Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт бизнеса и делового администрирования

Факультет международного бизнеса и делового администрирования

УТВЕРЖДЕНА

решением Ученого совета ИБДА

Протокол от «08» сентября 2016 г.

№ 4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.07 Эконометрика

38.03.02 Менеджмент

Международный менеджмент

Бакалавр

Очная форма обучения

Год набора – 2016

Москва, 2016

Автор(ы)–составитель(и):

К.физ-мат.н., доцент, доцент кафедры количественных методов в менеджменте ИБДА В.Л. Миронов

Заведующий кафедрой количественных методов в менеджменте ИБДА,
д.э.н., профессор Чеканский А.Н.

СОДЕРЖАНИЕ:

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы…… 4

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы…… 5

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины…… 5

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине……. 8

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…….. 18

6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля), ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине……... 19

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)……. 20

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина **Б1.В.07 «Эконометрика»** обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-10	владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК-10.3	Построение эконометрических моделей парной и множественной зависимости случайных величин, прогнозирование на основе, построенных моделей.

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Умение анализировать количественные и качественные показатели деятельности организации	ПК-10.3	знать: - основы корреляционного и регрессионного анализа, - основные приёмы эконометрического моделирования, - законы распределения и методы оценки значимости параметров различных эконометрических моделей;
		уметь: - самостоятельно, на основе статистических данных, выбирать вид эконометрической модели, верно оценивать параметры этой модели, - проверять статистические гипотезы о значимости этих параметров, - на основе построенной модели строить прогнозы и оценивать их достоверность;
		владеть навыками эконометрического моделирования, что включает в себя: - постановочный этап, на котором формулируется цель исследования, - априорный этап, на котором формализуется информация, известная до начала моделирования, - этап параметризации, на котором определяется вид экономической модели и в математической форме выражается связь между параметрами этой модели,

		- информационный этап, на котором происходит сбор необходимой информации, - этап идентификации, на котором оценивается статистическое качество параметров модели, - этап верификации, на котором определяется, насколько соответствует построенная модель реальному экономическому явлению.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы.

Объем дисциплины

Учебным планом для дисциплины Б1.В.07 «Эконометрика» установлено:

- трудоемкость дисциплины– 3 з.е.,
- контактная работа с преподавателем – 40 часов, в том числе 20 часов – лекции, 20 часов – практические занятия;
- самостоятельная работа – 32 часа.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.07 «Эконометрика» предназначена для студентов 2-го курса, изучается в 4 семестре.

Дисциплина реализуется после изучения следующих дисциплин:

- Математика (1-2 семестр)
- Микро- и макроэкономика (1 и 2 семестры)
- Теория вероятностей и математическая статистика (3 семестр)

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины

(очная форма обучения)

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Ковариация и коэффициент корреляции	10	4		2		4	КР
Тема 2	Уравнение парной линейной регрессии	10	2		4		4	КР
Тема 3	Проверка качества уравнения парной линейной регрессии	12	2		4		6	КР
Тема 4	Проверка гипотез относительно коэффициентов уравнения парной линейной регрессии	12	4		2		6	РЗ
Тема 5	Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии в целом. Прогноз значений	14	4		4		6	РЗ

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	зависимой переменной							
Тема 6	Множественная линейная регрессия	14	4		4		6	РЗ
Промежуточная аттестация								**экзамен**
Всего:		**108**	**20**		**20**		**32**	**36**

(КР) – контрольная работа
(РЗ) – решение задач

Содержание дисциплины

Тема 1. Ковариация и коэффициент корреляции

Понятие ковариации, свойства ковариации. Понятие коэффициента парной корреляции и его свойства.

Свойства дисперсии и её связь с ковариацией ($D(x) = \mathrm{cov}(x, x)$). Вычисление дисперсии через средние значения переменной: $D(x) = \overline{x^2} - \overline{x}^2$.

Тема 2. Уравнение парной линейной регрессии

Понятие спецификации модели, модель парной линейной регрессии. Построения уравнения парной линейной регрессии методом наименьших квадратов (МНК). Формулы для вычисления коэффициентов уравнения линейной регрессии. Свойство суммы остатков: $\sum e_i = \sum (y_i - \hat{y}_i) = 0$. Связь между коэффициентами: корреляции ($r_{x,y}$); регрессии y по x ($b_{y(x)}$); регрессии x по y ($b_{x(y)}$). Интерпретация коэффициентов уравнения регрессии.

Тема 3. Проверка качества уравнения парной линейной регрессии

Оценка точности коэффициентов регрессии $\hat{y} = a + bx$: формулы для вычисления стандартных ошибок коэффициентов a, b, $r_{x,y}$, ε (ε – случайная составляющая в уравнении $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$) и формула для вычисления ковариации между a и b (т.е. приближённые значения: $\sigma(a)$, $\sigma(b)$, $\sigma(r_{x,y})$, $\sigma(\varepsilon)$, $\mathrm{cov}(a,b)$).

Предпосылки МНК (условия Гаусса–Маркова), эффекты гетероскедастичности и автокорреляции. Теорема Гаусса–Маркова.

Тема 4. Проверка гипотез относительно коэффициентов уравнения парной линейной регрессии

Понятия нулевой и альтернативной (конкурирующей) гипотез. Понятие ошибки первого и второго рода, уровня значимости критерия, мощности критерия. Формулировка нулевых гипотез о коэффициентах уравнения регрессии $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ (H_0 : $\beta = \beta_0$ и H_0 : $\alpha = \alpha_0$). Проверка этих гипотез с помощью t-критерия Стьюдента: вычисление «t-статистика» и «t-критическое» по результатам наблюдений и статистическим таблицам соответственно. Проверка статистической значимости коэффициентов регрессии и коэффициента корреляции (α, β, $r_{x,y}$). Сравнение результатов проверки гипотезы (например, H_0 : $\beta = \beta_0$) при различных уровнях значимости. Нахождение ошибки репрезентативности и построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии (α и β).

Тема 5. Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии в целом. Прогноз значений зависимой переменной

Понятие коэффициента детерминации (R^2), его содержательный смысл, связь с коэффициентом корреляции ($r_{x,y}$). Число степеней свободы для общей суммы квадратов отклонений объясняемой переменной: $\sum(y_i-\bar{y})^2$, для суммы квадратов отклонений, объяснённой регрессией: $\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2$, для остаточной суммы квадратов отклонений: $\sum e_i^2=\sum(y_i-\hat{y}_i)^2$. Формулировка нулевой гипотезы о значимости уравнения регрессии в целом (H_0: $S_{факт.}=S_{ост.}$). Проверка этой гипотезы с помощью F-критерия Фишера: вычисление «F-статистика» и «F-критическое» по результатам наблюдений и статистическим таблицам. Прогнозирование среднего и точного значений зависимой переменной в некоторой точке ($\bar{y}(x_p)$ и $y(x_p)$): нахождение стандартных ошибок для $\bar{y}(x_p)$ и $y(x_p)$ (приближённых значений $\sigma(\bar{y}(x_p))$ и $\sigma(y(x_p))$; ошибок репрезентативности ($\Delta(\bar{y}(x_p),\alpha)$ и $\Delta(y(x_p),\alpha)$, где α – доверительная вероятность) и построение соответствующих доверительных интервалов.

Тема 6. Множественная линейная регрессия

Спецификация модели в случае множественной линейной регрессии: $y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\ldots+\beta_mx_m+\varepsilon$. Теорема Гаусса-Маркова для множественной линейной регрессии. Построения уравнения множественной линейной регрессии методом наименьших квадратов. Формула (в матричной форме) для вычисления коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии. Матрица дисперсий и ковариаций для множественной регрессии. Интерпретация коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии. Уравнение линейной регрессии в случае двух объясняющих переменных ($\hat{y}=b_0+b_1x_1+b_2x_2$): формулы для коэффициентов b_0, b_1, b_2 и дисперсий $\sigma^2(b_1)$, $\sigma^2(b_2)$. Связь между коэффициентами регрессии $\hat{y}=b_0+b_1x_1+b_2x_2$ и $\hat{y}=a_0+a_1x_1$, построенными по одним и тем же наблюдениям. Проверка статистической значимости коэффициентов множественной регрессии. Коэффициент детерминации (R^2) в случае множественной регрессии и его свойства. Скорректированный коэффициент детерминации ($\bar{R}^2$) и его свойства. Оценка значимости уравнения множественной регрессии с помощью F-статистики Фишера. Проверка гипотезы о значимости коэффициента детерминации: $H_0: R^2=0$ и гипотезы о совместной значимости всех коэффициентов регрессии: $H_0: \beta_1=\beta_2=\ldots=\beta_m=0$ (спецификация модели: $y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\ldots+\beta_mx_m+\varepsilon$). Зависимость между F- и t-статистиками. Проверка гипотезы о совместной значимости некоторых коэффициентов регрессии: $H_0: \beta_1=\beta_2=\ldots=\beta_k=0,\ \ k<m$

4. (спецификация модели: $y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\ldots+\beta_mx_m+\varepsilon$) или гипотезы о равенстве двух коэффициентов детерминации: $H_0: R_1^2-R_2^2=0$, где R_1^2 – коэффициент детерминации уравнения регрессии $\hat{y}=b_0+b_1x_1+b_2x_2+\ldots+b_mx_m$, а R_2^2 – коэффициент детерминации уравнения регрессии $\hat{y}=a_0+a_{k+1}x_{k+1}+a_{k+2}x_{k+2}+\ldots+a_mx_m$.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.07 «Эконометрика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Ковариация и коэффициент корреляции	Контрольная работа 1
Тема 2. Уравнение парной линейной регрессии	Контрольная работа 1
Тема 3. Проверка качества уравнения парной линейной регрессии	Контрольная работа 1
Тема 4. Проверка гипотез относительно коэффициентов уравнения парной линейной регрессии	Решение задач
Тема 5. Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии в целом. Прогноз значений зависимой переменной	Решение задач
Тема 6. Множественная линейная регрессия	Решение задач

4.1.2. Экзамен проводится в письменной форме.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Текущий контроль проводится в форме контрольной работы и решения задач на практических занятиях.

Контрольная работа на тему «Парная линейная регрессия и корреляция» разбита на 2 части: 1-я часть - домашняя контрольная работа – содержит десять заданий, 2-я часть – аудиторная – также десять заданий.

Вариант домашней контрольной работы приведен в раздаточном материале, подготовленном автором курса.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-10	владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК-10.3	Построение эконометрических моделей парной и множественной зависимости случайных величин, прогнозирование на основе, построенных моделей.

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

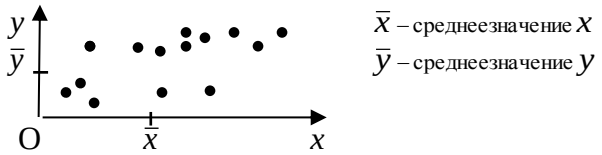
Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПК-10.3	Освоение методов построения линейных моделей и проверки их качества в случае одной объясняющей переменной.	Уметь по выборочным данным строить уравнение парной линейной регрессии, проверять качество построенной модели и гипотезы относительно коэффициентов регрессии.
	Освоение методов множественной регрессии.	Уметь строить и проверять качество уравнения множественной регрессии.
	Иметь представление о нелинейных моделях и случаях возникновения гетероскедастичности и автокорреляции.	Уметь анализировать нелинейные модели регрессии и распознавать наличие гетероскедастичности и автокорреляции.

4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типовые оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Экзаменационный билет включает 6 задач – по одной из каждой темы.
Примеры задач:

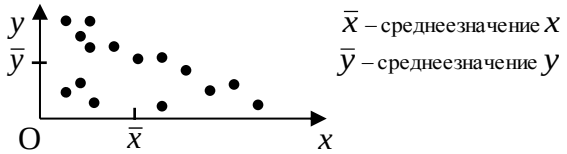
1. <u>Ковариация и коэффициент корреляции</u>

1. На координатной плоскости представлены результаты выборки двух случайных величин x и y, т.е. каждой точке (x_i, y_i) соответствует элемент выборки $x = x_i,\ y = y_i$:



Определить знак ковариации между x и y. Ответ пояснить.

2. На координатной плоскости представлены результаты выборки двух случайных величин x и y т.е. каждой точке (x_i, y_i) соответствует элемент выборки $x = x_i,\ y = y_i$:



Определить знак ковариации между x и y. Ответ пояснить.

3. Пусть наблюдения двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что $\mathrm{cov}(x,y) = b \cdot D(x)$.

4. Пусть наблюдения двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что $D(y) = b^2 \cdot D(x)$.

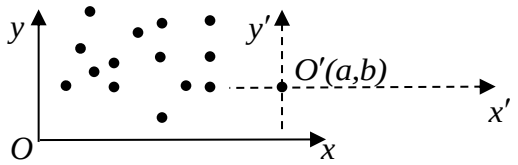
5. Если к каждому наблюдению x добавить константу c, а каждое наблюдение y умножить на ту же константу c ($c \neq 0$), то как изменится ковариация между x и y?

6. Если из каждого наблюдения x вычесть константу c, а каждое наблюдение y разделить на ту же константу c ($c \neq 0$), то как изменится коэффициент корреляции между x и y? Ответ пояснить.

7. Пусть наблюдения двух случайных величин x и y находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что $r_{x,y} = 1$ ($r_{x,y}$ – коэффициент корреляции между x и y).

8. Пусть известны дисперсии двух случайных величин x и y: $D(x) = 9,\ D(y) = 4$, а так же дисперсия их суммы: $D(x + y) = 15$. Найти коэффициент корреляции между x и y.

9. На координатной плоскости представлены результаты выборки двух случайных величин x и y т.е. каждой точке (x_i, y_i) соответствует элемент выборки $x = x_i,\ y = y_i$:



Определить, изменится ли ковариация между x и y, если начало координат перенести в точку $O'(a,b)$, т.е. рассмотреть те же точки, но в другой системе координат: $O'x'y'$.

Ответ пояснить.

10. Пусть известны средние квадратические отклонения двух случайных величин x и y: $\sigma(x) = 4,\ \sigma(y) = 5$, а так же коэффициент корреляции между x и y: $r_{x,y} = 0{,}5$. Найти среднее квадратическое отклонение суммы x и $3y$, т.е. $\sigma(x + 3y)$.

2. Уравнение парной линейной регрессии

11. Наблюдения 16 пар (x_i, y_i) дали следующие результаты:
$\sum_{i=1}^{16} y_i = 64$, $\sum_{i=1}^{16} x_i = 96$, $\sum_{i=1}^{16} x_i y_i = 492$, $\sum_{i=1}^{16} y_i^2 = 526$, $\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 657$. Составить уравнение линейной регрессии y по x.

12. При исследовании корреляционной зависимости между x и y получены следующие результаты: $\bar{x} = 200$, $\bar{y} = 1000$, $\sigma(x) = 5$, $\sigma(y) = 10$, $\mathrm{cov}(x, y) = 50$. Составить уравнение линейной регрессии y по x.

13. При исследовании корреляционной зависимости между x и y получены следующие результаты: $\bar{x} = 400$, $\bar{y} = 2000$, $\sigma(x) = 10$, $\sigma(y) = 15$, $\mathrm{cov}(x, y) = 55$. Составить уравнение линейной регрессии x по y.

14. По данным за 25 лет составлено уравнение регрессии между расходами на питание (y) и располагаемым личным доходом (x) : $\hat{y} = 55{,}3 + 0{,}093x$. Как изменится уравнение регрессии, если данные за каждый год (как по *x*, так и по *y*) уменьшить на 10%?

15. По 20-ти наблюдениям составлено уравнение регрессии $\hat{y} = 12{,}5 - 0{,}1x$. Как изменится уравнение регрессии, если в каждом наблюдении значение y увеличить на 10, а значение *x* уменьшить на 20?

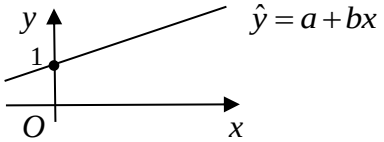
16. Известно уравнение линейной регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 10 - 2x$ и коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = -0{,}5$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *x* равно 20.

17. Пусть уравнение линейной регрессии y по x имеет вид: $\hat{y} = 200 + 16x$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *y* равно 40, а дисперсии *x* и *y* соответственно равны: $D(x) = 1,\ D(y) = 4$.

18. Известны уравнения линейных регрессий *y* по *x* и *x* по *y*: $\hat{y} = 100 - 12x$ и $\hat{x} = 20 - 0{,}5y$. Найти отношение средних квадратических отклонений *x* и *y*, т.е. величину дроби $\dfrac{\sigma(x)}{\sigma(y)}$.

19. Пусть уравнение линейной регрессии y по x имеет вид: $\hat{y} = 1{,}5 + 3x$, а уравнение линейной регрессии *x* по *y* имеет вид: $\hat{x} = 0{,}5 + 0{,}03y$. Найти средние значения *x* и *y*, а так же коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

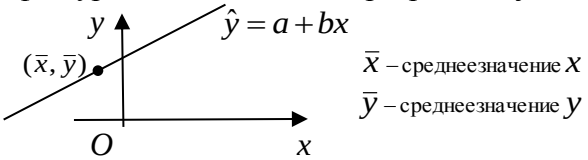
20. Пусть график уравнения линейной регрессии y по x имеет вид:



Используя рисунок, найти значения a и b, если известны средние значения *x* и *y*: $\bar{x} = 1$, $\bar{y} = 1{,}5$.

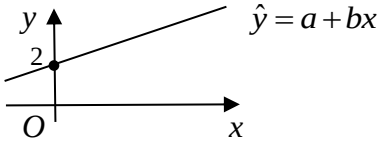
3. Проверка качества уравнения парной линейной регрессии

21. Пусть график уравнения линейной регрессии y по x имеет вид:



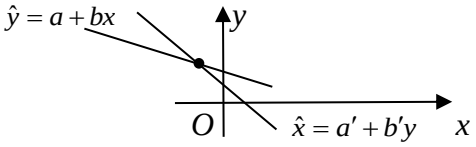
Используя рисунок, определить знак ковариации между *a* и *b* ($\mathrm{cov}(a,b)$). Ответ пояснить графически и с помощью формулы для вычисления $\mathrm{cov}(a,b)$.

22. Пусть график уравнения линейной регрессии y по x имеет вид:



Используя рисунок, определить знак ковариации между a и b ($\mathrm{cov}(a,b)$), если известно среднее значение y: $\bar{y} = 2{,}5$. Ответ пояснить графически и с помощью формулы для вычисления $\mathrm{cov}(a,b)$.

23. Пусть графики уравнений линейных регрессий y по x и x по y имеют вид:



Используя рисунок, определить знак ковариации между a и b ($\mathrm{cov}(a,b)$). Ответ пояснить графически и с помощью формулы для вычисления $\mathrm{cov}(a,b)$.

24. Наблюдаются две переменные x и y помесячно в течение года. По результатам этих наблюдений составлено некоторое уравнение регрессии: $\hat{y} = a + bx$. Найти стандартные ошибки коэффициентов регрессии (т.е. вычислить приближённые значения $\sigma(a)$, $\sigma(b)$), если $\bar{x} = 10$; $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1000$; $\sum e_i^2 = 120$.

25. По 20-ти наблюдениям составлено некоторое уравнение регрессии: $\hat{y} = a + bx$. Известно, что $\sigma(b) \approx 0{,}2$; $D(x) = 20$; $\bar{x} = 5$. Найти сумму квадратов остатков ($\sum e_i^2$) и стандартную ошибку коэффициента a (приближённое значение $\sigma(a)$).

26. Известна ковариация между коэффициентами регрессии ($\hat{y} = a + bx$): $\mathrm{cov}(a,b) = -2$ и среднее значение x: $\bar{x} = 10$. Найти стандартную ошибку коэффициента b (приближённое значение $\sigma(b)$) и стандартную ошибку коэффициента a (приближённое значение $\sigma(a)$), если $D(x) = 30$.

27. По 30-ти наблюдениям получено уравнение регрессии (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(0{,}05)}{-1{,}21} + \underset{(0{,}10)}{0{,}82} \cdot x$. Найти ковариацию между коэффициентами регрессии ($\mathrm{cov}(a,b)$), и дисперсию x если известно среднее значение x: $\bar{x} = 0{,}2$.

28. Уравнение регрессии между расходами на коммунальные услуги (y) и располагаемым личным доходом (x) имеет вид (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(\ldots)}{-27{,}6} + \underset{(0{,}04)}{0{,}178} \cdot x$. Заполнить скобку, если $\overline{x^2} = 2000$ и найти дисперсию x, если $\bar{x} = 20$.

29. Уравнение регрессии между расходами на коммунальные услуги (y) и временем (t) имеет вид (в скобках указаны ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(1{,}5)}{48{,}9} + \underset{(\ldots)}{4{,}84} \cdot t$. Заполнить скобку, если $\overline{t^2} = 73{,}8$ и найти дисперсию t, если $\bar{t} = 8$.

30. По результатам наблюдений составлено некоторое уравнение регрессии: $\hat{y} = a + bx$. Известны стандартные ошибки коэффициентов регрессии: $\sigma(a) \approx 1{,}6;\ \sigma(b) \approx 0{,}2$. Найти среднее значение суммы квадратов переменной x ($\overline{x^2}$) и дисперсию x, если $\bar{x} = 7$.

4. Проверка гипотез относительно коэффициентов уравнения парной линейной регрессии

31. Пусть по 22-м наблюдениям построена следующая регрессия (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(15)}{140} + \underset{(1{,}2)}{4} \cdot x$.

Найти 95%-ный доверительный интервал для свободного члена регрессии (коэффициента α) и указать соответствующую ошибку репрезентативности ($\Delta(\alpha, 95\%)$).

32. Пусть по 25-ти наблюдениям построена следующая регрессия (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(18)}{145} + \underset{(1{,}2)}{0{,}95} \cdot x$.

Найти 99%-ный доверительный интервал для коэффициента перед независимой переменной регрессии x (коэффициента β) и, используя этот интервал, проверить справедливость гипотезы H_0: $\beta = 1$ при уровне значимость $\gamma = 0{,}01$.

33. Пусть по 15-ти наблюдениям построена следующая регрессия (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(14)}{130} + \underset{(1{,}1)}{3} \cdot x$.

Оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии (коэффициентов α и β) при 5%-ном уровне значимости.

34. Пусть по 22-м наблюдениям построена следующая регрессия (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = \underset{(22)}{150} + \underset{(1{,}5)}{3} \cdot x$.

Проверить справедливость гипотезы о равенстве 1 коэффициента перед независимой переменной регрессии x (H_0: $\beta = 1$) при 5%-ном и 1%-ном уровнях значимости.

35. Регрессия зависимой переменной y от независимой перемененной x на основе 30 наблюдений дала следующие результаты:

$\hat{y} = 25{,}1 + 1{,}2x$

$\sigma \approx (2{,}1) \quad (1{,}5)$

$t_{ст.} = (11{,}9) \quad (...)$

$\Delta(95\%) = (4{,}3) \quad (...)$.

Заполните пропуски.

36. Регрессия зависимой переменной y от независимой перемененной x на основе 20 наблюдений дала следующие результаты:

$\hat{y} = 25 + 1{,}0x$

$\sigma \approx (\ldots)$

$t_{ст.} = (0{,}67)$

$\Delta(99\%) = (\ldots)$.

Заполните пропуски.

37. Пусть по 20-ти наблюдениям построена следующая регрессия: $\hat{y} = 22{,}5 + 2{,}3x$. Известны дисперсии x и y: $D(x) = 4,\ D(y) = 25$. Оценить статистическую значимость коэффициента корреляции $r_{x,y}$ при 5%-ном уровне значимости.

38. Регрессия зависимой переменной y от независимой перемененной x на основе 25 наблюдений дала следующие результаты:

$\hat{y} = 25 + 1{,}0x$

$\sigma \approx (\ldots)$

$t_{ст.} = (\ldots)$

$\Delta(99\%) = (3)$.

Заполните пропуски.

39. Наблюдаются две переменные x и y ежедневно в течение двух недель. По результатам наблюдений построена регрессия: $\hat{y} = 21 + 0{,}3x$. Найти стандартную ошибку коэффициента перед независимой переменной регрессии x (приближённое значение $\sigma(\beta)$), если 95%-ный доверительный интервал для β имеет вид: $[0{,}191;\ 0{,}409]$.

40. По 24-м наблюдениям построена регрессия: $\hat{y} = 21 + 0{,}3x$. Найти стандартную ошибку свободного члена регрессии (приближённое значение $\sigma(\alpha)$), если 99%-ный доверительный интервал для α имеет вид: $[-21{,}3;\ 63{,}3]$.

5. Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии в целом. Прогноз значений зависимой переменной

41. Известно уравнение регрессии, построенное по 25-ти наблюдениям: $\hat{y} = 15 - 0{,}4x$, известно так же, что только 78% вариации независимой переменной y объясняется уравнением регрессии. Требуется:

a) найти коэффициент корреляции между x и y;

b) оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом с помощью F-критерия Фишера при 5%-ом уровне значимости.

42. По 30-ти наблюдениям построено некоторое уравнение регрессии: $\hat{y} = a + bx$. Известно, что $D(e) = 15$, $D(y) = 40$, где $e = y - \hat{y}$ – ошибка регрессии, т.е. разность между фактическим и определяемым регрессией значением объясняемой переменной y. Требуется:

a) найти коэффициент детерминации R^2;

b) оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом с помощью F-критерия Фишера при 1%-ом уровне значимости.

43. Регрессия расходов на питание (y) от располагаемого личного дохода (x), построенная на основании совокупных ежегодных данных для США за 25-летний срок представлена формулой: $\hat{y} = 55{,}3 + 0{,}093x$, где x и y измеряются в миллиардах долларов. Известно, что в этом случае $R^2 = 0{,}98$. Требуется:

a) определить, как изменится коэффициент детерминации R^2, если x и y измерять в долларах (ответ пояснить);

b) оценить статистическую значимость первоначального уравнения регрессии в целом ($\hat{y} = 55{,}3 + 0{,}093x$) с помощью F-критерия Фишера при 5%-ом уровне значимости.

44. Пусть по 22-м наблюдениям построено некоторое уравнение регрессии: $\hat{y} = a + bx$. Требуется:

a) определить все возможные значения коэффициента детерминации R^2, при которых это уравнение является статистически значимым (значимость определяется с помощью F-критерия Фишера при 5%-ом уровне значимости) ;

b) определить , увеличится или уменьшится числовой интервал для значений R^2, если в вопросе п. a) 5%-ый уровень значимости заменить на 1%-ый (ответ пояснить).

45. Известна F-статистика некоторого уравнения регрессии: $\hat{y} = a + bx$, построенного по n наблюдениям: $F_{cm.} = 40$. Известны так же: сумма квадратов отклонений, объяснённая регрессией $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 120$ и остаточная сумма квадратов отклонений $\sum e_i^2 = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = 60$. Требуется:

a) найти n – число наблюдений;

b) оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом с помощью F-критерия Фишера при 1%-ом уровне значимости.

46. Уравнение регрессии, построенное по 12-ти наблюдениям, имеет вид: $\hat{y} = -5 + 30x$. По этим же наблюдениям найдены: средняя квадратическая ошибка объясняющей переменной $\sigma(x) = 20$, её среднее значение $\bar{x} = 100$ и остаточная сумма квадратов отклонений $\sum e_i^2 = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = 30$. На основе приведённых данных требуется:

a) выполнить прогноз точного значения объясняемой переменной *y* в случае, когда объясняющая переменная *x* составляет 80% от среднего уровня ($\bar{x}$);

b) можно ли утверждать, хотя бы с 95%-ной надёжностью, что точное значение объясняемой переменной *y* в случае, когда объясняющая переменная *x* составляет 80% от среднего уровня ($\bar{x}$), может быть равно 2380. Ответ пояснить.

47. По 15-ти наблюдениям построено уравнение регрессии: $\hat{y} = 10 + 20x$. По этим же наблюдениям найдена стандартная ошибка точного прогноза объясняемой переменной $\sigma(y(x_p)) \approx 2$ для $x_p = 80$. Требуется:

a) выполнить прогноз точного значения объясняемой переменной y для $x_p = 80$;

b) используя статистические таблицы для t-критерия Стьюдента, определить наименьшее значение доверительной вероятности α, при которой точное значение объясняемой переменной *y* для $x_p = 80$ могло бы равняться 166.

48. Пусть уравнение регрессии, построенное по 15-ти наблюдениям, имеет вид: $\hat{y} = 15 + 35x$. Эти же наблюдения позволяют вычислить $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 200000$, $\bar{x} = 120$ и оценить среднюю квадратическую ошибку случайной составляющей $\sigma(\varepsilon) \approx 2$ (спецификация модели: $y = \alpha + \beta \cdot x + \varepsilon$). Требуется:

a) выполнить прогноз среднего значения объясняемой переменной $\hat{y}(x_p)$ для $x_p = 100$;

b) построить 95%-ный доверительный интервал для прогноза, сделанного в п. a).

49. Уравнение регрессии, построенное по 13-ти наблюдениям, имеет вид: $\hat{y} = -10 + 25x$. Найден 95%-ный доверительный интервал точного значения объясняемой переменной $y(x_p)$ для некоторого значения объясняющей переменной x_p: $[84{,}5;\ 95{,}5]$. Требуется:

a) найти значение объясняющей переменной x_p, для которого найден, указанный в условии доверительный интервал;

b) построить 99%-ный доверительный интервал точного значения объясняемой переменной $y(x_p)$ для значения x_p, найденного в п. a).

50. По уравнению регрессии $\hat{y} = a + bx$ сделан прогноз точного значения объясняющей переменной – $y(x_p)$ и для этого прогноза найдены 95%-ный и 99%-ный доверительные интервалы: $[\ldots;\ 104{,}32]$ и $[93{,}98;\ \ldots]$ соответственно. Известно, что уравнение регрессии было составлено на основании 15-ти наблюдений. Требуется:

a) найти стандартную ошибку точного прогноза объясняемой переменной, т.е. приближённое значение $\sigma(y(x_p))$;

b) найти левую границу первого – 95%-ого доверительного интервала: $[\ldots;\ 104{,}32]$ или правую границу второго – 99%-ого доверительного интервала: $[93{,}98;\ \ldots]$.

6. Множественная линейная регрессия

51. По некоторым результатам наблюдений построена регрессия: $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$. Что произойдёт с уравнением регрессии (т.е. как изменятся его коэффициенты: b_0, b_1, b_2), если каждое из наблюдаемых значений y увеличится на 10%, а значения x_1 и x_2 не изменятся? Изменится ли дисперсия случайной составляющей $\sigma^2(\varepsilon)$ (спецификация модели: $y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \varepsilon$)? Ответ пояснить.

52. Найдена регрессионная зависимость расходов (y) от доходов (x_1) и цен (x_2): $\hat{y} = 116{,}7 + 0{,}112x_1 - 0{,}739x_2$ (по данным для США за 1959-1983 гг.). Позже оказалось, что данные по расходам (y) занижались примерно на 2% ежегодно. Как изменились бы коэффициенты уравнения регрессии и дисперсия коэффициентов перед x_1 и x_2, если при построении уравнения регрессии использовались не заниженные значения расходов, а истинные? Ответ пояснить.

53. По одним и тем же наблюдениям построены два уравнения регрессии: $\hat{y} = 20 - 3x_1$ и $\hat{y} = -40 + 2x_2$ (при построении первого уравнения не учитывались данные по x_2, а при построении второго по x_1). Известно, что $\mathrm{cov}(x_1, x_2) = 0$ и $\bar{y} = 140$. Найти уравнение регрессии y от x_1 и x_2, построенное по тем же наблюдениям, т.е. найти коэффициенты уравнения: $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

54. По 25-ти наблюдениям получена следующая регрессия: $\underset{t_{ст.}}{\hat{y}} = 4 + \underset{(1{,}5)}{9} \cdot x_1 + \underset{(0{,}7)}{1{,}4} \cdot x_2$.

Найти отношение дисперсий объясняющих переменных x_1 и x_2, т.е. величину дроби $\dfrac{\sigma^2(x_1)}{\sigma^2(x_2)}$.

55. По 21-ому наблюдению получена следующая регрессия: $\hat{y} = 110 - 0{,}2x_1 + 7{,}4x_2$. Найдены остаточная сумма квадратов отклонений $\sum e_i^2 = 30$ и сумма квадратов отклонений объясняемой переменной $\sum (y_i - \bar{y})^2 = 180$. По тем же наблюдениям, но уже без учёта переменной x_2 построена регрессия: $\hat{y} = 60 - 0{,}5x_1$, для которой остаточная сумма квадратов отклонений равна 40, т.е. $\sum \tilde{e}_i^2 = 40$, где $\tilde{e}_i$ – отклонение для парной регрессии. Вычислить: скорректированный коэффициент детерминации для множественной регрессии от x_1 и x_2 ($\bar{R}^2$) и коэффициент детерминации для парной регрессии от x_1 (R^2), а затем сравнить их. Какой вывод можно сделать из полученного результата?

56. По одним и тем же наблюдениям построены два уравнения регрессии: $\hat{y} = a_0 + b_0 x_1$ и $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ (при построении первого уравнения не учитывались данные по x_2). Известны остаточные суммы квадратов отклонений $\sum e_i^2$ для этих уравнений: 60 для первого и 40 для второго. Известна так же сумма квадратов отклонений объясняемой переменной $\sum (y_i - \bar{y})^2 = 480$ и число наблюдений $n = 20$. Вычислить коэффициенты детерминации для каждого из этих уравнений: R_1^2, R_2^2 соответственно и проверить с помощью F-критерия Фишера гипотезу: $H_0 : R_1^2 - R_2^2 = 0$ при 5%-ном уровне значимости. Какой вывод можно сделать из полученного результата?

57. Для регрессионной модели с тремя объясняющими переменными имеется следующая информация:

Сумма квадратов отклонений (с.к.о.)	Значения	Число степеней свободы (с.с.)	С.к.о. делённая на с.с.
Объяснённая: $\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	84 000	…	…
Необъяснённая: $\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$	…	…	…
Общая: $\sum (y_i - \bar{y})^2$	87 000	19	…

Проставьте в таблице отсутствующие данные и проверьте гипотезу $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ при 1%-ном уровне значимости. Какой вывод можно сделать из полученного результата?

58. Для регрессионной модели с шестью объясняющими переменными имеется следующая информация:

Сумма квадратов отклонений (с.к.о.)	Значения	Число степеней свободы (с.с.)	С.к.о. делённая на с.с.
Объяснённая: $\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	…	…	…
Необъяснённая: $\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$	3 000	93	…
Общая: $\sum (y_i - \bar{y})^2$	93 000	…	…

Проставьте в таблице отсутствующие данные и проверьте гипотезу о значимости коэффициента детерминации: $H_0: R^2 = 0$ при 5%-ном уровне значимости. Какой вывод можно сделать из полученного результата?

59. По 25-ти наблюдениям получена следующая регрессия (в скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффициентов регрессии): $\hat{y} = 2 + \underset{(2,7)}{3,5}\, x_1 + \underset{(1,5)}{2,0}\, x_2$, $R^2 = 0,876$.

Проверить значимость уравнения регрессии в целом и каждого коэффициента перед объясняющими переменными в отдельности при 5%-ном и 1%-ном уровнях значимости. Сравнить полученные результаты и сделать соответствующие выводы.

60. По 25-ти наблюдениям получена следующая регрессия: $\hat{y} = 4 + 7x_1 + 1,4x_2 + 4,2x_3$, $R_1^2 = 0,97$. По тем же данным, но уже без x_3, построена регрессия: $\hat{y} = 3 + 5,8x_1 - 1,3x_2$, $R_2^2 = 0,86$. С помощью F-критерия Фишера проверить значимость каждого уравнения, а также гипотезу: $H_0: R_1^2 - R_2^2 = 0$ при 5%-ном уровне значимости. Какой вывод можно сделать из полученных результатов?

Шкала оценивания на экзамене

№ задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**сумма**
Баллы	**6**	**6**	**7**	**7**	**7**	**7**	**40**

Итоговая оценка складывается из суммы баллов за выполнение контрольной работы (максимум 60 баллов) и выполнения экзаменационной работы (максимум 40 баллов).

Перевод баллов в традиционную систему оценки:

Баллы по 100-балльной системе	Пятибалльная система оценки	Система оценивания «зачтено-не зачтено»
85-100 баллов	отлично	Зачтено
70-84 баллов	хорошо	зачтено
55-69 баллов	удовлетворительно	зачтено
Менее 55 баллов	неудовлетворительно	Не зачтено

4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Экзамен проводится в письменной форме, в билете – 6 заданий, каждое из которых соответствует теме курса.

На решение экзаменационного варианта отводится 90 минут (2 ак.ч.)

5.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации для подготовки к работе на лекциях

При подготовке к предстоящей лекции студенту необходимо в первую очередь освежить в памяти материал предыдущей лекции. Для этого можно использовать конспект

(предполагается, что студент конспектирует содержание лекций) и соответствующий раздел или разделы рекомендуемой литературы.

Иногда на лекции преподаватель формулирует интересные (не простые) задачи для самостоятельного решения. Желательно при подготовке к следующей лекции постараться решить или хотя бы вникнуть в содержание этих задач.

Обычно лекция заканчивается перечнем вопросов или тем, которые планируется рассмотреть на следующей лекции. Было бы хорошо (но, к сожалению не всем студентам это по силам) самостоятельно, используя литературу, хотя бы в обзорном порядке, ознакомиться с содержанием тем предстоящей лекции.

Методические рекомендации для подготовки к семинарам

Семинарские занятия по математике – это почти всегда решение задач.

Поэтому первое, что необходимо сделать студенту для подготовки к семинару – это решить (или хотя бы постараться решить) задачи, заданные на дом. Решение конкретных задач неразрывно связано с освоением теоретического материала и разбором соответствующих примеров, рассмотренных на лекциях и в учебниках. Часто на этом пути у студентов возникают вопросы.

При подготовке к семинару студенту необходимо подготовить перечень вопросов, которые он хотел бы задать преподавателю. При этом вопросы условно делятся на две категории: вопросы, относящиеся к теоретическому материалу и вопросы по решению домашних задач. Желательно, чтобы эти вопросы носили конкретный характер, т.е. студент должен корректно сформулировать, что ему неясно в том или ином разделе теории или какие трудности возникли при решении определённой задачи.

Методические рекомендации по подготовке и выполнению контрольной работы

Письменные контрольные работы – основная форма текущего контроля знаний по данной дисциплине. Именно по результатам контрольных работ определяются баллы каждого студента за работу в семестре.

Контрольная работа не переписывается, а студент, пропустивший контрольную работу без уважительной причины, получает за неё 0 баллов.

Вариант контрольной работы приведен в раздаточном материале, подготовленном автором курса.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Экзамен проводится в письменной форме.

Задачи охватывают все темы курса. Примеры задач по каждой теме приведены в п. 4.3.3 данной программы и в раздаточном материале.

Для подготовки к экзамену студент должен самостоятельно выполнить все задания программы, а затем постараться активно участвовать в их обсуждении на семинарах.

Хорошим дополнением ко всему проделанному было бы решение соответствующих задач из рекомендованной литературы.

Обязательно следует посетить предэкзаменационную консультацию.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Основная литература

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 328 с. — 978-5-238-01720-4. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/8594.html
2. Варюхин А.М., Панкина О.Ю., Яковлева А.В. Эконометрика, конспект лекций, М.: Издательство Юрайт, 2007.

6.2 Дополнительная литература

1. Бородич С.А., Эконометрика. Практикум, Инфра-М, 2014

6.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Раздаточный материал, подготовленный В.Л. Мироновым.

6.4 Нормативные правовые документы – не используются

6.5 Интернет-ресурсы не используются

6.6 Иные источники

1. Эконометрика в схемах и таблицах, Гордеева Н.М., Демидова Л.Н., Клизодуб Л.М., Орехов С.А., Сердюкова Н.А., Швецов С.Т., Москва, 2008 г.
2. Сборник задач к начальному курсу эконометрики, Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А., Головань С.В., Москва, 2007 .
3. Введение в эконометрику, Кристофер Доугерти, Москва, 2009 .
4. Эконометрика, Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А., Москва, 2007 .
5. Эконометрика, Елисеева И.И., Москва, 2009 г.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Аудитория для лекционных занятий 338/5.

Аудитории для практических занятий – 224/5, 236/2