статистического критерия. Привести пример гипотезы, для которой ошибка 1-го рода влечёт более тяжкие последствия, чем ошибка 2-го рода и пример гипотезы, для которой ошибка 2-го рода более опасна, чем 1-го.

19. Изложить схему проверки гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона). Используя эту схему, на уровне значимости 〈 = 0,05 проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальном распределении случайной величины X – выработки рабочих одного цеха, если известно распределение 100 рабочих цеха по выработке:

Выработка	94-104	104-114	114-124	124-134	134-144
Количество рабочих	6	20	45	24	5

(<u>Указание</u>: для упрощения вычислений можно считать, что фактически наблюдаемое значение статистики уже найдено и равно χ^2 = 1,45.)

20. Объяснить, что понимать под корреляционным моментом и коэффициентом корреляции двух случайных величин. Выписать формулы для вычисления выборочной корреляции. Сформулировать свойства коэффициента корреляции. Используя эти свойства, охарактеризовать связь между случайными величинами X и Y – цены на акции двух предприятий, если известны данные за неделю:

X	1	2	4	5
Y	1,6	1,5	1	1
Дни недели	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.

21. Объяснить, что понимается под уравнением линейной регрессии и коэффициентом регрессии для двух случайных величин. Показать, как по выборке составить уравнение линейной регрессии. Используя следующие эмпирические данные для двух случайных величин Y и X:

X	1	2	4	5
Y	1	2	2	3

Составить уравнение линейной регрессии **Y** по **X**

Шкала оценивания

85-100 баллов	<u>На зачете</u> Умеет выполнять операции над матрицами (складывать, умножать, обращать, вычислять определители 2-го, 3-го, n-го порядков), решать системы линейных уравнений; умеет находить скалярное и векторное произведения геометрических векторов, составлять различные типы уравнений прямой, плоскости и прямой в пространстве, знать канонические уравнения и строить кривые 2-го порядка; умеет находить ортонормированный базис векторного пространства, решать метрические задачи в евклидовых пространствах, применять метод наименьших квадратов к конкретным задачам аппроксимации. Задачи решены полностью без существенных ошибок. Умеет исследовать функции, строить графики и решать задачи оптимизации для функций одной и нескольких переменных. Умеет преобразовывать алгебраические выражения с комплексными числами и извлекать корень n-ой степени из комплексного числа. Умеет решать задачу Коши для дифференциальных уравнений, а также решать различные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и линейные дифференциальные уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
84-70 баллов	<u>На зачете</u> Умеет выполнять операции над матрицами (складывать, умножать, обращать, вычислять определители 2-го, 3-го, n-го порядков), решать системы линейных уравнений; умеет находить скалярное и векторное произведения геометрических векторов, составлять различные типы уравнений прямой, плоскости и прямой в пространстве, знать канонические уравнения и строить кривые 2-го порядка; умеет находить ортонормированный базис векторного пространства, решать метрические задачи в евклидовых пространствах, применять метод наименьших квадратов к конкретным задачам аппроксимации. Три задачи решены полностью, две – с недочетами. Умеет исследовать функции, строить графики и решать задачи оптимизации для функций одной и нескольких переменных. Умеет преобразовывать алгебраические выражения с комплексными числами и извлекать корень n-ой степени из комплексного числа. Умеет решать задачу Коши для дифференциальных уравнений, а также решать различные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и линейные дифференциальные уравнений 2-го порядка с постоянными

	коэффициентами.
69-55 баллов	На зачете умеет выполнять операции над матрицами (складывать, умножать, обращать, вычислять определители 2-го, 3-го, n-го порядков), решать системы линейных уравнений; с ошибками находит скалярное и векторное произведения геометрических векторов, неуверенно составляет различные типы уравнений прямой, плоскости и прямой в пространстве; умеет находить ортонормированный базис векторного пространства, решает метрические задачи в евклидовых пространствах, допуская многочисленные ошибки. Умеет исследовать функции, строить графики и решать задачи оптимизации для функций одной и нескольких переменных. Умеет преобразовывать алгебраические выражения с комплексными числами и извлекать корень n-ой степени из комплексного числа. Умеет решать задачу Коши для дифференциальных уравнений, а также решать различные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка и линейные дифференциальные уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Две задачи решены полностью, в остальных есть существенные недочеты.

Перевод баллов в традиционную систему оценки:

Баллы по 100-балльной системе	Пятибалльная система оценки	Система оценивания «зачтено-не зачтено»
85-100 баллов	отлично	Зачтено
70-84 баллов	хорошо	зачтено
55-69 баллов	удовлетворительно	зачтено
Менее 55 баллов	неудовлетворительно	Не зачтено

4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Зачёт проводится в письменной форме.

На выполнение задания отводится 90 минут (2 академических часа).

Результаты объявляются на 3-й рабочий день после даты экзамена, в этот же день возможен показ работ и получение обратной связи от преподавателя. В отдельных случаях возможно устное собеседование по выполненной работе.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

5.1. Методические рекомендации для подготовки к работе на лекциях

При подготовке к предстоящей лекции студенту необходимо в первую очередь освежить в памяти материал предыдущей лекции. Для этого можно использовать конспект (предполагается, что студент конспектирует содержание лекций) и соответствующий раздел или разделы рекомендуемой литературы. Например, к разделу 1 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» имеется методическое пособие, написанное специально для студентов ИБДА («Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии», Методическое пособие), что не исключает и другую литературу.

Иногда на лекции преподаватель формулирует интересные (сложные) задачи для самостоятельного решения. Желательно при подготовке к следующей лекции постараться решить или хотя бы вникнуть в содержание этих задач.

Обычно лекция заканчивается перечнем вопросов или перечнем тем, которые планируется рассмотреть на следующей лекции. Было бы хорошо, чтобы студенты самостоятельно, используя литературу, ознакомились с содержанием тем предстоящей лекции.

5.2. Методические рекомендации для подготовки к семинарам

Семинарские занятия по математике – это почти всегда решение задач. По образному выражению известного математика Дьёрдье По́йа: *«…если хотите научиться плавать, то смело входите в воду, если хотите научиться решать задачи, то решайте их…».*

Поэтому первое, что необходимо сделать студенту для подготовки к семинару – это решить (или хотя бы постараться решить) задачи, заданные на дом. Решение конкретных задач неразрывно связано с освоением теоретического материала и разбором соответствующих примеров, рассмотренных на лекциях и в учебниках. Часто на этом пути у студентов возникают вопросы.

При подготовке к семинару студенту необходимо подготовить перечень вопросов, которые он хотел бы задать преподавателю. При этом вопросы условно делятся на две категории: вопросы, относящиеся к теоретическому материалу и вопросы по решению домашних задач. Желательно, чтобы эти вопросы носили конкретный характер, т.е. студент должен корректно сформулировать, что ему не ясно в том или ином разделе теории или какие трудности возникли при решении определённой задачи.

Особую трудность составляют задачи на доказательство, хотя их и немного. Задачи этого типа почти исключены из школьного курса математики и многие студенты, вчерашние школьники, так и не научились выстраивать логически обоснованные рассуждения. В этой ситуации для студента было бы полезно ещё до семинара изложить своё доказательство кому-нибудь из одногруппников, чтобы проверить убедительность своих доводов.

5.3. Методические рекомендации по подготовке и выполнению контрольных работ

Письменные контрольные работы – основная форма текущего контроля знаний по данной дисциплине.

Контрольные работы не переписываются.

Обычно преподаватель заранее называет темы, которые войдут в ближайшую контрольную работу. И после этого все семинарские занятия предшествующие этой контрольной работе являются, по сути, неявной подготовкой к ней. Здесь подойдут все рекомендации предыдущего раздела, относящегося к подготовке к семинарам, за исключением задач на доказательство, которых нет в контрольных работах.

На семинаре, предшествующем контрольной, или чуть ранее, студентам раздаются пробные варианты (обычно два: «Вариант *X*» и «Вариант *Y*»). Студенту необходимо составить подробное решение этих вариантов и обсудить его с преподавателем, обычно это происходит на последнем семинаре перед контрольной работой. Каждая задача пробного варианта соответствует отдельной теме, поэтому, если при решении одной из таких задач у студента возникают трудности, то ему необходимо самостоятельно решить ещё несколько задач на соответствующую тему, используя рекомендованную литературу.

5.4. Методические рекомендации по подготовке к зачету, экзамену

Примерно за две недели до зачёта, а иногда, если это необходимо и раньше, студентам раздаётся программа зачёта. В программе перечислены все темы, вынесенные на экзамен, и приведено подробное содержание этих тем. Основная часть программы – это образцы зачётных или экзаменационных заданий, примерно по десять образцов на каждое задание.

Для подготовки к зачёту студент должен самостоятельно выполнить все задания программы, а затем постараться активно участвовать в их обсуждении на семинарах. Кроме этого, необходимо разобрать вопросы для самоподготовки по каждой из тем зачёта из 6-го раздела данной программы. Хорошим дополнением ко всему проделанному было бы решение соответствующих задач из рекомендованной литературы. И последнее – подготовить вопросы, которые студент хотел бы задать на консультации, предшествующей экзамену.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Основная литература

1. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник и практикум / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 447 с. — (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3600-1. Режим доступа: FD221E5F-A6B9-41AC- 952D-3AD7780A8F46
2. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Н. Ш. Кремер; под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2014. — 909 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3738-1. Режим доступа: EDF405ED-E895-42DE-9744-ED48C83187DC
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 264 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8911-3. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/3BC02C6C-E0AE-4E81-A340-00EC8442906A
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М. Издательство Юрайт, 2015.
— 479 с. — (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-6041-9. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/BC799B00-9734-456F-A232-1B7A338DD2C4

6.2 Дополнительная литература

1. В.Л. Миронов, Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, Методическое пособие. М.: Дело, 2010.
2. Красс, М. С. Математика в экономике. Базовый курс: учебник для бакалавров / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2014. — 470 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3137-2. Режим доступа: www.biblio- online.ru/book/3023ABDD-97FC-4BF7-928D-82AD6B68E9DF

6.6 Иные источники

1. Теория вероятностей, Е.С. Вентцель, Москва, 2015 г.
2. Математические методы и модели в управлении, Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили, 2015 г.
3. Введение в эконометрику, Кристофер Доугерти, Москва, 2009 г.

6. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Для проведения занятий по дисциплине необходимы аудитории лекционного типа и семинарского типа соответствующей вместимости, оборудованные доской и маркерами.