

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Институт государственной службы и управления
Кафедра информатики и прикладной математики**

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры информатики
и прикладной математики

Протокол от «26» августа 2019 г.
№ 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

(код, наименование направления подготовки)

Цифровое государство

(направленность (профиль))

бакалавр

(квалификация)

очная

(форма обучения)

2020

(год набора)

Москва, 2019 г.

Авторы–составители:

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Поленова Т.М.

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Жуликов С.Е.

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Сафонова Т.Е.

Заведующий кафедрой:

кандидат технических наук, доцент, исполняющий обязанности заведующего кафедрой информатики и прикладной математики, заместитель директора Института государственной службы и управления Корчагин Р.Н.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО	4
3. Содержание и структура дисциплины	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	22
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	25
6.1. Основная литература.....	25
6.2. Дополнительная литература	25
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	25
6.4. Нормативные правовые документы.....	26
6.5. Интернет-ресурсы.....	26
6.6. Иные источники.....	26
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	27

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений	ОПК-2.1	Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей

1.2. В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта, или по результатам форсайт-сессии)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК-2.1	на уровне знаний: знает типы и методы принятия организационно-управленческих решений
		на уровне умений: умеет оценивать последствия управленческих решений
		на уровне навыков: использует различные методов принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Общая трудоемкость Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» составляет 3 зачетные единицы. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 48 часа: лекционные занятия – 16 часов, практические занятия – 32 часов. Самостоятельная работа составляет 24 часов, контроль – 36 часов.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» изучается в 1 семестре.

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение разделов дисциплины опираются на знания, полученные студентами в общеобразовательной школе по дисциплинам «Алгебра», «Геометрия».

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» является опорой для изучения учебных дисциплин

- Б1.В.18.01 «Теория вероятностей» (3 семестр),
- Б1.В.02 «Методы оптимизации» (3 семестр),
- Б1.В.18.03 «Эконометрика» (5 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен в форме устных ответов на вопросы (1 семестр).

3. Содержание и структура дисциплины Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Матрицы и определители.	10	2		6		2	О, 3, КР, ДЗ
Тема 2	Системы линейных алгебраических уравнений.	13	3		6		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 3	Линейные пространства и преобразования.	13	3		6		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 4	Комплексные числа. Собственные значения и векторы.	10	2		4		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 5	Квадратичные формы	8	2		4		2	О, 3, КР, ДЗ
Тема 6	Элементы аналитической геометрии	18	4		6		8	О, 3, КР, ДЗ
Промежуточная аттестация		36						Экз
Итого по части 1		108	16		32		24	

Примечание:

* - формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), задачи (З), домашнее задание (ДЗ).

** - формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).

Содержание дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители.

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений.

Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения. Модель Леонтьева - модель многоотраслевой экономики.

Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства. Линейные преобразования (операторы). Способы нахождения матрицы линейного преобразования. Ранг и дефект линейного преобразования.

Тема 4. Комплексные числа. Собственные значения и векторы.

Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами и их свойства. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов. Линейная модель обмена.

Тема 5. Квадратичные формы.

Понятие квадратичной формы. Матричная запись. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Уравнение линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Углы между плоскостями и прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности. Поверхности второго порядка, их геометрические свойства. Элементы аналитической геометрии в n-мерном пространстве

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Тема (раздел)		Формы (методы) текущего контроля успеваемости
Тема 1	Матрицы и определители.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
Тема 2	Системы линейных алгебраических уравнений.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
Тема 3	Линейные пространства и преобразования.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
Тема 4	Комплексные числа. Собственные значения и векторы.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
Тема 5	Квадратичные формы.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
Тема 6	Элементы аналитической геометрии.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в устной форме по вопросам.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- решение практических задач,
- выполнение контрольных работ,
- выполнение домашних заданий.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, решение практических задач на семинарских занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, по результатам выполнения контрольных работ.

Опрос студентов осуществляется на основании планов практических занятий с учетом выполнения текущих домашних заданий.

Вопросы для подготовки к опросам, решению задач и контрольным работам по темам:

Тема 1. Матрицы и определители.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое матрица?

Где используются матрицы?

Правила сложения и умножения матриц.

2. Задача 1. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

а)

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- | | | | |
|--------------|----------------|----------------|------------------|
| а) $A + B$; | б) $A^T + B$; | в) $A + B^T$; | г) $A^T + B^T$. |
| д) AB ; | е) A^TB ; | ж) AB^T ; | з) BA^T . |

3. Решить задачи [Л11, с.60, 64]:

1.17, 1.20, 1.23; 1.40, 1.43

4. Задача 2. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

на дом

1. Задача 3. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- | | | | |
|--------------|----------------|----------------|------------------|
| а) $A + B$; | б) $A^T + B$; | в) $A + B^T$; | г) $A^T + B^T$. |
| д) AB ; | е) A^TB ; | ж) AB^T ; | з) BA^T . |

2. Решить задачи [Л1, с.60, 64]: 1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

3. Задача 4. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.

¹ Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

Какая матрица называется обратной?

Когда существует обратная матрица?

2. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.51; 1.62

3. Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице С, если она существует (см. п. 4 занятия 1).

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Задача 2. Найти ранг матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Решить задачи [Л1, с.70-71]: 1.71; 1.73; 1.79

на дом

1. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.52; 1.65.

2. Задача 3. Найти матрицу, обратную матрице С, если она существует.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Решить задачи [Л1, с.70-71]:

а) 1.74; 1.75; 1.82

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы А [Л1, с.61]: 1.35

3. Решить задачи с экономическим содержанием [Л1, с.72-77]:

1.88; 1.89; 1.90; 1.91; 1.93; 1.97.

на дом 1.36; 1.94; 1.95; 1.96; 1.98.

Контрольная работа.

Задача 1. Даны матрицы А и В. Найти матрицу $C = 2A^T + B$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 4 & 10 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 4 & 11 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу, обратную матрице A

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

Задача 3. Найти определитель произведения двух матриц $\det(A \cdot D)$ и $\det(A \cdot D^{-1})$.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

Задача 4. Найти ранг матрицы

$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое СЛАУ?

Какие методы решения СЛАУ вы знаете?

2. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.14, 2.19, 2.22

3. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{array} \right. & \text{а)} \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{array} \right. & \text{б)} \end{array}$$

4. Решить задачу 2.46 [Л1, с. 115]:

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.15, 2.20, 2.23.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.26, 2.47;
3. Задача 1. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116], 2.52, 2.54.

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.27, 2.48.
2. Задача. 2. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116]. 2.53; 2.55.

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 3. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.56; 2.58
3. Задача 4. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117], 2.60; 2.62; 2.64
4. Решить задачи [Л1, с.117-119]: 2.67; 2.69.

на дом

1. Задача 5. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.57; 2.59.
2. Задача 6. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117]: 2.61; 2.63.
3. Решить задачи [Л1, с. 117-1159]: 2.68, 2.70, 2.72

Контрольная работа.

Задача 1. Записать систему уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение.

Вариант 1

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 = -7 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 = -1 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 1 \\ 5x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 5x_2 = -12 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}$$

Задача 2. Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 1. Доказать, что множество двумерных геометрических векторов с заданными на нем операциями сложения и умножения на число образует линейное пространство.
3. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.50, 3.53, 3.56, 3.58, 3.61
4. Задача 2. Найти косинус угла между векторами x и y , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.20, 3.26

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.51, 3.54, 3.57, 3.59, 3.62.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с.158, с.159, с.166, с. 168-169]: 3.20, 3.26, 3.65, 3.71, 3.73, 3.78
3. Задача 3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

тор

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.21, 3.27.
2. Решить задачи [Л1, с. 168-169]: 3.72, 3.79.
3. Задача 4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

тор

$$y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.
 - а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = x_2$;
 - б) поворот на 45° по часовой стрелке;
 - в) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
3. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.80; 3.82.

на дом

1. Задача 6. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.
 - а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.
 - б) поворот на угол α против часовой стрелки;
 - в) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
2. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.81; 3.83.

Контрольная работа.

Задача 1. Представить вектор x в виде линейной комбинации векторов a_1, a_2, a_3 , если система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независима. В случае линейной зависимости векторов a_1, a_2, a_3 заменить один из них на вектор x так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор \mathbf{x} двумерного линейного пространства в вектор \mathbf{y} по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на 90° , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.

Тема 4 Комплексные числа. Собственные значения и векторы.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 805-806]:

15.7, 15.8в, 15.12, 15.22

3. Задача 1. Даны комплексные числа $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -2 + \sqrt{5}i$. Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 , $|z_1|$, $|z_2|$, $z_1 \cdot \bar{z}_2$

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 805-806]: 15.8г, 15.23.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 172-173]:

3.87, 3.91. 3.96. 3.102

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 172-173]: 3.88. 3.92. 3.97, 3.103.

Контрольная работа.

Задача 1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 5 & 3 & -7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

Вариант 8

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Тема 5. Квадратичные формы.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.111, 3.117, 3.120, 3.124

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.112, 3.118, 3.121, 3.125

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.131, 3.133, 3.135

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.132, 3.136, 3.138

Контрольная работа.

Задача 1. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1. $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 10x_2x_3$.

Вариант 2. $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2x_3$.

Вариант 3. $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$.

Вариант 4. $F = 2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3$.

Вариант 5. $F = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 12x_2x_3$.

Вариант 6. $F = x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 26x_1x_3 + 6x_2x_3$.

Вариант 7. $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$.

Вариант 8. $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 46x_1x_3 - 2x_2x_3$.

Вариант 9. $F = x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1x_3$.

Вариант 10. $F = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_3 + 2x_2x_3$.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]:
4.21, 4.35, 4.37, 4.38, 4.47;

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]: 4.28, 4.39, 4.41, 4.48.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 235]: 4.69, 4.79, 4.93, 4.119

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 236]:
4.33, 4.70, 4.83, 4.98, 4.121.

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 229–236]:
4.108, 4.114, 4.116, 4.119

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 229–236]: 4.115, 4.117, 4.120, 4.121

Контрольная работа.

Задача 1. Даны вершины треугольника $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Составить:
а) уравнения медианы и высоты треугольника ABC , проведенные из вершины A ; б) уравнение биссектрисы внутреннего угла B .

	A	B	C
Вариант 1	(3,1)	(-13,-11)	(-6,-3)
Вариант 2	(26,-5)	(2,2)	(-2,-1)
Вариант 3	(-2,3)	(-18,-9)	(-11,15)
Вариант 4	(6,8)	(-1,-2)	(1,-7)
Вариант 5	(5,4)	(3,-9)	(-12,8)
Вариант 6	(14,-2)	(11,8)	(15,-6)
Вариант 7	(-21,4)	(4,10)	(-6,7)
Вариант 8	(-3,-4)	(8,-7)	(16,12)
Вариант 9	(22,8)	(4,14)	(-5,9)
Вариант 10	(-8,-7)	(6,16)	(-4,-14)

Задача 2. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости $Ax+By+Cz+D=0$. Найти координаты точки пересечения плоскости и нормали. Записать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через эту точку.

	A	B	C	D
Вариант 1	2	1	-1	4
Вариант 2	1	2	-1	2
Вариант 3	-2	2	1	-4
Вариант 4	2	-2	-1	-4

Вариант 5	1	-2	-1	-2
Вариант 6	2	-1	3	6
Вариант 7	1	-1	3	-3
Вариант 8	-2	1	3	6
Вариант 9	2	-1	1	2
Вариант 10	1	-1	-3	-3

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Код компетенции	Наименование Компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений	ОПК-2.1	Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей.

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-2.1 Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических моделей	Определяет типы организационно - управленческих решений. Определяет методы и модели принятия организационно-управленческих решений	Полно и аргументированно определены типы организационного управленческого решения. Определены адекватные ситуации, методы организационно-управленческих решений.

Вопросы к экзамену

1. Матрицы и основные операции над ними.
2. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
3. Умножение матриц.
4. Определители матриц второго и третьего порядка.
5. Обратная матрица и ее нахождение.
6. Свойства определителей.
7. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
8. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
9. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
10. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
11. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
12. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
13. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.

14. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
15. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
16. Линейное пространство.
17. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
18. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
19. Преобразование координат при переходе к новому базису
20. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
21. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
22. Линейные преобразования. Свойства.
23. Нахождение матрицы линейного преобразования.
24. Ранг и дефект линейного преобразования
25. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
26. Операции над комплексными числами.
27. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
28. Линейная модель обмена.
29. Понятие квадратичной формы. Матричная запись.
30. Канонический вид квадратичной формы.
31. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
32. Критерий Сильвестра.
33. Уравнения прямой в двухмерном пространстве.
34. Уравнения прямой в трехмерном пространстве.
35. Уравнения плоскости в трехмерном пространстве.
36. Углы между плоскостями и прямыми.
37. Условия параллельности и перпендикулярности.
38. Кривые второго порядка. Окружность.
39. Кривые второго порядка. Эллипсы.
40. Кривые второго порядка. Гиперболы.
41. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве.

Шкала оценивания

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 30% из 100% (или 30 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

Баллы	Критерий оценки
26-30	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
16-25	Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-

	законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений.
6-15	Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания.
0-5	Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно» если обучающийся набрал менее 50 баллов,
- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 66 до 75 баллов;
- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 76 до 100 баллов.

100 баллов выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

4.4. Методические материалы

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций проводятся в соответствии с Уставом Академии (утв. Постановлением Правительства Российской Федерации от 12.05.2012 г. N 473), Положением о текущем контроле успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации обучающихся в РАНХиГС (утв. Приказом ректора от 30.01.2018 г. № 02-66), Порядке организации и проведения практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования (утв. Приказом ректора от 22.01.2018 г. №02-28).

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного от-

вета: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Занятия по дисциплине представлены следующими видами работ: лекциями, практическими занятиями, самостоятельной работой обучающихся.

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Методические указания для обучающихся по подготовке к лекционным занятиям. Занятия лекционного вида дают систематизированные знания о наиболее сложных и актуальных проблемах изучаемой дисциплины.

Осуществляя учебные действия на лекционных занятиях, обучающиеся должны внимательно воспринимать материал, подготовленный преподавателем, мыслить, добиваться понимания изучаемого предмета. Обучающиеся должны аккуратно вести конспект. В случае недопонимания какой-либо части предмета следует в установленном порядке задать вопрос преподавателю. В процессе работы на лекции необходимо так же выполнять в конспектах модели изучаемого предмета (рисунки, схемы, чертежи и т.д.), которые использует преподаватель.

Самостоятельная подготовка обучающихся при подготовке к занятиям лекционного вида включает в себя:

- доработку конспекта лекции, которую желательно осуществлять в тот же день, пока материал еще легко воспроизводим в памяти (через 10 часов после лекции в памяти остается не более 30-40% материала). Необходимо прочитать записи, расшифровать сокращения, доработать схемы, рисунки, таблицы;
- повторение изученного на предыдущем занятии материала.

Методические указания для обучающихся по подготовке к практическим занятиям. При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1. просмотреть условия предлагаемых для решения задач и определить по рекомендуемому учебнику раздел изучаемой темы, к которому они относятся;
2. изучить теоретический материал по данному разделу по конспекту лекции;
3. ознакомиться с соответствующими теоретическим и практическим разделами рекомендованной литературы с целью определения методов решения задач;
4. решить задачи, предложенные к занятию;
5. составить перечень вопросов, по задачам, вызывающих затруднения, неясности или сомнения, обсудить их с другими обучающимися перед занятием или с преподавателем на занятии;
6. внимательно следить за ходом решения другими обучающимися задач у доски, и записывать это решение, если не удалось решить задачу самостоятельно,
7. задавать вопросы, участвовать в обсуждении решения предложенных задач.

Методические указания по выполнению домашних заданий. Домашние задания необходимо выполнять в день их получения. Выполнение письменных заданий нужно начинать с повторения теоретического материала, т.е. с работы над учебником. Приступая к выполнению домашнего задания следует внимательно просмотреть те задачи, которые выполнялись по изучаемой теме на семинарском занятии, и продумать, какие теоретические положения использовались в процессе их выполнения.

Целесообразно материал лекции прорабатывать по свежей памяти (нельзя откладывать, так как содержание лекции будет забыто);- Работая над конспектом, полезно делать ссылки на литературу (это понадобится при подготовке к экзаменам) и вносить

необходимые дополнения, а возможно, и исправления. Работа над темой должна продолжаться до полного понимания и запоминания материала. Если после работы над темой останутся неясные вопросы, то задать их преподавателю на очередной лекции.

Методические указания для обучающихся по выполнению контрольной работы. Контрольные работы являются одной из основных форм текущего контроля преподавателем работы обучающегося и представляет собой решение конкретной задачи. Задача должна быть решена с подробным объяснением.

Контрольная работа представляет собой письменное решение задач, которые рассматриваются в рамках дисциплины.

Показатели, критерии и шкала оценивания задач контрольной работы

№ п/п	Показатель	Критерии	Оценка (баллы)
1	Ответ	получен (верный) с подробным описанием решения	2
		получен (в решении есть арифметические ошибки), с пропусками в описании решения	1
		не получен (или в решении есть принципиальные ошибки)	0

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся. Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает самостоятельную работу. Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, грамотно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты, формулировать и обосновывать свое мнение.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Линейная алгебра» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и проводится в следующих видах:

просмотр конспектов лекций и рекомендуемой литературы для подготовки к практическим занятиям,

выполнение текущих домашних заданий,

выбор методов решения задач, вынесенных на практическое занятие,

выполнение контрольных домашних заданий.

Основным элементом этой работы является изучение каждой темы дисциплины, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (и дополнительно преподавателем) учебников и учебных пособий. В связи с небольшой долей лекций такая работа должна выполняться всеми обучающимися при подготовке к практическим занятиям. Рекомендуется сразу после лекции по теме прочитать соответствующий раздел рекомендованной литературы. Это поможет более глубокому усвоению и закреплению материала.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения можно использовать существующие справочники.

Моделирование самостоятельной работы обучающихся:

- Повторение пройденного теоретического материала.
- Установление главных вопросов темы.
- Определение глубины и содержания знаний по теме, составление тезисов по теме.

- Упражнения, решение задач.
- Анализ выполняемой деятельности и ее самооценка.
- Приобретение умений и навыков.
- Составление вопросов по содержанию лекции.

Комплекс средств обучения при самостоятельной работе обучающихся

- Программа дисциплины.
- Конспекты лекций и практических занятий
- Рекомендуемая литература.

Вопросы и задачи для самостоятельного изучения

1. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
3. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные
4. неизвестные, базисные решения.
5. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
6. Линейное пространство.
7. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
8. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
9. Преобразование координат при переходе к новому базису
10. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
11. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
12. Линейные преобразования. Свойства.
13. Нахождение матрицы линейного преобразования.
14. Ранг и дефект линейного преобразования
15. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
16. Операции над комплексными числами.
17. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
18. Линейная модель обмена.
19. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве
20. Найти методом Гаусса обратную матрицу к матрице А

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

21. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 5 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

22. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

23. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1 $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 2x_2x_3$

Вариант 2 $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 23x_1x_3 - 2x_2x_3$

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / Под ред. профессора Н.Ш. Кремера. – М.: Изд-во ЮРАЙТ, 2010. – 909 с.

6.2. Дополнительная литература

1. Кочетков Е.С., Осокин А.В. Линейная алгебра: Учебное пособие. – М.: Форум, 2012. – 416 с.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата: Учебник. – М.: НИЦ Инфра-М, 2012.

3. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики: учебно-справочное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2010. – 646 с.

4. Высшая математика для экономистов: учебник. – М.: Юнити-Дана, 2012

5. Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф. Элементы линейной алгебры и их применение при решении экономических задач // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 91-93.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2013.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10962.html>.— ЭБС «IPRbooks».

2. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2016.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60500.html>.— ЭБС «IPRbooks».

3. Громкова М.Т. Педагогика высшей школы [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов педагогических вузов/ Громкова М.Т.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015.— 446 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52045.html>.— ЭБС «IPRbooks».

4. Образовательные инновации и практики карьеры: сборник методических материалов и статей. — М.: Издательский дом. «Дело» РАНХиГС, .— 192с.

6.4. Нормативные правовые документы

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //»Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержден приказом Министерством образования и науки России от 12 ноября 2015 г.№ 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30 ноября 2015г., регистрационный номер 39906).

5. Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

6.5. Интернет-ресурсы

1. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования
2. http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html Линейная алгебра
3. <http://www.fxyz.ru> Линейная алгебра онлайн
4. http://matem96.ru/primer/primer_linalgebra.shtml - Высшая математика и экономика: Образовательные онлайн серверы: теория и практика
5. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
6. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
7. <https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека
8. <http://www.rsl.ru/> – Российская государственная библиотека
9. <http://econom.nsc.ru/jep/> Виртуальная экономическая библиотека
10. <http://www.searchengines.ru/> – Библиотека поисковых систем
11. <http://www.rambler.ru/> – Поисковая система
12. <http://www.yandex.ru/> – Поисковая система
13. <https://www.google.ru/> – Поисковая система

6.6. Иные источники

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2010
2. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1985.
3. Высшая математика. Общий курс. / Под ред. А.И. Яблонского. – Минск: Высшая школа, 1993.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1966.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, для самостоятельной работы: читальные залы библиотеки.

Программное обеспечение: MS Office Professional Plus 2016.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru; Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru; Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru; Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮПАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>; Электронно-библиотечная система ЭБС IPRBOOKS: <http://iprbookshop.ru/>.

Система профессионального анализа рынков и компаний «Спарк»: <http://www.spark-interfax.ru/>