Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт бизнеса и делового администрирования

Факультет международного бизнеса и делового администрирования

УТВЕРЖДЕНА

решением Ученого совета ИБДА

Протокол от «08» сентября 2016 г.

№ 4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.20 Теория вероятностей и математическая статистика

38.03.02 Менеджмент

Международный менеджмент

Бакалавр

Очная форма обучения

Год набора – 2017

Москва, 2016

Автор(ы)–составитель(и):

К.физ-мат.н., доцент, доцент кафедры количественных методов в менеджменте ИБДА
В.Л. Миронов

Заведующий кафедрой количественных методов в менеджменте ИБДА
д.э.н., профессор Чеканский А.Н.

СОДЕРЖАНИЕ:

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы……. 4

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы…..… 5

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины…… 5

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине…… 7

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины……... 22

6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля), ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине……... 23

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)…….. 24

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина **Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика»** обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-10	владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК-10.2	Освоение теоретико-вероятностных методов и их приложение к задачам математической статистики; освоение методологии сбора, обработки и анализа статистических данных, характеризующих экономическое и социальное развитие общества

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Умение анализировать количественные и качественные показатели деятельности организации	ПК-10.2	знать: - основы теории вероятностей, - законы распределения вероятностей, - методы оценки статистических данных, - способы проверки статистических гипотез, - теоретические основы прогнозирования;
		уметь - самостоятельно разбираться в вопросах приложения математических методов к различным областям знаний, - на основе статистических данных устанавливать закономерности, которым подчиняются массовые случайные явления, - на базе основного курса, осваивать новые разделы математики, если этого потребует практическая деятельность;
		владеть навыками - решения стандартных математических задач из основных разделов математики, - сбора и группировки статистических сведений, определения функции распределения случайной

		величины, - проверки значимости статистических гипотез, - прогнозирования на основе статистических данных.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы.

Объем дисциплины

Учебным планом для дисциплины Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика» установлено:

- трудоемкость дисциплины– 2 з.е.,
- контактная работа с преподавателем – 36 часов, в том числе 18 часов – лекции, 18 часов – практические занятия;
- самостоятельная работа – 36 часов.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначена для студентов 2-го курса, изучается во 3 семестре.
Дисциплина реализуется после изучения следующих дисциплин:

- Математика (1-2 семестр)
- Теория игр (2 семестр)

Форма промежуточной аттестации – зачет с оценкой.

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий и структура дисциплины

(очная форма обучения)

№ п/п	Наименование тем и/или разделов	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний	6	4		4		6	О, КР1
Тема 2	Случайные величины, законы распределения случайных величин	10	4		4		6	О, КР2
Тема 3	Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов	12	2		4		6	О
Тема 4	Выборочный метод, оценка параметров распределения	10	2		2		6	О

Тема 5	Проверка статистических гипотез	12	2		2		6	О
Тема 6	Элементы корреляционного и регрессионного анализа	11	4		2		6	О, КР3
Промежуточная аттестация								**зачет**
Всего:		**72**	**18**		**18**		**36**	

Содержание дисциплины

Тема 1. Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний

Классическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики, применение комбинаторики к подсчёту вероятностей. Правило сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
Схема Бернулли. Биномиальные вероятности. Многоугольник распределения вероятностей. Наиболее вероятное число успехов. Асимптотические формулы для биномиальных вероятностей (формулы Лапласа и Пуассона).

Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин

Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины. Операции над случайными величинами. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, медиана. Свойства числовых характеристик.
Непрерывная случайная величина. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
Законы распределения случайных величин: биномиальный закон распределения, закон распределения Пуассона, геометрическое распределение, нормальный закон распределения.
Свойства нормального закона. Теорема Чебышёва. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов

Определение и способ задания цепи Маркова. Однородные цепи Маркова. Матрица переходов, теорема Маркова о предельных вероятностях. Элементы теории массового обслуживания.

Тема 4. Выборочный метод, оценка параметров распределения

Понятия генеральной и выборочной совокупности объектов. Вариационный ряд, таблица частот, гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупности: среднее, дисперсия, доля. Понятие статистической оценки неизвестного параметра распределения случайной величины, требования, предъявляемые к статистическим оценкам параметров. Интервальные оценки параметров. Доверительный интервал, доверительная вероятность, ошибка репрезентативности. Теорема об ошибке репрезентативности и следствия из неё.

Тема 5. Проверка статистических гипотез

Понятие статистической гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода, уровень значимости и мощность статистического критерия. Общая схема проверки статистических гипотез. Схема проверки гипотезы о нормальном распределении случайной величины – критерий Пирсона.

Тема 6. Элементы корреляционного и регрессионного анализа

Понятие корреляционного момента. Коэффициента корреляции и его свойства. Выборочная корреляция. Уравнение линейной регрессии, коэффициент регрессии. Проверка значимости коэффициента корреляции.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.20 «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний	Опрос, Контрольная работа 1
Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин	Опрос, Контрольная работа 2
Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов	Опрос
Тема 4. Выборочный метод, оценка параметров распределения	Опрос
Тема 5. Проверка статистических гипотез	Опрос
Тема 6. Элементы корреляционного и регрессионного анализа	Опрос, Контрольная работа 3

4.1.2. Зачет проводится в письменной форме.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Тема 1. Случайные события и вероятности, схема независимых испытаний
Опрос в форме теста (выберите правильный ответ):

1. Что понимается под вероятностью события А в случае, когда результаты опыта образуют полную группу равновозможных и несовместных элементарных исходов?

1. Сумма числа всех элементарных исходов благоприятных для события А.
2. Отношение числа всех элементарных исходов благоприятных для события А к общему числу всех элементарных исходов.
3. Отношение общего числу всех элементарных исходов к числу всех элементарных исходов благоприятных для события А.

2. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал её наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.

1. 1/10.
2. 1/7 .
3. 7/10.

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4.

1. 1/36.
2. 3/36
3. 4/36

4. Как связаны между собой число сочетаний из n по m – C_n^m и число перестановок из n по m – P_n^m ?

1. $C_n^m P_n^m = m!$.
2. $C_n^m = m! P_n^m$.
3. $P_n^m = m! C_n^m$.

5. В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей 4 стандартных.

1. 4/6 .
2. $(C_7^4 \cdot C_3^2)/C_{10}^6$.
3. $(C_7^4 + C_3^2)/C_{10}^6$.

6. В каком случае вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий, т.е. P(A + B) = P(A) + P(B):

1. Если в результате опыта эти события не могут наступить одновременно.
2. Если событие A наступает только при условии наступления события B.
3. Если событие B наступает только при условии наступления события A

7. Стрелок стреляет по мишени, разделённой на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45 , а во вторую 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадёт либо в первую, либо во вторую область.

1. 1.
2. 0,2 .
3. 0,8 .

8. Чему равна вероятность события B при условии, что произошло событие A, т.е. $P_A(B)$?

1. P(AB).
2. P(AB)/P(A).
3. P(AB)/P(B).

9. Используя правило умножения вероятностей найти вероятность того, что, извлекая наугад из коробки с 5-ю белыми и 4-мя чёрными шарами последовательно два шара (без возврата), в первый раз извлекается белый шар, а во второй раз чёрный шар.

1. 5/9 · 4/8 .
2. 5/9 · 4/9 .
3. 2/9 .

10. Если событие F может наступить только при условии наступления одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующих полную группу, то как по формуле полной вероятности найти вероятность события F ?

1. $P(F) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$.
2. $P(F) = P(A_1)\, P_{A_1}(F) + P(A_2)\, P_{A_2}(F) + \ldots + P(A_n)\, P_{A_n}(F)$.
3. $P(F) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$.

11. В каком случае вероятность вытащить на экзамене «хороший» билет для студента выше: когда он берёт наудачу билет первым или вторым ? Можно считать, что студент подготовил только 10 билетов из 20.

1. Вероятность выше, когда студент берёт билет первым.
2. Вероятность выше, когда студент берёт билет вторым.
3. Вероятности в обоих случаях совпадают.

12. Если событие F может наступить только при условии наступления одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующих полную группу, то как по формуле Байеса найти условную вероятность $P_F(A_i)$?

1. $P_F(A_i) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$.
2. $P_F(A_i) = (P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)) / P(F)$.
3. $P_F(A_i) = (P(A_i) \; P_{A_i}(F)) / P(F)$.

13. Если вероятность наступления события A в каждом испытании постоянна и равна p, то чему равна вероятность $P_n(k)$ – наступления события A ровно k раз в n независимых испытаниях ?

1. p^k .
2. $C_n^k \; p^k (1-p)^{n-k}$.
3. $C_n^k \; p^{n-k} (1-p)^k$.

14. Вероятность для каждого из 10 банков разориться в течении года равна 0,1 . Найти вероятность того, что за год разорятся точно 3 из этих 10 банков.

1. $C_{10}^3 (0,1)^3 \; (0,9)^7$.
2. $(0,1)^3$.
3. $(0,1)^3 \; (0,9)^7$.

15. Используя таблицу значений функции Пуассона, найти вероятность того, что из 10 000 упаковок товара ровно 10 упаковок составлены с нарушением стандарта ($P_{10000}(10)$), если вероятность нарушения стандарта для одной упаковки равна 0,001 .

1. $P_{10000}(10) \approx 0,125$.
2. $P_{10000}(10) \approx 0,213$.
3. $P_{10000}(10) \approx 0,012$.

Контрольная работа 1

<u>Темы</u>: непосредственное вычисление вероятностей (комбинаторика); операции над событиями (сложение и умножение вероятностей); формула полной вероятности и формула Байеса; формула Бернулли, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа, формула Пуассона.

1. В лифт шестиэтажного дома на первом этаже вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выйдет на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйду на четвёртом этаже.

2. На заводе железобетонных изделий изготавливают панели, 90% из которых – высшего сорта. Какова вероятность того, что из трёх наугад выбранных панелей высшего сорта будут:

a) три панели;
b) хотя бы одна панель?

3. В дисплейном классе имеется 10 компьютеров первого типа и 15 второго типа. Вероятность того, что на компьютере первого типа не произойдёт сбой, равна 0,9, а на компьютере второго типа – 0,7. Найти вероятность того, что:
a) на случайно выбранном компьютере произойдёт сбой;
b) компьютер, на котором произошёл сбой, – первого типа.

4. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,25. Найти вероятность того, что событие наступит 50 раз в 243 испытаниях.

Тема 2. Случайные величины, законы распределения случайных величин
Опрос в форме теста:

1. Пусть закон распределения дискретной случайной величины X задаётся таблицей :

x_i	1	3	4	6	9	10
pi	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Определить из какого интервала (1;5) или (5;8) случайная величина X примет значение с большей вероятностью?

1. P(1<X<5) > P(5<X<8) , т.е. из первого интервала с большей вероятностью.
2. P(1<X<5) < P(5<X<8) , т.е. из второго интервала с большей вероятностью.
3. P(1<X<5) = P(5<X<8) , т.е. для этих интервалов вероятности совпадают.

2. Как определяется функция распределения случайной величины X – F(x) ?
1. F(x) = P(0<X<x) .
2. F(x) = P(X<x) .
3. F(x) = P(X>x).

3. Пусть функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \frac{x}{3} & \text{при } 0 < x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала [1;4).
1. P(1≤X<4) = F(1) = 1/3.
2. P(1≤X<4) = F(4) – F(1) = 2/3 .
3. P(1≤X<4) = 4/3 – 1/3 = 1.

4. Какая из числовых характеристик дискретной случайной величины характеризует среднее значение этой величины ?
1. Дисперсия.
2. Математическое ожидание.
3. Среднее квадратическое отклонение.

5. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадает выигрыш, если приобретено 20 билетов, причём вероятность выигрыша по одному билету равна 0,4.
1. Математическое ожидание равно 20/2 = 10 билетам.
2. Математическое ожидание равно 20/4 = 5 билетам .

3. Математическое ожидание равно 20·0,4 = 8 билетам.

6. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпадать при бросании двух игральных костей, если математическое ожидание числа очков, которое может выпадать на первой кости (на второй кости) равно 7/2.

1. Математическое ожидание равно 7/2 + 7/2 = 7 .
2. Математическое ожидание равно 7/2.
3. Математическое ожидание равно 7/2 · 7/2 = 49/4.

7. Чему равна вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет одно определённое значение x_o, т.е. найти $P(X = x_o)$.

1. $P(X = x_o) = 0$.
2. $P(X = x_o) = 1$.
3. $P(X = x_o)$ – зависит от числового значения x_o .

8. Как связаны функция распределения F(x) и плотность вероятности φ(x) непрерывной случайной величины X ?

1. $F(x) = \varphi'(x)$.
2. $\varphi(x) = F'(x)$.
3. $\varphi(x) = \int F(x)dx$.

9. Дана плотность вероятности случайной величины X $\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0 \text{ и при } x > 2, \\ \frac{x}{2} & \text{при } 0 < x \le 2. \end{cases}$ **.** Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала [1; 2], т.е. $P(1 \le X \le 2)$.

1. $P(1 \le X \le 2) = \int_1^2 \varphi(x)dx = \frac{3}{4}$.
2. $P(1 \le X \le 2) = \varphi(2) - \varphi(1) = 1/2$.
3. $P(1 \le X \le 2) = \varphi(2) = 1$.

10. Текущая цена акций может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием a = 10 ден.ед. и средним квадратическим отклонением σ = 0,1 ден.ед. . Найти вероятность того, что цена акций меньше 10,1 ден.ед. , т.е. P(X.<10 ,1).

1. $P(X<10,1) = \Phi((10,1 - 0,1)/0,1) \approx 1,7$, где Φ(x) – функция Лапласа.
2. $P(X<10,1) = 0,5 + 0,5\Phi((10,1 - 10)/0,1) \approx 0,8$, где Φ(x) – функция Лапласа.
3. $P(X<10,1) \approx 0,5$.

11. Коробки конфет упаковываются автоматически и, следовательно, можно считать, что их масса X имеет нормальный закон распределения. Известно, что средняя масса коробки равна 250г, а среднее квадратическое отклонение 5г . Определить границы, в которых с вероятностью близкой к 1 будет колебаться масса упакованной коробки X .

1. 235г ≤ X ≤ 265г .
2. 245г≤ X ≤ 255г .
3. 250г ≤ X ≤ 255г .

12. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием a = 25 и средним квадратическим отклонением σ = 2 . Найти вероятность попадания X в интервал [22; 28] , т.е. $P(22 \le X \le 28)$.

1. $P(22 \le X \le 28) = \Phi(3/2) \approx 0,866$, где Φ(x) – функция Лапласа.
2. $P(22 \le X \le 28) = \Phi(28/25) \approx 0,737$, где Φ(x) – функция Лапласа.

3. $P(22 \le X \le 28) \approx 0{,}999$.

13. Если случайная величина X равна сумме 1000 независимых случайных величин: X_1, X_2, … , X_{1000} , имеющих один и тот же закон распределения, одинаковые математические ожидания и одинаковые дисперсии, то какой вывод можно сделать о характере распределения случайной величины X

1. $M(X) = M(X_i)$, где $i = 1, 2, \dots , 1000$.
2. $D(X) = D(X_i)$, где $i = 1, 2, \dots , 1000$.
3. Закон распределения случайной величины X близок к нормальному.

Контрольная работа 2

Темы: 1. Общие характеристики случайной величины: F(x) *– функция распределения,* $\varphi(x)$ *– плотность вероятностей,* M(x) *– математическое ожидание,* D(x) *– дисперсия.*

2. Основные законы распределения случайных величин: биномиальный закон, распределение Пуассона, показательное распределение, равномерное распределение, геометрическое распределение, нормальный закон распределения.

1. Для данной функции распределения F(x) случайной величины *X*. Найти:

a) функцию плотности распределения вероятностей – $\varphi(x)$,

b) математическое ожидание – $M(X)$,

c) дисперсию – $D(X)$,

d) вероятность попадания случайной величины *X* на отрезок $[1; 2]$.

e) Построить графики функций $F(x)$ и $\varphi(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{33}(2x^2 + 5x) & \text{при } 0 \le x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

2. Случайная величина *X* подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием, равным 3. Найти вероятность того, что случайная величина *X* принимает значение меньшее, чем её математическое ожидание.

Тема 3. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов

Темы для опроса:

1. Дать определение цепи Маркова, однородной цепи.
2. Объяснить, что понимается под матрицей перехода.
3. Привести примеры марковских цепей.
4. Сформулировать теорему Маркова о предельных вероятностях.
5. Привести примеры марковских цепей с дискретным временем.
6. Объяснить, что понимается под цепью Маркова с непрерывным временем.

Тема 4. Выборочный метод, оценка параметров распределения

Опрос в форме теста:

1. Если для случайной величины X имеется полигон частот, построенный по некоторой выборочной совокупности случайной величины X, то можно ли по этому полигону частот найти значения выборочной средней и выборочной дисперсии случайной величины X ?

Ответ :

1. Нет, нельзя.
2. Да, можно.
3. Можно только в том случае, если известен объём всей генеральной совокупности.

2. В каком случае статистическая оценка $\tilde{\theta}_n$ параметра распределения $\tilde{\theta}$ называется несмещённой ?

Ответ : 1. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 0, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 0$.

2. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 1, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 1$.
3. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно $\tilde{\theta}$, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = \tilde{\theta}$.

3. В каком случае статистическая оценка $\tilde{\theta}_n$ параметра распределения $\tilde{\theta}$ называется состоятельной ?

Ответ : 1. Если дисперсия $\tilde{\theta}_n$ стремится к 0, т.е. $D(\tilde{\theta}_n) \to 0$ при $n \to \infty$.

2. Если дисперсия $\tilde{\theta}_n$ равно 1, т.е. $D(\tilde{\theta}_n) = 1$.
3. Если математическое ожидание $\tilde{\theta}_n$ равно 0, т.е. $M(\tilde{\theta}_n) = 0$.

4. Является ли выборочная средняя $\bar{x}$ несмещённой и состоятельной оценкой для генеральной средней $\bar{x}_0$?

Ответ : 1. Да, $\bar{x}$ - несмещённая и состоятельная оценка для $\bar{x}_0$

2. Нет, $\bar{x}$ - смещённая и состоятельная оценка для $\bar{x}_0$.
3. Нет, $\bar{x}$ - смещённая и несостоятельная оценка для $\bar{x}_0$.

5. Является ли выборочная дисперсия s^2 несмещённой и состоятельной оценкой для генеральной дисперсии σ^2 ?

Ответ : 1. Да, s^2 - несмещённая и состоятельная оценка для σ^2 .
2. Нет, s^2 - смещённая и состоятельная оценка для σ^2.
3. Нет, s^2 - смещённая и несостоятельная оценка для σ^2 .

6. При обследовании производительности труда рабочих одного цеха в отчётном году была произведена случайная выборка. Известно, что средняя производительность рабочих по выборке равна $\bar{x} = 110\%$, а средняя квадратичная ошибка выборки для средней равна $\sigma_{\bar{x}} = 0{,}8\%$. Найти вероятность того, что средняя производительность рабочих цеха ($\bar{x}_0$) отличается по модулю от средней производительности по выборке ($\bar{x}$) не более чем на 1%, т.е. $P(|\bar{x} - \bar{x}_0| \le 1\%)$.

Ответ : 1. $P(|\bar{x} - \bar{x}_0| \le 1\%) = \Phi(1) \approx 0{,}68$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

2. $P(|\bar{x} - \bar{x}_0| \le 1\%) = \Phi(1/0{,}8) \approx 0{,}79$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.
3. $P(|\bar{x} - \bar{x}_0| \le 1\%) = \Phi(0{,}8) \approx 0{,}58$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

7. Из большой партии деталей для проверки произведена случайная выборка. Доля нестандартных деталей в выборке равна $w = 0{,}8$, а средняя квадратичная ошибка выборки для доли равна $\sigma_w = 0{,}02$. Найти вероятность того, что доля нестандартных деталей во все партии (p) отличается по модулю от доли нестандартных деталей в выборке (w) не более чем на 0,03, т.е. $P(|p - w| \le 0{,}03)$.

Ответ : 1. $P(|p - w| \le 0{,}03) = \Phi(0{,}8) \approx 0{,}79$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.
2. $P(|p - w| \le 0{,}03) = \Phi(0{,}02/0{,}03) \approx 0{,}50$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.
3. $P(|p - w| \le 0{,}03) = \Phi(0{,}03/0{,}02) \approx 0{,}87$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

8. Известно, что средние размеры детали, найденные по случайной выборке равны $\bar{x} = 30$, а средняя квадратичная ошибка выборки для средней равна $\sigma_{\bar{x}} = 0{,}6$. Найти с надёжностью 0,99 ($\gamma = 0{,}99$) ошибку репрезентативности для выборочной средней $\bar{x}$, т.е. найти Δ , где $|\bar{x} - \bar{x}_0| \le \Delta$, $\bar{x}_0$ - средние размеры детали во всей партии.

Ответ : 1. $\Delta = \Phi^{-1}(0{,}99) \cdot 0{,}6 \approx 1{,}5$, где $\Phi^{-1}(x)$ – функция обратная к функции Лапласа.
2. $\Delta = \Phi(0{,}99) \cdot 0{,}6 \approx 0{,}4$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.
3. $\Delta \approx 0{,}6$.

9. Найти границы (доверительный интервал: $[w - \Delta ; w + \Delta]$), в которых заключена доля вкладчиков банка, имеющих вклад более 10 000 руб., если доля таких вкладчиков в случайной выборке равна $w = 70\%$, при этом ошибка выборочной доли (ошибка репрезентативности) равна $\Delta = 10\%$.

Ответ : 1. [60% ; 70%] .
2. [60% ; 80%] .
3. [70% ; 80%] .

10. Как изменится ошибка репрезентативности Δ для выборочной доли, если сохраняя все параметры выборки увеличить надёжность (доверительную вероятность γ) этой ошибки ?

Ответ : 1. Ошибка репрезентативности Δ увеличится.
2. Ошибка репрезентативности Δ уменьшится.
3. Ошибка репрезентативности Δ не изменится.

11. Можно ли «сжать» доверительный интервал для генеральной средней $\bar{x}_0$: $[\bar{x} - \Delta ; \bar{x} + \Delta]$, не меняя параметров выборки ?

Ответ : 1. Нет нельзя.
2. Можно, если увеличить доверительную вероятность γ .
3. Можно, если уменьшить доверительную вероятность γ.

12. Известно, что доверительный интервал (найденный по случайной выборке) для доли нестандартных деталей во всей партии деталей (p) имеет вид: [0,02 ; 0,04], а доля нестандартных деталей в выборке равна $w = 0{,}03$. Найти ошибку репрезентативности для доли нестандартных деталей в выборке, т.е. такое минимальное Δ,что $|w - p| \le \Delta$.

Ответ : 1. $\Delta = 0{,}02$.
2. $\Delta = 0{,}01$.
3. $\Delta = 0{,}005$.

Тема 5. Проверка статистических гипотез
Опрос в форме теста:

1. В чём состоит ошибка первого рода при проверке статистической гипотезы ?

Ответ : 1. Принять гипотезу, когда она неверна.
2. Отвергнуть гипотезу, когда она верна.
3. Отвергнуть как саму гипотезу, так и её отрицание.

2. В чём состоит ошибка второго рода при проверке статистической гипотезы ?

Ответ : 1. Принять гипотезу, когда она неверна.
2. Отвергнуть гипотезу, когда она верна.

3. Принять как саму гипотезу, так и её отрицание.

3. Что называется уровнем значимости критерия при проверке статистической гипотезы ?

Ответ : 1. Вероятность допустить ошибку 2-го рода.
2. Вероятность не допустить ошибку 1-го рода.
3. Вероятность допустить ошибку 1-го рода.

4. Что называется мощностью критерия при проверке статистической гипотезы ?

Ответ : 1. Вероятность отвергнуть гипотезу, когда она неверна.
2. Вероятность допустить ошибку 2-го рода.
3. $1 - \alpha$, где α – значение уровнем значимости критерия.

5. На уровне значимости критерия $\alpha = 0{,}05$ проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальном распределении случайной величины X – выработки рабочих одного цеха, если известны распределение 100 рабочих цеха по выработке: и наблюдаемое значение статистикиχ^2=1,45.

Выработка	94-104	04-114	14-124	24-134	34-144
Количество рабочих	6	20	45	24	5

Ответ : 1. Гипотезу следует отвергнуть.
2. Гипотезу следует принять.
3. Критерий Пирсона не позволяет дать ответ на поставленный вопрос.

6. Пусть с помощью критерия Пирсона проверяется гипотеза о нормальном распределении. Из статистических данных известно, что значение наблюдаемой статистики равно $\chi^2 = 3{,}64$, а число степеней свободы равно k = 3. По таблице найти наибольшее значение уровня значимости критерия α, при котором гипотеза будет принята.

Ответ : 1. $\alpha = 0{,}30$.
2. $\alpha = 0{,}01$.
3. $\alpha = 0{,}90$.

7. Пусть *X* и *Y* – случайные величины, равные сумме баллов, набранных за год студентами *ФЭСН* и *ИБДА* соответственно. Для сравнения уровня подготовки на этих факультетах проведёна случайная выборка студентов: 20 студентов *ФЭСН* и 25 студентов *ИБДА*. По выборке получены следующие результаты: $\overline{x} = 100$; $s_x^2 = 50$; $\overline{y} = 110$; $s_y^2 = 60$. Можно ли утверждать, что студенты *ИБДА* в среднем учатся лучше студентов *ФЭСН*? Фактически необходимо проверить следующую гипотезу:
$H_0 : M(X) = M(Y);\ H_1 : M(X) < M(Y)$. Проверку гипотезы провести при уровне значимости критерия $\alpha = 0{,}05$.

8.

Ответ : 1. Гипотеза отвергается .
2. Гипотеза не отвергается.
3. Для проверки гипотезы недостаточно данных.

9. Для части сотрудников был поведён тренинг. *X* и *Y* – случайные величины, равные числу договоров, заключённых сотрудниками прошедшими и не прошедшими тренинг соответственно. Произведена выборка: $n_x = 60$ (средний, прошедших тренинг) и $n_y = 50$

(среди, не прошедших тренинг). По результатам выборки найдены: $\bar{x} = 80$ и $\bar{y} = 60$. Ранее было известно, что: $\sigma_x^2 = 70$ и $\sigma_y^2 = 60$.

На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ выяснить, действительно ли средняя производительность, прошедших тренинг существенно отличается от средней производительности, не прошедших тренинг или результаты выборки носят случайный характер. Фактически необходимо проверить следующую гипотезу: $H_0 : M(X) = M(Y);\ H_1 : M(X) \neq M(Y)$.

Проверку гипотезы провести при уровне значимости критерия $\alpha = 0{,}05$.

Ответ : 1. Гипотеза отвергается .
2. Гипотеза не отвергается.
3. Для проверки гипотезы недостаточно данных.

Тема 6. Элементы корреляционного и регрессионного анализа
Вопросы для опроса

1. Если из каждого наблюдения *x* вычесть константу *c*, а каждое наблюдение *y* умножить на c ($c \neq 0$), то как изменится ковариация между *x* и *y* ?

2. Пусть наблюдения двух случайных величин *x* и *y* находятся на прямой линии $y = a - x$. Показать, что $r_{x,y} = -1$ ($r_{x,y}$ – коэффициент корреляции между *x* и *y*).

3. Пусть известны средние квадратические отклонения двух случайных величин *x* и *y*: $\sigma(x) = 3,\ \sigma(y) = 4$, а так же коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = 0{,}7$. Найти среднее квадратическое отклонение суммы *x* и 2*y*, т.е. найти $\sigma(x + 2y)$.

4. Пусть наблюдения (результаты выборок) двух случайных величин *x* и *y* находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что в этом случае $\operatorname{cov}(x, y) = b \cdot D(x)$.

5. Пусть даны наблюдения трёх случайных величин *x*, *y* и *z*, и пусть наблюдения двух случайных величин *x* и *y* находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что если $b > 0$, то $r_{x,z} = r_{y,z}$.

6. Пусть известны дисперсии $D(x) = 7,\ D(x + y) = 14$ и ковариация $\operatorname{cov}(x, y) = 1{,}2$, где *x* и *y* случайные величины. Найти дисперсию $D(y)$.

7. Наблюдения 20 пар (x_i, y_i) дали следующие результаты:
$\sum_{i=1}^{20} y_i = 60$, $\sum_{i=1}^{20} x_i = 90$, $\sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 500$, $\sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 550$, $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 700$. Составить уравнение линейной регрессии *y* по *x*.

8. При исследовании корреляционной зависимости между *x* и *y* получены следующие результаты: $\bar{x} = 300$, $\bar{y} = 1500$, $\sigma(x) = 8$, $\sigma(y) = 12$, $\operatorname{cov}(x, y) = 50$. Составить уравнения линейной регрессии *y* по *x* и *x* по *y*.

9. По данным за 20 лет составлено уравнение регрессии между расходами на питание (y) и располагаемым личным доходом (x) : $\hat{y} = 30{,}7 - 0{,}025x$. Как изменится уравнение регрессии, если данные за каждый год (как по *x*, так и по *y*) увеличить на 15%?

10. Известно уравнение линейной регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 15 - 7x$ и коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = -0{,}85$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *x* равно 30.

11. По одной и той же выборке рассчитаны два уравнения регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 2 + 1{,}2x$ и *x* по *y*: $\hat{x} = 2 + 0{,}7y$. Найти коэффициент корреляции $r_{x,y}$ и средние значения $\bar{x}$ и $\bar{y}$.

12. Пусть уравнение линейной регрессии *x* по *y* имеет вид: $\hat{x} = 100 + 15y$. Составить уравнение линейной регрессии *y* по *x*, если среднее значение *x* равно 20, а дисперсии *x* и *y* соответственно равны: $D(x) = 4,\ D(y) = 9$.

13. Владельцу акций предприятия Y стало известно, что акции предприятия X скоро упадут в цене. Произведя финансовый и статистический анализ, удалось установить, что коэффициент корреляции между стоимостью акций этих предприятий отрицательный и равен (–0,93) . В сложившейся ситуации какие действия с акциями предприятия Y следует предпринять их владельцу? Выбрать ответ.

Ответ : 1. Следует срочно продавать все акции предприятия Y .
2. Следует повременить с продажей акций предприятия Y, ожидая роста их стоимости.
3. Продать ровно половину акций предприятия Y.

14. Если уравнение линейной регрессии, связывающее цены на нефть – X с индексом нефтяных компаний – Y имеет вид: y = 10x + 3800, то чему приблизительно равен индекс нефтяных компаний при цене нефти в 20 ден.ед. ? Выбрать ответ.

Ответ : 1. Индекс нефтяных компаний равен 4200.
2. Индекс нефтяных компаний равен 4000.
3. Индекс нефтяных компаний равен 3600.

15. Если коэффициент корреляции между случайными величинами X и Y близок к нулю, т.е. r(X,Y) ≈ 0, то какой вывод можно сделать о характере связи между случайными величинами X и Y ? Выбрать ответ.

16.

Ответ : 1. Между случайными величинами X и Y отсутствует линейная связь .
2. Между случайными величинами X и Y имеется линейная связь.
3. Между случайными величинами X и Y нет никакой статистической зависимости.

Контрольная работа 3.

Темы: ***1.*** *Ковариация и коэффициент корреляции.*
2. *Уравнение парной линейной регрессии.*

.

1. Пусть наблюдения двух случайных величин *x* и *y* находятся на прямой линии $y = a + bx$. Показать, что $\mathrm{cov}(x,y) = b \cdot D(x)$.

2. Если из каждого наблюдения *x* вычесть константу *c*, а каждое наблюдение *y* разделить на ту же константу *c* ($c > 0$), то как изменится коэффициент корреляции между *x* и *y*? Ответ пояснить.

3. По данным за 25 лет составлено уравнение регрессии между расходами на питание (y) и располагаемым личным доходом (x) : $\hat{y} = 55{,}3 + 0{,}093x$. Как изменится уравнение регрессии, если данные за каждый год (как по *x*, так и по *y*) уменьшить на 10%?

4. Известно уравнение линейной регрессии *y* по *x*: $\hat{y} = 10 - 2x$ и коэффициент корреляции между *x* и *y*: $r_{x,y} = -0{,}5$. Составить уравнение линейной регрессии *x* по *y*, если среднее значение *x* равно 20.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-10	владение навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	ПК-10.2	Освоение теоретико-вероятностных методов и их приложение к задачам математической статистики; освоение методологии сбора, обработки и анализа статистических данных, характеризующих экономическое и социальное развитие общества

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПК-10.2 Освоение теоретико-вероятностных методов и их приложение к задачам математической статистики.	Освоение методов элементарной теории вероятностей. Знание основных законов распределения дискретной и непрерывной случайных величин.	Умение использовать методы элементарной теории вероятностей для решения конкретных задач. Уверенно справляться с заданиями на основные законы распределения случайных величин.
	Освоение выборочного метода, оценки параметров распределения генеральной совокупности.	Владеть основными методами оценки параметров генеральной совокупности по её выборке.
	Владение методами проверки статистических гипотез.	Уметь проверять гипотезы о законе распределения и числовых характеристиках случайной величины.

	Знание основных методов корреляционного и регрессионного анализа.	Уметь выявлять связь между случайными величинами методами корреляционного и регрессионного анализа.

4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типовые оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Зачетное задание включает вопросы и задачи по всем темам, изученным по дисциплине.
Примеры задач:

1. Объяснить на примерах, что понимается под случайным событием в теории вероятностей. В каких случаях событие называют достоверным, а в каких невозможным? Дать классическое и статистическое определения вероятности, объяснить, как соотносятся эти понятия. Используя классическое определение, найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей сумма очков на выпавших гранях – чётна, причём на грани хотя бы одной из костей появится шестёрка.
2. Сформулировать основные правила комбинаторики: правило суммы и правило произведения. Используя эти правила, подсчитать, сколькими способами можно назвать ребёнка в английской семье (у англичан принято давать детям несколько имён), если ребёнку дают не более трёх имён, а общее число имён равно 300. Выписать формулы для подсчёта числа сочетаний ($\mathbf{C_n^m}$) и перестановок ($\mathbf{P_n^m}$). Привести примеры на применение этих формул.
3. На примерах показать, как определяются операции над событиями (сумма, разность, произведение). Сформулировать теорему о сложении вероятностей. Используя эту теорему, найти вероятность того, что некоторый прибор проработает без поломки при эксплуатации сроком от 2 до 4 лет, если вероятность его поломки при эксплуатации до 2 лет равна 0,15, а при эксплуатации сроком до 4 лет – 0,32.
4. Объяснить на примерах, что понимается под условной вероятностью события. Выписать формулы для вычисления условной вероятности и вероятности произведения событий. Используя эти формулы, найти вероятность того, что взятое наугад изделие некоторого предприятия окажется первого сорта, если известно, что из всех изделий, изготавливаемых на этом предприятии только 95% являются стандартными и 86% стандартных деталей являются первосортными.
5. Выписать формулу полной вероятности и формулу Байеса. В качестве примера рассмотреть задачу о домино: пусть из полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость, найти вероятность того, что вторую извлечённую наудачу кость можно приставить к первой.
6. Изложить схему для подсчёта вероятности наступления события A ровно k раз в n испытаниях. Выписать формулу биномиальной вероятности Pn(k) (формула Бернулли). Используя формулу Бернулли, найти вероятность того, что из 8 малых предприятий за время t сохранятся только 2 предприятия, при условии, что вероятность малому предприятию стать банкротом за время t равна 0,2.
7. Выписать приближённую формулу Пуассона для вычисления биномиальной вероятности Pn(k). Применить формулу Пуассона для решения следующей задачи: учебник издан тиражом 100000 экземпляров, вероятность, что учебник сброшюрован неправильно равна 0,0001; найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

8. Дать определение случайной величины, привести примеры дискретной и непрерывной случайных величин. Объяснить, что такое закон распределения и функция распределения дискретной случайной величины. Составить закон распределения, найти функцию распределения и построить её график для случайной величины X, где X – число возвращённых в срок кредитов из 3 выданных банком, при условии, что вероятность невозвращения клиентом банка кредита в срок равна 0,2.

9. Определить основные числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; разъяснить их содержательный смысл. Сформулировать свойства математического ожидания и дисперсии. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, где X – число телефонных звонков, которые предстоит сделать торговому агенту, при условии, что агент имеет три телефонных номера потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказа на покупку товара; вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4.

10. Объяснить, что понимается под функцией распределения **F(x)** и плотностью вероятности **∏(x)** непрерывной случайной величины. Сформулировать свойства функций **F(x)** и **∏(x)**. Для случайной величины **X**, заданной функцией распределения

$$\mathbf{F(x)} = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ x^2 \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 1 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

найти плотность вероятности **ϕ(x)**, математическое ожидание **M(x)** и вероятность $\mathbf{P(}0{,}5 \le \mathbf{X} \le 1\mathbf{)}$.

11. Объяснить в каком случае говорят, что случайная величина **X** имеет нормальный закон распределения. Сформулировать свойства нормального закона распределения. Объяснить на примере содержательный смысл **« правила 3 ∫ »**. Предположив, что цена акций имеет нормальный закон распределения, найти вероятность того, что эта цена будет колебаться в границах от 14 до 14,8 ден.ед., если средняя цена акций равна 14,5 , а среднее квадратическое отклонение 0,1.

12. Сформулировать теорему Чебышева и объяснить, что понимается под законом больших чисел. Используя центральную предельную теорему, найти вероятность того, что некоторая случайная величина **X** заключена в границах от 13 до 13,5 , если известно, что **X** равна сумме 100 независимых случайных величин $\mathbf{X_1, X_2, \ldots, X_{100}}$, имеющих один и тот же закон распределения, одинаковые математические ожидания $\mathbf{M(X_i)} = 0{,}132$ и одинаковые дисперсии $\mathbf{D(X_i)} = 0{,}004$.

13. Дать определение цепи Маркова, однородной цепи. Объяснить, что понимается под матрицей перехода. Привести примеры марковских цепей. Сформулировать теорему Маркова о предельных вероятностях.

14. Объяснить, что понимается под генеральной и выборочной совокупностями объектов. Выписать формулы для вычисления среднего значения, дисперсии и доли для генеральной и выборочной совокупностей. Показать, как по вариационному ряду:

$\mathbf{x_i}$	3	4	6	9
$\mathbf{n_i}$	12	8	10	20

Построить полигон частот, гистограмму, эмпирическую функцию распределения **F(x)**.

15. Объяснить, что понимается под статистической оценкой неизвестного параметра распределения случайной величины. Сформулировать требования, которые предъявляются к статистическим оценкам параметров. Для следующего вариационного ряда:

x_i	94-100	100-106	106-112	112-118
n_i	3	7	11	19

Найти статистические оценки для генеральной средней и генеральной доли, для генеральной дисперсии вычислить несмещённую оценку.

16. Объяснить, что понимается под ошибкой репрезентативности, доверительным интервалом и доверительной вероятностью оценки некоторого параметра генеральной совокупности по выборке. Сформулировать теорему, связывающую эти понятия (теорема об ошибке репрезентативности). Используя эту теорему, найти вероятность, с которой средний результат 100 измерений некоторой величины, равный $\bar{\mathbf{x}} = 30$, отличается от истинного значения этой величины не более чем на 1, при условии, что выборочная дисперсия $\mathbf{s}^2$ равна 36 .
17. Сформулировать следствия из теоремы о репрезентативности, позволяющие по доверительной вероятности строить доверительный интервал и находить объём выборки, если известна ошибка репрезентативности. Используя эти следствия, определить границы, в которых с надёжностью 0,99 заключено истинное значение измеряемой величины, если по данным 100 измерений найден средний результат $\bar{\mathbf{x}} = 30$ и выборочная дисперсия $\mathbf{s}^2 = 36$.
18. Объяснить, что понимается под статистической гипотезой, ошибками 1-го и 2-го рода, уровнем значимости и мощностью статистического критерия. Привести пример гипотезы, для которой ошибка 1-го рода влечёт более тяжкие последствия, чем ошибка 2-го рода и пример гипотезы, для которой ошибка 2-го рода более опасна, чем 1-го.
19. Изложить схему проверки гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий Пирсона). Используя эту схему, на уровне значимости $\langle = 0{,}05$ проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальном распределении случайной величины X – выработки рабочих одного цеха, если известно распределение 100 рабочих цеха по выработке:

Выработка	94-104	104-114	114-124	124-134	134-144
Количество рабочих	6	20	45	24	5

(Указание: для упрощения вычислений можно считать, что фактически наблюдаемое значение статистики уже найдено и равно $\chi^2 = 1{,}45$.)

20. Объяснить, что понимать под корреляционным моментом и коэффициентом корреляции двух случайных величин. Выписать формулы для вычисления выборочной корреляции. Сформулировать свойства коэффициента корреляции. Используя эти свойства, охарактеризовать связь между случайными величинами X и Y – цены на акции двух предприятий, если известны данные за неделю:

X	1	2	4	5
Y	1,6	1,5	1	1
Дни недели	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.

21. Объяснить, что понимается под уравнением линейной регрессии и коэффициентом регрессии для двух случайных величин. Показать, как по выборке составить уравнение

линейной регрессии. Используя следующие эмпирические данные для двух случайных величин Y и X:

X	1	2	4	5
Y	1	2	2	3

Составить уравнение линейной регрессии **Y** по **X**.

Шкала оценивания

Итоговая оценка складывается из суммы баллов за выполнение трех контрольных работ (максимум 60 баллов) и выполнения зачетной работы (максимум 40 баллов).
В зачетной работе 4 задачи, решение каждой оценивается максимум в 10 баллов.

Перевод баллов в традиционную систему оценки:

Баллы по 100-балльной системе	Пятибалльная система оценки	Система оценивания «зачтено-не зачтено»
85-100 баллов	отлично	Зачтено
70-84 баллов	хорошо	зачтено
55-69 баллов	удовлетворительно	зачтено
Менее 55 баллов	неудовлетворительно	Не зачтено

4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Зачет проводится в письменной форме, в билете – 4 задачи из основных разделов курса. На решение зачетного варианта отводится 90 минут (2 ак.ч.)

5.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации для подготовки к работе на лекциях

При подготовке к предстоящей лекции студенту необходимо в первую очередь освежить в памяти материал предыдущей лекции. Для этого можно использовать конспект (предполагается, что студент конспектирует содержание лекций) и соответствующий раздел или разделы рекомендуемой литературы.

Иногда на лекции преподаватель формулирует интересные (не простые) задачи для самостоятельного решения. Желательно при подготовке к следующей лекции постараться решить или хотя бы вникнуть в содержание этих задач.

Обычно лекция заканчивается перечнем вопросов или тем, которые планируется рассмотреть на следующей лекции. Было бы хорошо (но, к сожалению не всем студентам это по силам) самостоятельно, используя литературу, хотя бы в обзорном порядке, ознакомиться с содержанием тем предстоящей лекции.

Методические рекомендации для подготовки к семинарам

Семинарские занятия по математике – это почти всегда решение задач.

Поэтому первое, что необходимо сделать студенту для подготовки к семинару – это решить (или хотя бы постараться решить) задачи, заданные на дом. Решение конкретных задач неразрывно связано с освоением теоретического материала и разбором соответствующих примеров, рассмотренных на лекциях и в учебниках. Часто на этом пути у студентов возникают вопросы.

При подготовке к семинару студенту необходимо подготовить перечень вопросов, которые он хотел бы задать преподавателю. При этом вопросы условно делятся на две категории: вопросы, относящиеся к теоретическому материалу и вопросы по решению домашних задач. Желательно, чтобы эти вопросы носили конкретный характер, т.е. студент должен корректно сформулировать, что ему неясно в том или ином разделе теории или какие трудности возникли при решении определённой задачи.

Методические рекомендации по подготовке и выполнению контрольных работ

Письменные контрольные работы – основная форма текущего контроля знаний по данной дисциплине. Именно по результатам контрольных работ определяются баллы каждого студента за работу в семестре.

Контрольные работы не переписываются, а студент, пропустивший контрольную работу без уважительной причины, получает за неё 0 баллов.

Обычно преподаватель заранее называет темы, которые войдут в ближайшую контрольную работу. И после этого все семинарские занятия предшествующие этой контрольной работе являются, по сути, неявной подготовкой к ней. Здесь подойдут все рекомендации предыдущего раздела, относящегося к подготовке к семинарам, за исключением задач на доказательство, которых нет в контрольных работах.

На семинаре, предшествующем контрольной или чуть ранее, студентам раздаются пробные варианты (обычно два: «Вариант *X*» и «Вариант *Y*»). Студенту необходимо составить подробное решение этих вариантов и обсудить его с преподавателем, обычно это происходит на последнем семинаре перед контрольной работой. Каждая задача пробного варианта соответствует отдельной теме, поэтому, если при решении одной из таких задач у студента возникают трудности, то ему необходимо самостоятельно решить ещё несколько задач на соответствующую тему, используя рекомендованную литературу.

Методические рекомендации по подготовке к зачету

Зачёт проводятся в письменной форме.

Примерно за две недели до зачёта, а иногда, если это необходимо и раньше, студентам раздаётся программа зачёта. В программе перечислены все темы, вынесенные на зачёт, и приведено подробное содержание этих тем. Основная часть программы – это образцы зачётных заданий, примерно по десять образцов на каждое задание.

Для подготовки к зачёту студент должен самостоятельно выполнить все задания программы, а затем постараться активно участвовать в их обсуждении на семинарах. Кроме этого, необходимо разобрать вопросы для самоподготовки по каждой из тем зачёта из 6-го раздела данной программы. Хорошим дополнением ко всему проделанному было бы решение соответствующих задач из рекомендованной литературы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 264 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8911-3. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/3BC02C6C-E0AE-4E81-A340-00EC8442906A
2. *Гмурман, В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М. : Издательство Юрайт, 2015. — 479 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-6041-9. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/BC799B00-9734-456F-A232-1B7A338DD2C4

6.2. Дополнительная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 404 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-00247-8. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/AC41B7DD-F936-4105-9511-9BD045A42CFD .
2. *Красс, М. С.* Математика в экономике. Базовый курс : учебник для бакалавров / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 470 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3137-2. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/3023ABDD-97FC-4BF7-928D-82AD6B68E9DF

6.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Раздаточный материал, подготовленный автором курса: программа с образцами вопросов, формулами и статистическими таблицами.

6.4 Нормативные правовые документы не используются

6.5 Интернет-ресурсы не используются

6.6 Иные источники

1. Теория вероятностей, Е.С. Вентцель, Москва, 2015 г.
2. Математические методы и модели в управлении, Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили, 2015 г.
3. Введение в эконометрику, Кристофер Доугерти, Москва, 2009 г.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Аудитория для лекционных занятий 338/5.

Аудитории для практических занятий – 224/5, 236/2