

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Институт государственной службы и управления
Кафедра информатики и прикладной математики**

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры информатики
и прикладной математики

Протокол от «26» августа 2019 г.
№ 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИН

Б1.Б.08 Модуль «Математика»

(индекс, наименование модуля, в соответствии с учебным планом)

Мат

(краткое наименование модуля)

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

(код, наименование направления подготовки)

Цифровое государство

(направленность (профиль))

бакалавр

(квалификация)

очная

(форма обучения)

2020

(год набора)

Москва, 2019 г.

Авторы–составители:

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики Данчул А.Н.,

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Матюхина О.В.

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Поленова Т.М.,

Заведующий кафедрой

кандидат технических наук, доцент, исполняющий обязанности заведующего кафедрой информатики и прикладной математики, заместитель директора Института государственной службы и управления Корчагин Р.Н.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по модулю дисциплин, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы | 4 |
| 2. Объем и место модуля дисциплин в структуре ОП ВО | 6 |
| 3. Содержание и структура модуля дисциплин Б1.Б.08 «Математика» | 7 |
| 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по модулю дисциплин Б1.Б.08 «Математика» | 10 |
| 5. Методические указания для обучающихся по освоению модуля «Математика» ... | 47 |
| 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине..... | 51 |
| 6.1. Основная литература | 51 |
| 6.2. Дополнительная литература | 51 |
| 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы | 52 |
| 6.4. Нормативные правовые документы..... | 53 |
| 6.5. Интернет-ресурсы..... | 53 |
| 6.6. Иные источники..... | 54 |
| 7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы..... | 55 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по модулю дисциплин, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплины **Б1.Б.08** модуля «Математика» (**Б1.Б.08.01 Линейная алгебра, Б1.Б.08.02 Математический анализ**) обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|------------------------|--|---------------------------------------|---|
| ОПК-2 | способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений | ОПК-2.1 | Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей |

Б1.Б.08.02 Математический анализ

| Код Компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|------------------------|--|---------------------------------------|--|
| ОПК-2 | Способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений | ОПК-2.1 | Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей |
| | | ОПК-2.2 | Способность оценивать последствия управленческих решений с позиций социальной значимости, используя математические методы и модели |

1.2. В результате освоения модуля дисциплин у обучающихся должны быть сформированы:

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

| ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта, или по результа- | Код этапа освоения компетенции | Результаты обучения |
|--|---------------------------------------|----------------------------|
|--|---------------------------------------|----------------------------|

| | | |
|---------------------|---------|--|
| там форсайт-сессии) | | |
| | ОПК-2.1 | <p>на уровне знаний: знает типы и методы принятия организационно-управленческих решений</p> <p>на уровне умений: умеет оценивать последствия управленческих решений</p> <p>на уровне навыков: использует различные методов принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации.</p> |

Б1.Б.08.02 Математический анализ

Б1.Б.08 Контрольная работа по модулю Математика

| ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта, или по результатам форсайт-сессии) | Код этапа освоения компетенции | Результаты обучения |
|--|--------------------------------|---|
| | ОПК-2.1 | <p>на уровне знаний: знает организационно-управленческие и экономические интерпретации основных изучаемых математических понятий; разрабатывает алгоритмы и методы решения изучаемых типовых математически формализованных задач в объеме, достаточном для анализа организационно-управленческих решений</p> <p>на уровне умений: умеет дифференцировать функции одной переменной, применяет методы математического анализа к моделированию организационно-управленческих решений;</p> <p>на уровне навыков: создает формальную математическую запись управленческих задач; готовит постановки, решения задач и интерпретации результатов в экономических терминах; выполняет решения задач и интерпретации их результатов.</p> |
| | ОПК-2.2 | <p>на уровне знаний: знает организационно-управленческие и экономические интерпретации основных изучаемых математических понятий; разрабатывает алгоритмы и методы решения изучаемых типовых математически формализованных задач в объеме, достаточном для выбора и оценки последствия организационно-управленческих решений</p> <p>на уровне умений: умеет дифференцировать и интегрировать функции нескольких переменных, применяет методы математического анализа для оценки последствия управленческих решений;</p> <p>на уровне навыков: использует различные методы принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации.</p> |

2. Объем и место модуля дисциплин в структуре ОП ВО

Объем модуля дисциплин

Общая трудоемкость Б1.Б.08 Модуля «Математика» составляет 9 зачётных единиц. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 144 часа: лекционные занятия – 48 часов, практические занятия – 96 часов. Самостоятельная работа составляет 72 часа, контроль – 108 часов.

Место модуля дисциплин в структуре ОП ВО

Б1.Б.08 Модуль «Математика» предусмотрен на 1 курсе во 2 семестре.

Б1.Б.08 Модуль «Математика» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

В содержательном плане модуль «Математика» опирается на предыдущий уровень образования.

Форма промежуточной аттестации Б1.Б.08 Модуля «Математика» в соответствии с учебным планом – **контрольная работа**.

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

Объем дисциплины в структуре ОП ВО

Общая трудоемкость дисциплины Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» составляет 3 зачетные единицы. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 48 часов: лекционные занятия – 16 часов, практические занятия – 32 часов. Самостоятельная работа составляет 24 часа, контроль – 36 часов.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» изучается в 1 семестре.

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение разделов дисциплины опираются на знания, полученные студентами в общеобразовательной школе по дисциплинам «Алгебра», «Геометрия».

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» является опорой для изучения учебных дисциплин: Б1.В.18.01 «Теория вероятностей» (3 семестр), Б1.В.02 «Методы оптимизации» (3 семестр), Б1.В.18.03 «Эконометрика» (5 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен в форме устных ответов на вопросы (1 семестр).

Б1.Б.08.02 Математический анализ

Объем дисциплины в структуре ОП ВО

Общая трудоемкость дисциплины Б1.Б.08.02 «Математический анализ» составляет 6 зачётных единиц. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 96 часов: лекционные занятия – 32 часа, практические занятия – 64 часа. Самостоятельная работа составляет 48 часов, контроль – 72 часа.

Место модуля дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.08.02 Математический анализ изучается в 1 и 2 семестрах.

Дисциплина Б1.Б.08.02 Математический анализ относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина является опорой для изучения следующих дисциплин: Б1.В.18.01 «Теория вероятностей» (3 семестр), Б1.В.02 «Методы оптимизации» (3 семестр), Б1.В.ДВ.10.01 «Исследование операций» (8 семестр); Б1.В.ДВ.10.02 «Основы математического моделирования социально-экономических процессов» (8 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен (1 и 2 семестры).

3. Содержание и структура модуля дисциплин Б1.Б.08 «Математика»
Очная форма обучения

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

| № п/п | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины (модуля), час. | | | | | | Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации** |
|--------------------------|--|---------------------------------|---|----|----|-----|----|---|
| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | СР | |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Матрицы и определители. | 10 | 2 | | 6 | | 2 | О, З, КР, ДЗ |
| Тема 2 | Системы линейных алгебраических уравнений. | 13 | 3 | | 6 | | 4 | О, З, КР, ДЗ |
| Тема 3 | Линейные пространства и преобразования. | 13 | 3 | | 6 | | 4 | О, З, КР, ДЗ |
| Тема 4 | Комплексные числа. Собственные значения и векторы. | 10 | 2 | | 4 | | 4 | О, З, КР, ДЗ |
| Тема 5 | Квадратичные формы | 8 | 2 | | 4 | | 2 | О, З, КР, ДЗ |
| Тема 6 | Элементы аналитической геометрии | 18 | 4 | | 6 | | 8 | О, З, КР, ДЗ |
| Промежуточная аттестация | | 36 | | | | 36 | | Экз |
| Итого по части 1 | | 108 | 16 | | 32 | 36 | 24 | |

Примечание:

* - формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), задачи (З), домашнее задание (ДЗ).

** - формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).

Б1.Б.08.02 Математический анализ

| № п/п | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины (модуля), час. | | | | | | Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации** |
|--------------------------|--|---------------------------------|---|----|----|-----|----|---|
| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | СР | |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Часть 1 | | | | | | | | |
| Тема 1 | Основы математической логики и теории множеств | 18 | 4 | | 8 | | 6 | ДЗ, КР, 3 |
| Тема 2 | Отображения. Числовые последовательности. Функции одной переменной | 13 | 2 | | 6 | | 5 | ДЗ, КР, 3 |
| Тема 3 | Пределы последовательностей и функций | 18 | 4 | | 8 | | 6 | ДЗ, КР, 3 |
| Тема 4 | Дифференциальное Исчисление | 23 | 6 | | 10 | | 7 | ДЗ, КР, 3 |
| Промежуточная аттестация | | 36 | | | | | | Экз |
| Итого по части 1 | | 108 | 16 | | 32 | 36 | 24 | |

| Часть 2 | | | | | | | | |
|--------------------------|---|------------|-----------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Тема 1 | Неопределенный и определенный интегралы | 24 | 6 | | 10 | | 8 | ДЗ, КР, 3 |
| Тема 2 | Ряды | 22 | 6 | | 10 | | 6 | ДЗ, КР, 3 |
| Тема 3 | Функции нескольких переменных | 26 | 4 | | 12 | | 10 | ДЗ, КР, 3 |
| Промежуточная аттестация | | 36 | | | | | | Экз |
| Итого по части 2 | | 108 | 16 | | 32 | 36 | 24 | |
| Всего | | 216 | 32 | | 64 | 72 | 48 | |

Примечание:

* - формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (КР), задачи (З), домашнее задание (ДЗ).

** - формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).

Содержание дисциплин модуля Б1.Б.08 «Математика»

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

Тема 1. Матрицы и определители.

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений.

Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения. Модель Леонтьева - модель многоотраслевой экономики.

Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства. Линейные преобразования (операторы). Способы нахождения матрицы линейного преобразования. Ранг и дефект линейного преобразования.

Тема 4. Комплексные числа. Собственные значения и векторы.

Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами и их свойства. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов. Линейная модель обмена.

Тема 5. Квадратичные формы.

Понятие квадратичной формы. Матричная запись. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Уравнение линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Углы между плоскостями и прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности. Поверхности второго порядка, их геометрические свойства. Элементы аналитической геометрии в n-мерном пространстве

Б1.Б.08.02 Математический анализ

Часть 1

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств.

Высказывания и основные операции над ними. Эквивалентные высказывания и логические законы. Методы доказательства. Предикаты. Кванторы общности и существования. Логические законы, формулирующиеся с использованием кванторов.

Множества. Простейшие операции над множествами. Диаграммы Венна. Тождества теории множеств и методы их доказательства.

Кортежи. Прямое (декартово) произведение множеств. Координатная диаграмма декартова произведения.

Понятие отношения. Графическое представление отношений (граф и координатная диаграмма). Обратное отношение. Свойства отношений. Разбиения множества и отношение эквивалентности. Отношения порядка.

Тема 2. Отображения. Числовые последовательности. Функции одной переменной.

Отображения и их основные свойства. Функциональные отображения. Взаимно-однозначное соответствие множеств. Понятие числовой последовательности. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции. Сложные и взаимно обратные функции. Неявные функции. Основные свойства функций.

Тема 3. Пределы последовательностей и функций.

Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела, применение в экономических расчетах. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

Тема 4. Дифференциальное исчисление.

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала, приложения производной в экономических расчетах. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Использование производных в экономических задачах

Часть 2

Тема 1. Неопределенный и определенный интегралы.

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей и тригонометрических выражений.

Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Экономические приложения определенного интеграла.

Тема 2. Ряды.

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакопеременного ряда. Понятия функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье.

Тема 3. Функции нескольких переменных.

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные функции и полный дифференциал. Функции нескольких переменных в экономике.

Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.

Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа.

Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по модулю дисциплин Б1.Б.08 «Математика»

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации модуля дисциплин **Б1.Б.08 «Математика»** используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся: опрос, домашнее задание, контрольная работа, задачи

В ходе реализации дисциплины **Б1.Б.08.01 Линейная алгебра** используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

| Тема (раздел) | | Формы (методы) текущего контроля успеваемости |
|---------------|--|---|
| Тема 1 | Матрицы и определители. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |
| Тема 2 | Системы линейных алгебраических уравнений. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |
| Тема 3 | Линейные пространства и преобразования. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |
| Тема 4 | Комплексные числа. Собственные значения и векторы. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |
| Тема 5 | Квадратичные формы. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |
| Тема 6 | Элементы аналитической геометрии. | Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание |

В ходе реализации дисциплины **Б1.Б.08.02 Математический анализ** используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

| Тема (раздел) | | Формы (методы) текущего контроля успеваемости |
|---------------|--|---|
| I часть | | |
| Тема 1 | Основы математической логики и теории множеств | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |
| Тема 2 | Отображения. Числовые последовательности. Функции одной переменной | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |
| Тема 3 | Пределы последовательностей и функций | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |

| | | |
|-----------------|---|--|
| Тема 4 | Дифференциальное исчисление | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |
| II часть | | |
| Тема 1 | Неопределенный и определенный интегралы | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |
| Тема 2 | Ряды | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |
| Тема 3 | Функции нескольких переменных | Домашнее задание, контрольная работа, задачи |

4.1.2. **Контрольная работа** по модулю дисциплин **Б1.Б.08.03(К) «Математика»** проводится с применением следующих методов (средств): в форме письменной работы.

Экзамен по дисциплине **Б1.Б.08.01 Линейная алгебра** проводится с применением следующих методов (средств): в устной форме по вопросам.

Экзамен по дисциплине **Б1.Б.08.02 Математический анализ** проводится с применением следующих методов (средств): в устной форме по вопросам.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости по модулю **Б1.Б.08 «Математика»**.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по дисциплине **Б1.Б.08.01 Линейная алгебра** по следующим показателям:

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- решение практических задач,
- выполнение контрольных работ,
- выполнение домашних заданий.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, решение практических задач на семинарских занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, по результатам выполнения контрольных работ.

Опрос студентов осуществляется на основании планов практических занятий с учетом выполнения текущих домашних заданий.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по дисциплине **Б1.Б.08.02 Математический анализ** по следующим показателям:

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- решение практических задач,
- выполнение контрольных работ,
- выполнение домашних заданий.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, решение практических задач на семинарских занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, по результатам выполнения контрольных работ.

Вопросы для подготовки к опросам, решению задач и контрольным работам по темам:

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

Тема 1. Матрицы и определители.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое матрица?

Где используются матрицы?

Правила сложения и умножения матриц.

2. Задача 1. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

а)

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.
д) AB ; е) A^TB ; ж) AB^T ; з) BA^T .

3. Решить задачи [Л11, с.60, 64]:

1.17, 1.20, 1.23; 1.40, 1.43

4. Задача 2. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

на дом

1. Задача 3. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.
д) AB ; е) A^TB ; ж) AB^T ; з) BA^T .

2. Решить задачи [Л1, с.60, 64]: 1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

3. Задача 4. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Какая матрица называется обратной?

Когда существует обратная матрица?

2. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.51; 1.62

3. Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице C, если она существует (см. п. 4 занятия 1).

¹ Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Задача 2. Найти ранг матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Решить задачи [Л1, с.70-71]: 1.71; 1.73; 1.79

на дом

1. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.52; 1.65.

2. Задача 3. Найти матрицу, обратную матрице C, если она существует.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Решить задачи [Л1, с.70-71]:

а) 1.74; 1.75; 1.82

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Найти значение многочлена f(x) от матрицы A [Л1, с.61]: 1.35

3. Решить задачи с экономическим содержанием [Л1, с.72-77]:

1.88; 1.89; 1.90; 1.91; 1.93; 1.97.

на дом 1.36; 1.94; 1.95; 1.96; 1.98.

Контрольная работа.

Задача 1. Даны матрицы A и B. Найти матрицу $C = 2A^T + B$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 4 & 10 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 4 & 11 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу, обратную матрице A

| | |
|--|--|
| $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 3 | Вариант 4 |
| $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 5 | Вариант 6 |
| $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 7 | Вариант 8 |
| $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 9 | Вариант 10 |

Задача 3. Найти определитель произведения двух матриц $\det(A \cdot D)$ и $\det(A \cdot D^{-1})$.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Найти ранг матрицы

| | |
|--|---|
| $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 3 | Вариант 4 |
| $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 5 | Вариант 6 |
| $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 7 | Вариант 8 |
| $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ | $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ |
| Вариант 9 | Вариант 10 |

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое СЛАУ?

Какие методы решения СЛАУ вы знаете?

2. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.14, 2.19, 2.22

3. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}.$$

4. Решить задачу 2.46 [Л1, с. 115]:

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.15, 2.20, 2.23.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.26, 2.47;
3. Задача 1. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116], 2.52, 2.54.

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.27, 2.48.
2. Задача. 2. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116]. 2.53; 2.55.

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 3. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.56; 2.58
3. Задача 4. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117], 2.60; 2.62; 2.64
4. Решить задачи [Л1, с.117-119]: 2.67; 2.69.

на дом

1. Задача 5. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.57; 2.59.
2. Задача 6. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117]: 2.61; 2.63.
3. Решить задачи [Л1, с. 117-119]: 2.68, 2.70, 2.72

Контрольная работа.

Задача 1. Записать систему уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение.

Вариант 1

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 = -7 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 = -1 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 1 \\ 5x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 5x_2 = -12 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}$$

Задача 2. Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 1. Доказать, что множество двумерных геометрических векторов с заданными на нем операциями сложения и умножения на число образует линейное пространство.
3. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.50, 3.53, 3.56, 3.58, 3.61
4. Задача 2. Найти косинус угла между векторами x и y , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.20, 3.26

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.51, 3.54, 3.57, 3.59, 3.62.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 158, с. 159, с. 166, с. 168-169]: 3.20, 3.26, 3.65, 3.71, 3.73, 3.78

тор 3. Задача 3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.21, 3.27.

2. Решить задачи [Л1, с. 168-169]: 3.72, 3.79.

тор 3. Задача 4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

$$y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.
 - а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = x_2$;
 - б) поворот на 45° по часовой стрелке;
 - в) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
3. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.80; 3.82.

на дом

1. Задача 6. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.
 - а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.
 - б) поворот на угол α против часовой стрелки;
 - в) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
2. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.81; 3.83.

Контрольная работа.

Задача 1. Представить вектор x в виде линейной комбинации векторов a_1, a_2, a_3 , если система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независима. В случае линейной зависимости векторов a_1, a_2, a_3 заменить один из них на вектор x так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

Вариант 2

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему алгоритму:

| | |
|------------|---|
| Вариант 1. | Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке. |
| Вариант 2. | Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки. |
| Вариант 3. | Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$. |
| Вариант 4. | Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$. |
| Вариант 5. | Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на 90° против часовой стрелки. |
| Вариант 6. | Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат. |
| Вариант 7. | Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$. |
| Вариант 8. | Симметричное отображение относительно начала координат, а затем |

| | |
|-------------|--|
| | симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$. |
| Вариант 9. | Поворот по часовой стрелке на 90° , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$. |
| Вариант 10. | Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки. |

Тема 4 Комплексные числа. Собственные значения и векторы.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 805-806]:

15.7, 15.8в, 15.12, 15.22

3. Задача 1. Даны комплексные числа $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -2 + \sqrt{5}i$. Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 , $|z_1|$, $|z_2|$, $z_1 \cdot \bar{z}_2$

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 805-806]: 15.8г, 15.23.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 172-173]:

3.87, 3.91. 3.96. 3.102

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 172-173]: 3.88. 3.92. 3.97, 3.103.

Контрольная работа.

Задача 1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 5 & 3 & -7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Тема 5. Квадратичные формы.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.111, 3.117, 3.120, 3.124

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.112, 3.118, 3.121, 3.125

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.131, 3.133, 3.135

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.132, 3.136, 3.138

Контрольная работа.

Задача 1. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1. $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 10x_2x_3$.

Вариант 2. $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2x_3$.

Вариант 3. $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$.

Вариант 4. $F = 2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3$.

Вариант 5. $F = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 12x_2x_3$.

Вариант 6. $F = x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 26x_1x_3 + 6x_2x_3$.

Вариант 7. $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$.

Вариант 8. $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 46x_1x_3 - 2x_2x_3$.

Вариант 9. $F = x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1x_3$.

Вариант 10. $F = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_3 + 2x_2x_3$.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]: 4.21, 4.35, 4.37, 4.38, 4.47;

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]: 4.28, 4.39, 4.41, 4.48.

Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 235]: 4.69, 4.79, 4.93, 4.119

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 236]:
4.33, 4.70, 4.83, 4.98, 4.121.

Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 229–236]:
4.108, 4.114, 4.116, 4.119

на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 229–236]: 4.115, 4.117, 4.120, 4.121

Контрольная работа.

Задача 1. Даны вершины треугольника $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Составить:
а) уравнения медианы и высоты треугольника ABC , проведенные из вершины A ; б) уравнение биссектрисы внутреннего угла B .

| | A | B | C |
|------------|---------|-----------|----------|
| Вариант 1 | (3,1) | (-13,-11) | (-6,-3) |
| Вариант 2 | (26,-5) | (2,2) | (-2,-1) |
| Вариант 3 | (-2,3) | (-18,-9) | (-11,15) |
| Вариант 4 | (6,8) | (-1,-2) | (1,-7) |
| Вариант 5 | (5,4) | (3,-9) | (-12,8) |
| Вариант 6 | (14,-2) | (11,8) | (15,-6) |
| Вариант 7 | (-21,4) | (4,10) | (-6,7) |
| Вариант 8 | (-3,-4) | (8,-7) | (16,12) |
| Вариант 9 | (22,8) | (4,14) | (-5,9) |
| Вариант 10 | (-8,-7) | (6,16) | (-4,-14) |

Задача 2. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости $Ax+By+Cz+D=0$. Найти координаты точки пересечения плоскости и нормали. Записать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через эту точку.

| | A | B | C | D |
|-----------|----|----|----|----|
| Вариант 1 | 2 | 1 | -1 | 4 |
| Вариант 2 | 1 | 2 | -1 | 2 |
| Вариант 3 | -2 | 2 | 1 | -4 |
| Вариант 4 | 2 | -2 | -1 | -4 |
| Вариант 5 | 1 | -2 | -1 | -2 |
| Вариант 6 | 2 | -1 | 3 | 6 |
| Вариант 7 | 1 | -1 | 3 | -3 |
| Вариант 8 | -2 | 1 | 3 | 6 |
| Вариант 9 | 2 | -1 | 1 | 2 |

| | | | | |
|------------|---|----|----|----|
| Вариант 10 | 1 | -1 | -3 | -3 |
|------------|---|----|----|----|

Б1.Б.08.02 Математический анализ

Задачи, домашние задания и контрольные работы по темам

ЧАСТЬ 1.

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Практическое занятие 1

- Повторение определений основных понятий темы.
- Доказать логические законы, используя таблицы истинности, и дать примеры их содержательной интерпретации

а) $\overline{a \vee b} \Leftrightarrow \overline{a} \wedge \overline{b}$; б) $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow \overline{a} \vee b$;

в) $a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$;

на дом

а) $\overline{a \wedge b} \Leftrightarrow \overline{a} \vee \overline{b}$; б) $a \Rightarrow b \Leftrightarrow \overline{a \wedge \overline{b}}$;

в) $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.

- Пусть p означает: «число a делится на число b », q означает: «число a делится на число c » и r означает: «число a делится на произведение чисел b и c ». Сформулировать предложения, записанные в виде формул, и определить, если возможно, их значение (истинность)

а) $p \wedge q$; б) $p \wedge q \Rightarrow r$;

на дом

а) $\overline{p} \wedge \overline{q}$; б) $p \vee q \Rightarrow \overline{r}$

Практическое занятие 2

- Проверка домашнего задания.
- Повторение определений основных понятий темы.
- Пусть R и D означают соответственно высказывания: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания и определить, если возможно, их значение (истинность).

а) Если данный четырехугольник есть ромб, то диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны;

б) Неверно, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то данный четырехугольник есть ромб.

на дом

а) Данный четырехугольник не ромб, или диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны.

- Дано множество $M = \{a, b\}$. Предикат $P(x, y)$, где x и $y \in M$, задан следующей таблицей

| X | Y | $P(x, y)$ |
|-----|-----|-----------|
| A | A | 1 |
| A | B | 1 |
| B | A | 1 |
| B | B | 0 |

Определить значение истинности следующих высказываний и дать пример их содержательной интерпретации.

а) $\exists x P(x, a)$ б) $\forall y P(a, y)$ в) $\exists x \forall y P(x, y)$.

на дом

а) $\exists y P(a, y)$ б) $\forall x P(x, a)$ в) $\forall x \exists y P(x, y)$.

- Записать в форме высказываний, введя необходимые обозначения предикатов, следующие предложения:

а) Все москвичи в данной группе учатся на «хорошо» и «отлично».

- б) В данной группе нет слушателей старше 30 лет.
 в) Не всё то золото, что блестит (использовать квантор общности).
 на дом
 а) Все слушатели в данной группе – москвичи или из Подмосковья.
 б) Некоторые москвичи – слушатели данной группы.
 в) Не всё то золото, что блестит (использовать квантор существования).

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Пусть $R(x)$ и $D(x)$ – предикаты, определенные на множестве четырехугольников, означающие соответственно: «четырёхугольник x есть ромб» и «диагонали четырёхугольника x взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания
 а) Если четырёхугольник есть ромб, то диагонали этого четырёхугольника взаимно перпендикулярны;

на дом

- а) Любой четырёхугольник – не ромб, или его диагонали взаимно перпендикулярны.
 б) Неверно, что если диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырёхугольник есть ромб.
 4. Пусть $S(x, y, z)$ – предикат сложения (z является суммой x и y), рассматриваемый на множестве \mathbf{Z} всех целых чисел и на множестве $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$ целых неотрицательных чисел. Какова содержательная интерпретация следующих формул и на каком множестве (\mathbf{Z} или \mathbf{N}_0) они истинны?

- а) $\forall y \exists x S(x, y, 0)$ б) $\forall z \forall x \exists y S(x, y, z)$.

на дом

- а) $\exists y \forall x S(x, y, x)$ б) $\exists x \exists y S(x, y, -12)$
 5. Даны множества: $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $X = \{1, 5\}$, $Y = \{1, 2, 4\}$, $Z = \{2, 5\}$. Найти следующие множества и начертить диаграммы Венна, иллюстрирующие их построение,

а) $\overline{X \cap Y}$ б) $(X \cap Z) \cup \overline{Y}$

на дом

а) $\overline{X} \cap Y$ б) $(X \setminus Z) \cap (Y \setminus Z)$

6. Доказать с помощью диаграмм Венна следующие тождества

$$\overline{X} \cup Y = \overline{X \cap \overline{Y}} \quad \text{на дом}$$

$$(X \cap Z) \cup Y = (X \cup Y) \cap (Z \cup Y).$$

Практическое занятие 4

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Даны множества: $X = \{1, 5\}$, $Y = \{1, 2, 4\}$, $Z = \{2, 5\}$.
 Найти следующие множества и начертить координатные диаграммы, иллюстрирующие их построение,

$X \times Y$, *на дом* $X \times Y \cap Z$.

4. На плоскости Oxy задан предикат $P(x, y)$, множеством истинности которого является область, граница которой состоит из прямых отрезков, соединяющих последовательно точки с координатами $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 2)$, $(2, 1)$, $(1, 1)$, $(1, 0)$, $(0, 0)$.

Множества истинности предикатов $Q_{ij}(x, y)$, $R_{ij}(x, y)$ определяются множествами точек $A(i, j) = \{i \leq x \leq j\}$ и $B(i, j) = \{i \leq y \leq j\}$ соответственно на плоскости Oxy , где i, j – целые числа.

а) Используя операции над множествами, записать формулу получения множества истинности предиката $P(x, y)$

б) Используя логические операции, записать формулу предиката $P(x, y)$

на дом

На плоскости Oxy задан предикат $P(x, y)$, множеством истинности которого является область, граница которой состоит из прямых отрезков, соединяющих последовательно точки с координатами $(0, 0), (0, 2), (2, 2), (2, 1), (1, 1), (1, 0), (0, 0)$.

Множества истинности предикатов $Q_{ij}(x, y), R_{ij}(x, y)$ определяются множествами точек $A(i, j) = \{i \leq x \leq j\}$ и $B(i, j) = \{i \leq y \leq j\}$ соответственно на плоскости Oxy , где i, j – целые числа.

а) Используя операции над множествами, записать формулу получения множества истинности предиката $P(x, y)$

б) Используя логические операции, записать формулу предиката $P(x, y)$

5. Выписать все элементы отношений $\rho = \langle X, R \rangle$ и ρ^{-1} ; представить их в виде координатных диаграмм и графов отношений, если

$X = \{1, 3, 5\}, R = \{ \langle x, y \rangle : x \leq y \},$

на дом

$X = \{2, 4, 16, 22\}, R = \{ \langle x, y \rangle : x \text{ является делителем } y \},$

6. Исследовать свойства отношений, приведенных в п. 5, (рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность, иррефлексивность, асимметричность, сравнимость). Определить, являются ли эти отношения а) отношением эквивалентности; б) отношением строгого порядка; в) отношением нестрогого порядка; г) отношением линейного порядка.

Контрольная работа.

Задача 1. Дано множество $M = \{a, b\}$. Предикат $P(x, y)$, где $x \in M, y \in M$, задан следующей таблицей.

| x | y | $P(x, y)$ |
|-----|-----|-----------|
| a | a | 0 |
| a | b | 1 |
| b | a | 1 |
| b | b | 1 |

Определить значение истинности высказывания (с объяснением)

| | | | |
|------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------------------|
| Вариант 1 | $\forall x P(x, a)$ | Вариант 6 | $\forall y P(b, y)$ |
| Вариант 2 | $\exists x P(x, a)$ | Вариант 7 | $\exists x P(x, b)$ |
| Вариант 3 | $\forall y P(a, y)$ | Вариант 8 | $\exists y \exists x P(x, y)$ |
| Вариант 4 | $\exists y P(a, y)$ | Вариант 9 | $\exists x \forall y P(x, y)$ |
| Вариант 5 | $\forall x \forall y P(x, y)$ | Вариант 10 | $\forall x \exists y P(x, y)$ |

Тема 2. Отображения. Числовые последовательности. Функции одной переменной
Практическое занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.
 3. Пусть $X = Y = \mathbf{R}$, а отображение $\varphi: X \rightarrow Y$ задается указанным ниже законом. Нарисовать график отображения и охарактеризовать отображение (всюду определенность, функциональность, отображение «на», взаимная однозначность).

а) $y = \lfloor x \rfloor$, б) $\lfloor y \rfloor = \lfloor x \rfloor$,

на дом

а) $x = y^2$; б) $y = \operatorname{tg} x$.

4. Определить области определения и области значений следующих функций:

а) $y = \sqrt{3x - x^3}$; б) $y = \log(x^2 - 4)$;

на дом а) $y = \sqrt{2 + x - x^2}$; б) $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$.

3. Решить задачи [Л1², с.266]:

5.16, 5.19 *на дом* 5.17, 5.18.

4. На какое множество R_y отображает множество R_x функция $y = f(x)$

$y = x^2$, $R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$; *на дом* $y = \lg x$, $R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$.

5. Пусть функция $f(u)$ определена при $0 < u < 1$. Найти область определения функций

$f(\ln x)$ *на дом* а) $f(|x|)$; б) $f(\sin x)$.

Практическое занятие 2

$a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$; \mathbf{R} – множество действительных чисел.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Построить графики функций $y = ax + b$,
4. Решить задачи [Л1, с.267]:

5.38(в), 5.40(а), 5.26 *на дом* 5.38(а), 5.39(г), 5.41(д), 5.46.

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти:

а) $f[f(x)]$, если $f(x) = \frac{1}{1-x}$; б) $f(x)$, если $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$;

в) $f(x)$, если $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$.

4. Решить задачи [Л1, с.266]:

5.32, 5.34 *на дом* 5.33, 5.36

5. Решить задачи [Л1, с.267]:

5.42 *на дом* 5.43.

Контрольная работа.

Задача 1. Отображение $f: X \rightarrow Y$ задается законом, представленным ниже. $X=Y=\mathfrak{R}$. Охарактеризовать отображение (всюду определенность, функциональность, отображение «на», взаимная однозначность). Построить график отображения.

Вариант 1. $y = 1/\sin x$

Вариант 6. $x^2 = y$

² Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

Вариант 2. $y = \operatorname{tg} x + 1$

Вариант 7. $x \cdot y = 1$

Вариант 3. $x = y^2$

Вариант 8. $|y| = x$

Вариант 4. $y = |x|$

Вариант 9. $y = 2/x$

Вариант 5. $|y| = |x|$

Вариант 10. $y = \cos^2 x$

Тема 3. Пределы последовательностей и функций

Практическое занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$;

4. Решить задачи [Л1, с.302 -304, 309]:

6,12, 6.15, 6,17, 6.23, 6,25, 6.27;

на дом 6,14, 6.21, 6,33, 6.39, 6.40, 6.43,.

Практическое занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

3. Решить задачи [Л1, с.309-311]:

6.54, 6.70, 6.74, 6.75, 6.86, 6.88;

на дом 6.50, 6.78, 6.79, 6.83, 6.85

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$;

3. Решить задачи [Л1, с.309-311]:

6.110, 6.118, 6.147, 6.151, 6.154

на дом 6.111, 6.130, 6.148,

Практическое занятие 4

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.309-311]:

6.104, 6.105, 6.136, 6.140

на дом 6.99, 6.107, 6.141.

Контрольная работа.

Задача 1. Вычислить пределы последовательностей

Вариант 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - n^2 - n + 1}{2n^3 - 3n + 2}$$

Вариант 2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n-2} - \frac{4}{n^2-4} \right)$$

Вариант 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n^2 + 3n}}{\sqrt[3]{n^3 - 2n^2}}$$

Вариант 4

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n + \cos n}{\sqrt{1+n^2}}$$

Вариант 5

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt{2n^2 + 3n}}{\sqrt[3]{n^3 - 2n^2}}$$

Вариант 6

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 1}{2n^3 - 3n + 2}$$

Вариант 7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n-2} - \frac{12}{n^3-8} \right)$$

Вариант 8

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - n + 1}{2n^2 - 3n + 2}$$

Вариант 9

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2n}{\sqrt{1+n} - 1}$$

Вариант 10

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \frac{1}{n}}{n + 2\sqrt{n} + 1}$$

Задача 2. Вычислить пределы функций

Вариант 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

Вариант 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

Вариант 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+2x}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$$

Вариант 5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3}$$

Вариант 6

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

Вариант 7

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

Вариант 8

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}{1 - \sqrt{1+x}}$$

Вариант 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x} - 1}$$

Вариант 10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 2x}$$

Тема 4. Дифференциальное исчисление

Практическое занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$; б) $y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$;

на дом $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$;

Решить задачи [Л1, с.354, 355]:

7.27, 7.39, 7.48 **на дом** 7.55, 7.63.

4. Вычислить производные в заданной точке

Решить задачи [Л1, с.355]:

7.64 **на дом** 7.66.

5. Найти производные от неявных функций

Решить задачи [Л1, с.356]:

7.80, 7.84 **на дом** 7.83, 7.85.

Практическое занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $x^2 + y^2 - 36 = 0$ в заданной точке $M(-4, -\sqrt{20})$.

Решить задачи [Л1, с.359, 360]:

7.108, 7.110 **на дом** 7.116, 7.119.

4. Найти производные функций, заданных параметрически

Решить задачи [Л1, с.356]:

7.86, 7.89 **на дом** 7.87, 7.88.

5. Найти производные второго порядка функций

Решить задачи [Л1, с.356]:

7.90 **на дом** 7.94.

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Исследовать функции и построить их графики

а) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; б) $y = x + \frac{1}{x}$; в) $y = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}$;

на дом а) $y = \frac{3\sqrt{x}}{3x+1}$; б) $y = x^{2/3}(1-3x)$.

Практическое занятие 4

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решить задачи [Л1, с.361]:

7.124, 7.133 **на дом** 7.131, 7.132.

3. Вычислить, используя понятие дифференциала

Решить задачи [Л1, с.361]:

7.134 **на дом** 7.139.

4. Решить задачи [Л1, с.361]:

7.140 **на дом** 7.141.

5. Решить задачи на правило Лопиталя [Л1, с.404, 405]:

8.34, 8.38, 8.41, 8.44 **на дом** 8.45, 8.48, 8.49.

6. Решить задачи [Л1, с.409]:

8.91, 8.92 **на дом** 8.93.

Практическое занятие 5

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решить задачи на экономические приложения производной

[Л1, с.365 - 367]:

7.152, 7.154, 7.161.

[Л1, с.422 - 424]:

8.148, 8.151, 8.155.

Контрольная работа.

Задача 1. Записать уравнение касательных, проходящей через точку $M(x,y)$, к графику функции $y=f(x)$. Записать уравнение нормали к графику в точках касания.

Вариант 1

$$M(1,2); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 2

$$M(1,3); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 3

$$M(1,-1); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 4

$$M(1,-2); \quad y = x^2 - 2x$$

Вариант 5

$$M(1,1); \quad y = x^2 - 2x$$

Вариант 6

$$M(-1,2); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 7

$$M(-1,1); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 8

$$M(-1,5); \quad y = x^2 + 2x$$

Вариант 9

$$M(1,-3); \quad y = x^2 - 2x$$

Вариант 10

$$M(1,-8); \quad y = x^2 - 2x$$

Задача 2. Исследовать функцию и построить график.

Вариант 1

$$y = \frac{2x}{1+x^2}$$

Вариант 2

$$y = x^2 e^{-2x}$$

Вариант 3

$$y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

Вариант 4

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Вариант 6

$$y = x^2 + 2\sqrt{-x}$$

Вариант 7

$$y = \sqrt{x} e^{-x^2}$$

Вариант 8

$$y = x e^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 9

$$y = \frac{1}{1-e^x}$$

Вариант 5

$$y = x\sqrt{1+x}$$

Вариант 10

$$y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$$

ЧАСТЬ 2.

Тема 1. Неопределенный и определенный интегралы.

Практическое занятие 1

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int e^x 5^{4x} dx$; б) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$.

Решить задачи [Л1, с.548 - 549]:

10.20, 10.25, 10.39 **на дом** 10.26, 10.32, 10.34.

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$; б) $\int x(x-3)^8 dx$; в) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$.

Решить задачи [Л1, с.554 - 556]:

10.43, 10.46, 10.67 **на дом** 10.66, 10.76, 10.80, 10.92.

Практическое занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а) $\int x \cos x dx$; б) $\int x \ln x dx$; в) $\int x e^x dx$;

Решить задачи [Л1, с.560]:

10.97, 10.107 **на дом** 10.118, 10.126.

4. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

а) $\int \frac{3x+4}{x^2-3x+2} dx$; б) $\int \frac{3x+4}{x^2+2x+5} dx$

Решить задачи [Л1, с.565]:

10.137, 10.143 **на дом** 10.144, 10.150.

5. Найти интегралы от тригонометрических функций

Решить задачи [Л1, с.571 - 572]:

10.171, 10.174 **на дом** 10.181, 10.185.

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить определенные интегралы

Решить задачи [Л1, с.616-621]:

11.23в, 11.24 **на дом** 11.23а, 11.25

4. Вычислить определенные интегралы методом замены переменных

Решить задачи [Л1, с. 616-621]:

11.23б, 11.23ж **на дом** 11.23г, 11.28

5. Вычислить определенные интегралы методом интегрирования по частям

Решить задачи [Л1, с. 616-621]:

11.23д, 11.23е **на дом** 11.36, 11.37

Практическое занятие 4.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.621]:
 11.38 *на дом* 11.43, 11.48.
3. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми
 - а) $y = -x^2 + 3$, $y = 0$; б) $y = x^2 - 2x$, $y = 4x - x^2$;
 - в) $y = -x^2 + 4x$, $y = 2x$.

Решить задачи [Л1, с.630]:

11.64 *на дом* 11.73, 11.84.

4. Найти объемы тел вращения

Решить задачи [Л1, с.631]:

11.90 *на дом* 11.93.

Практическое занятие 5.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить несобственные интегралы

а) $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2}$, $a > 0$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$; в) $\int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}$.

Решить задачи [Л1, с.631, 635 - 636]:

11.115, 11.92 *на дом* 11.128, 11.129, 11.96.

Практическое занятие 6.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи на экономические приложения определенного интеграла [Л1, с.641]:
 11.146, 11.152, 11.153 *на дом* 11.148, 11.151, 11.154.

Контрольная работа.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми

| | | |
|--|--|---|
| Вариант 1 $y = \sqrt{1-x}$, $y = x+1$, $y = 0$ | Вариант 2 $y = e^x$, $y = e^{x/2}$, $y = e^2$ | Вариант 3 $xy = 1$, $y = 0$, $x = 3$, $y = x^2$ |
| Вариант 4 $y = x^2 + 2$, $x = 0$, $y = 1 - x^2$, $x = 1$ | Вариант 5 $y = 4/x^2$, $x = 1$, $y = x - 1$ | Вариант 6 $y = 2 - x^4$, $y = x^2$ |
| Вариант 7 $y = -x^2$, $y = 2e^x$, $x = 0$, $x = 1$ | Вариант 8 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ | Вариант 9 $y = x^2$, $y = 1 + 0.75x^2$ |
| Вариант 10 $x = 0$, $x = 2$, $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$ | | |

Задача 2. Вычислить интеграл (если он сходится).

Вариант 1

$$\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

Вариант 2

$$\int_0^1 x \cdot \ln 2x dx$$

Вариант 3

$$\int_{-\infty}^{-4} \frac{x dx}{x^2 + 3x - 4}$$

Вариант 4

$$\int_{-4}^0 \frac{x dx}{x^2 + 3x - 4}$$

Вариант 5

$$\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 3x - 4}$$

Вариант 6

$$\int_{-1}^1 \ln(x+1) dx$$

Вариант 7

$$\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-2x} dx$$

Вариант 8

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(3x+1)^2}$$

Вариант 9

$$\int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x - 4}$$

Вариант 10

$$\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$$

*Тема 2. Ряды.**Практическое занятие 1*

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots; \quad \text{на дом} \quad \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots.$$

Решить задачи [Л1, с.741]:

13.19 *на дом* 13.20, 13.24.

4. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2};$$

$$\text{на дом а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}.$$

Решить задачи [Л1, с.748 - 750]:

13.37, 13.61, 13.70 *на дом* 13.38, 13.62, 13.71.

Практическое занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.748 - 750]:
13.82, 13.89, 13.90, *на дом* 13.84, 13.91, 13.92.
4. Исследовать сходимость знакочередующегося числового ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1000}{3n+1} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+100};$$

Решить задачи [Л1, с.753, 754]:

13.106, 13.113 *на дом* 13.120, 13.123.

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти область сходимости степенного ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{3^n}}$.

Решить задачи [Л1, с.776]:

14.14, 14.16, 14.27 **на дом** 14.20, 14.23.

Практическое занятие 4

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

а) $f(x) = (1+x)^n$; б) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - x}{x^3} & \text{при } x \neq 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} & \text{при } x = 0 \end{cases}$.

4. Решить задачи [Л1, с.783]:

14.41, 14.65, 14.69 **на дом** 14.66, 14.68, 14.70.

Практическое занятие 5

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах следующие функции

$f(x) = \cos ax$ в интервале $(-\pi, \pi)$;

на дом $f(x) = e^{ax}$ в интервале $(-h, h)$.

Контрольная работа.

Задача 1. Исследовать сходимость числового ряда

| | |
|--|---|
| Вариант 1 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^3} \ln(n+1)}$ | Вариант 6 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{10^n}{12^n + n^2}$ |
| Вариант 2 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{2n^2} \right)$ | Вариант 7 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{n+1}{n} \right)^n}{2^n}$ |
| Вариант 3 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n^5 + 2}$ | Вариант 8 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}$ |
| Вариант 4 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+3)}$ | Вариант 9 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n(3^n - 4)}$ |
| Вариант 5 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 2n}{n^3 + 3n - 1}$ | Вариант 10 |

| | |
|--|---|
| | $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$ |
|--|---|

Задача 2. Разложить функцию в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

| | |
|--|---|
| Вариант 1 $y = \sin \frac{x}{2}$ | Вариант 6 $y = \frac{e^x - 1}{x}$ |
| Вариант 2 $y = \frac{1}{1+x^4}$ | Вариант 7 $y = \sqrt{1+x^2}$ |
| Вариант 3 $y = x^2 e^{-2x}$ | Вариант 8 $y = \ln(6+x-x^2)$ |
| Вариант 4 $y = x \arctg x$ | Вариант 9 $y = \cos^2 x$ |
| Вариант 5 $y = \frac{x + \ln(1-x)}{x^2}$ | Вариант 10 $y = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$ |

Тема 3. Функции нескольких переменных.

Практическое занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти частные производные функций двух переменных

$$z = x^2 y - \cos^2 xy$$

Решить задачи [Л1, с.504]:

9.44, 9.46

на дом

9.47, 9.50.

4. Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = f(x^2 + y^2); \quad \text{на дом} \quad x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z = \frac{y^2}{3x} + f(xy).$$

5. Найти полные дифференциалы функций

Решить задачи [Л1, с.505]:

9.54

на дом

9.55.

Практическое занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти производные функций двух переменных по направлению

Решить задачи [Л1, с.505]:

9.60, 9.62

на дом

9.61, 9.63.

4. Найти величину и направление градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$.

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad M(1, 2, 1).$$

на дом $f(x, y, z) = x y z, \quad M(1, 1, 1).$

Решить задачи [Л1, с.505]:

9.64, 9.66 **на дом** 9.68.

Практическое занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти критические точки функций и проверить в них выполнение достаточного условия локального экстремума

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2.$$

Решить задачи [Л1, с.509]:

9.88 **на дом** 9.76, 9.84.

4. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

$$f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2 \text{ при условии } y - 2x - 1 = 0;$$

$$\text{на дом } f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2 \text{ при условии } x^2 + y^2 - 5 = 0.$$

Решить задачи [Л1, с.510]:

9.93, 9.98 **на дом** 9.99, 9.100.

Практическое занятие 4

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по области G , заданной границами J

$$\text{а) } f(x, y) = xy, J = \{(x, y): y=0, y=x, x=1\};$$

$$\text{б) } f(x, y) = x + y^2, J = \{(x, y): y=x, y=x^2\};$$

$$\text{на дом } f(x, y) = x - y, G(x, y) - \text{треугольник с вершинами } (1,1), (4,1), (4,4).$$

Решить задачи [Л1, с.643, 644]:

11.159 **на дом** 11.160.

Практическое занятие 5

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$xy=1, x+y=2,5; \quad \text{на дом} \quad y^2=2x+1, y^2=-2x+1.$$

Решить задачи с помощью двойного интеграла [Л1, с.622, 630]:

11.56а,е **на дом** 11.62, 11.68.

4. Найти объем цилиндрида, основание которого находится на плоскости xOy и имеет границу J , а высота определяется функцией $h(x, y)$

$$J = \{(x, y): y=0, y=x, x=\pi/2\}; h(x, y) = \sin x$$

$$\text{на дом} \quad J = \{(x, y): y=0, y=x, x=\pi/2\}; h(x, y) = \sin x + \sin y$$

Практическое занятие 6

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи на применение функций нескольких переменных в экономических задачах

[Л1, с.518, 519]:

9.113, 9.114, 9.116

на дом 9.115, 9.117, 9.118, 9.120

Практическое занятие 7

1. Проверка домашнего задания и контрольных работ.

Контрольная работа.

Задача 1. Исследовать функции на экстремум

| | |
|---|---|
| Вариант 1 $z = x^3 y^2 (2 - x - y)$ | Вариант 6 $z = x^2 y^3 (1 - x - y)$ |
| Вариант 2 $z = x^3 y^2 (1 - x + y)$ | Вариант 7 $z = x^2 y^2 (1 - 2x - y)$ |
| Вариант 3 $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 + y)$ | Вариант 8 $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 - y)$ |
| Вариант 4 $z = e^x (y^2 - 2x)$ | Вариант 9 $z = e^x (y^2 + 2x)$ |
| Вариант 5 $z = xy - \ln(x + y)$ | Вариант 10 $z = -xy - \ln(x - y)$ |

Задача 2. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по области G , заданной уравнениями границ

| | |
|--|--|
| Вариант 1 $\iint_G e^{xy} dx dy,$ $yx = 1, y = 0, x = 2, x = 3$ | Вариант 6 $\iint_G (\sqrt{x} + \sqrt{y}) dx dy,$ $y = x^2, y = 4x^2, x = 2$ |
| Вариант 2 $\iint_G \sin(x - y) dx dy,$ $y = x, y = 2x, x = \pi$ | Вариант 7 $\iint_G (x + y) dx dy,$ $x = y, x + y = \pi/2, y = 0$ |
| Вариант 3 $\iint_G xy^2 dx dy,$ $x = 0, y = 0, y = 1 - x$ | Вариант 8 $\iint_G \frac{1}{(x - y)^2} dx dy,$ $x = 1, x = 2, y = 3, y = 4$ |
| Вариант 4 $\iint_G \sin(2x + y) dx dy,$ $y = x, x + y = \pi/4, y = 0$ | Вариант 9 $\iint_G (3yx^2 - 2x) dx dy,$ $x = 0, x = 1, y = 1, y = 2$ |
| Вариант 5 $\iint_G xe^{xy} dx dy,$ $x = 0, x = 1, y = -1, y = 0$ | Вариант 10 $\iint_G \frac{y}{x} dx dy,$ $x = 1, x = e, y = 4, y = 6$ |

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|--|--------------------------------|--|
| ОПК-2 | способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений | ОПК-2.1 | Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей. |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|--|---|---|
| ОПК-2.1 Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических моделей | Определяет типы организационно - управленческих решений. Определяет методы и модели принятия организационно-управленческих решений | Полно и аргументированно определены типы организационного управленческого решения. Определены адекватные ситуации, методы организационно-управленческих решений. |

Б1.Б.08.02 Математический анализ

| Код компетенции | Наименование Компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|--|--------------------------------|--|
| ОПК-2 | Способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений | ОПК-2.1 | Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей |
| | | ОПК-2.2 | Способность оценивать последствия управленческих решений с позиций социальной значимости, используя математические методы и модели |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|---------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| ОПК-2.1 | Определяет типы организаци- | Полно и аргументированно |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|---|---|--|
| Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей | онно-управленческих решений. Определяет методы и модели принятия организационно-управленческих решений | определены типы организационного управленческого решения. Определены адекватные ситуации методы организационно-управленческих решений |
| ОПК-2.2 Способность оценивать последствия управленческих решений с позиций социальной значимости, используя математические методы и модели | Оценивает последствия организационно-управленческих решений с позиций социальной значимости | Всесторонне оценены последствия различных управленческих решений в различных ситуациях профессиональной деятельности |

Вопросы и задания к контрольной работе Б1.Б.08.03(К) по модулю Б1.Б.08 «Математика»

1. Обратная матрица и ее нахождение.
2. Свойства определителей.
3. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
4. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
5. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде. Решение системы линейных алгебраических уравнений.
6. Основные свойства функций.
7. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности.
8. Непрерывность функции действительной переменной в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.
9. Производная функции и дифференциал.
10. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
11. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
12. Нахождение асимптот функции.

Примерные задачи

Задача 1. Записать систему уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение.

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

Вариант 5

Вариант 6

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Задача 2. Исследовать функцию и построить график.

Вариант 1

$$y = \frac{2x}{1+x^2}$$

Вариант 6

$$y = x^2 + 2\sqrt{-x}$$

Вариант 2

$$y = x^2 e^{-2x}$$

Вариант 7

$$y = \sqrt{x} e^{-x^2}$$

Вариант 3

$$y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

Вариант 8

$$y = x e^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 4

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Вариант 9

$$y = \frac{1}{1-e^x}$$

Вариант 5

$$y = x\sqrt{1+x}$$

Вариант 10

$$y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$$

Вопросы к экзамену по дисциплине

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Матрицы и основные операции над ними.
2. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
3. Умножение матриц.
4. Определители матриц второго и третьего порядка.
5. Обратная матрица и ее нахождение.
6. Свойства определителей.

7. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
8. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
9. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
10. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
11. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
12. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
13. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
14. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
15. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
16. Линейное пространство.
17. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
18. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
19. Преобразование координат при переходе к новому базису
20. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
21. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
22. Линейные преобразования. Свойства.
23. Нахождение матрицы линейного преобразования.
24. Ранг и дефект линейного преобразования
25. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
26. Операции над комплексными числами.
27. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
28. Линейная модель обмена.
29. Понятие квадратичной формы. Матричная запись.
30. Канонический вид квадратичной формы.
31. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
32. Критерий Сильвестра.
33. Уравнения прямой в двумерном пространстве.
34. Уравнения прямой в трехмерном пространстве.
35. Уравнения плоскости в трехмерном пространстве.
36. Углы между плоскостями и прямыми.
37. Условия параллельности и перпендикулярности.
38. Кривые второго порядка. Окружность.
39. Кривые второго порядка. Эллипсы.
40. Кривые второго порядка. Гиперболы.
41. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве.

Вопросы к экзамену (1 семестр) по дисциплине

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Высказывания и основные операции над ними. Таблицы истинности.
2. Эквивалентные высказывания и логические законы.
3. Одноместные предикаты: основные понятия, использование кванторов общности и существования.
4. Двухместные предикаты: основные понятия, использование кванторов общности и существования.
5. Множества и основные операции над ними. Диаграммы Венна.

6. Прямое (декартово) произведение множеств.
7. Бинарные отношения. Обратное отношение. Графическое представление бинарных отношений.
8. Отношения эквивалентности. Свойства отношений. Разбиения множеств на классы.
9. Отношения порядка. Свойства отношений.
10. Отображения и их основные свойства. Виды отображений.
11. Понятие и способы задания числовой последовательности.
12. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции.
13. Сложная и взаимно обратные функции.
14. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.
15. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности.
16. Основные свойства сходящихся последовательностей.
17. Предел функции в бесконечности и в точке.
18. Непрерывность функции действительной переменной в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.
19. Непрерывность функции действительной переменной на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
20. Два замечательных предела.
21. Производная функции и дифференциал.
22. Производные и дифференциалы высших порядков.
23. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала.
24. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций.
25. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
26. Теорема Коши. Правило Лопиталя.
27. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
28. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
29. Нахождение асимптот функции.
30. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Основные методы интегрирования.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Понятие определенного интеграла.
6. Свойства определенного интеграла.
7. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Признаки сходимости несобственных интегралов.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
11. Геометрические приложения определенного интеграла.
12. Применение определенного интеграла в экономических задачах.
13. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.

14. Признаки сравнения для исследования сходимости числовых рядов с положительными членами.
15. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с отрицательными членами.
16. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
17. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
18. Понятия функционального ряда. Равномерно сходящиеся ряды.
19. Свойства равномерно сходящихся рядов.
20. Степенные ряды. Свойства степенных рядов.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
22. Ряд Маклорена.
23. Ряд Тейлора.
24. Ряд Фурье.
25. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
26. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
27. Производная по направлению, градиент функции.
28. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
29. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа.
30. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
31. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.
32. Использование функций нескольких переменных в экономических приложениях.

Шкала оценивания
Б1.Б.08.01 Линейная алгебра
Б1.Б.08.02 Математический анализ

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 30% из 100% (или 30 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

| Баллы | Критерий оценки |
|-------|--|
| 26-30 | Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу. |
| 16-25 | Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несуществен- |

| | |
|------|---|
| | ные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений. |
| 6-15 | Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания. |
| 0-5 | Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом. |

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно» если обучающийся набрал менее 50 баллов,
- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 66 до 75 баллов;
- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 76 до 100 баллов.

100 баллов выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

Шкала оценивания по **Б1.Б.08 Модулю «История»** (написание контрольной работы).

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 40% из 100% (или 40 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации по **Б1.Б.08.03(К) Контрольная работа по модулю «Математика»**; 60% из 100% (или 60 баллов из 100) – вклад по результатам промежуточных аттестаций по дисциплинам модуля (**Б1.Б.08.01 Линейная алгебра, Б1.Б.08.02 Математический анализ**).

При оценивании контрольной работы обучающегося в ходе промежуточной аттестации по **Б1.Б.08 Модулю «Математика»** можно опираться на следующие критерии:

| Баллы | Критерий оценки |
|-------|-----------------|
|-------|-----------------|

| | |
|-------|---|
| 30-45 | Показано свободное владение материалом темы контрольной работы; грамотно изложены теоретические положения и разбор практического опыта темы контрольной работы; полностью раскрыты теоретические и практические аспекты темы контрольной работы; показаны глубокие знания законов и теорем; при написании контрольной работы логично и последовательно излагается тема выбранного исследования. |
| 20-29 | Показано базовое знание теоретических и практических вопросов темы контрольной работы; раскрыты теоретические и практические аспекты темы контрольной работы; при написании контрольной работы свободно используется учебная и методическая литература, теоремы |
| 10-19 | Показано недостаточное знание теоретических и практических вопросов темы контрольной работы; при написании контрольной работы непоследовательно изложена тема и не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские; отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами |
| 0-9 | Показано недостаточное знание теории по исследуемой теме контрольной работы; раскрываемая тема контрольной работы, не подкреплена анализом практического опыта; материал контрольной работы излагается нелогично и непоследовательно; в контрольной работе допущены существенные ошибки. |

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «не зачтено», если обучающийся набрал менее 50 баллов,

- оценка «зачтено» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 100 баллов.

100 баллов выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся в дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

4.4. Методические материалы

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций проводятся в соответствии с Уставом Академии (утв. Постановлением Правительства Российской Федерации от 12.05.2012 г. N 473), Положением о текущем контроле успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации обучающихся в РАНХиГС (утв. Приказом ректора от 30.01.2018 г. № 02-66), Порядке организации и проведения практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования (утв. Приказом ректора от 22.01.2018 г. №02-28).

Решение задач является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Основные критерии оценки решения задачи: выбор метода; правильность решенной задачи; полнота и глубина решения; логика решения, использование специальной терминологии.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы по **Б1.Б.08** **Модуль «Математика»**

Контрольная работа ориентирована на самостоятельную работу студента по раскрытию темы на основе материалов лекций, практических занятий и самостоятельно изученных материалов.

Выбор темы контрольной работы определяется преподавателем. В группе все студенты пишут контрольную работу по одной и той же теме. Работа выполняется в рукописном виде (набранный на компьютере текст не проверяется и не оценивается).

Контрольная работа выполняется на листах А4, допускается с обеих сторон. Непредусмотренные стандартом сокращения не допускаются.

Студент допускается к экзаменам по дисциплинам **Б1.Б.08.01 Линейная алгебра, Б1.Б.08.02 Математический анализ** в случае выполнения им всех заданий и мероприятий, предусмотренных программой дисциплины.

Экзамен проводится в форме ответа на вопросы и выполнения практических заданий, представленных в Разделе 4.3.2. Готовиться к экзамену необходимо последовательно, на протяжении всего периода изучения дисциплины.

Студенту необходимо внимательно изучить и осмыслить содержание вопросов к экзамену, отраженное в рекомендованных учебниках и других источниках (Интернет-ресурсы, научно-методические журналы и пр.). Структурировать теоретический материал, составить план его представления.

Ответ вопрос и решение практического задания важно излагать с позиции значения для профессиональной деятельности. При этом важно показать знание не только теории вопроса, но и практическое применение.

Результат по сдаче экзамена объявляется студентам и вносится в экзаменационную ведомость и зачетную книжку. Оценка «неудовлетворительно» проставляется в ведомости.

5. Методические указания для обучающихся по освоению модуля «Математика»

Занятия по дисциплине представлены следующими видами работ: лекциями, практическими занятиями, самостоятельной работой обучающихся.

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Методические указания для обучающихся по подготовке к лекционным занятиям. Занятия лекционного вида дают систематизированные знания о наиболее сложных и актуальных проблемах изучаемой дисциплины.

Осуществляя учебные действия на лекционных занятиях, обучающиеся должны внимательно воспринимать материал, подготовленный преподавателем, мыслить, добиваться понимания изучаемого предмета. Обучающиеся должны аккуратно вести конспект. В случае недопонимания какой-либо части предмета следует в установленном порядке задать вопрос преподавателю. В процессе работы на лекции необходимо так же выполнять в конспектах модели изучаемого предмета (рисунки, схемы, чертежи и т.д.), которые использует преподаватель.

Самостоятельная подготовка обучающихся при подготовке к занятиям лекционного вида включает в себя:

- Доработку конспекта лекции, которую желательно осуществлять в тот же день, пока материал еще легко воспроизводим в памяти (через 10 часов после лекции в памяти остается не более 30-40% материала). Необходимо прочитать записи, расшифровать сокращения, доработать схемы, рисунки, таблицы.

- Повторение изученного на предыдущем занятии материала.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям. При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) просмотреть условия предлагаемых для решения задач и определить по рекомендуемому учебнику раздел изучаемой темы, к которому они относятся;
- 2) изучить теоретический материал по данному разделу по конспекту лекции;
- 3) ознакомиться с соответствующими теоретическим и практическим разделами рекомендованной литературы с целью определения методов решения задач;
- 4) определить методы реализации решения предложенных задач в среде Excel;

4) решить задачи, предложенные к занятию;
5) составить перечень вопросов, по задачам, вызывающих затруднения, неясности или сомнения, обсудить их с другими обучающимися перед занятием или с преподавателем на занятии;

б) внимательно следить за ходом решения другими обучающимися задач у доски и записывать это решение, если не удалось решить задачу самостоятельно,

7) задавать вопросы, участвовать в обсуждении решения предложенных задач.

Методические указания по выполнению домашних заданий. Домашние задания необходимо выполнять в день их получения. Выполнение письменных заданий нужно начинать с повторения теоретического материала, т.е. с работы над учебником. Приступая к выполнению домашнего задания следует внимательно просмотреть те задачи, которые выполнялись по изучаемой теме на семинарском занятии, и продумать, какие теоретические положения использовались в процессе их выполнения.

Целесообразно материал лекции прорабатывать по свежей памяти (нельзя откладывать, так как содержание лекции будет забыто);- Работая над конспектом, полезно делать ссылки на литературу (это понадобится при подготовке к экзаменам) и вносить необходимые дополнения, а возможно, и исправления. Работа над темой должна продолжаться до полного понимания и запоминания материала. Если после работы над темой останутся неясные вопросы, то задать их преподавателю на очередной лекции.

Методические указания для обучающихся по выполнению контрольных работ.

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

Контрольные работы являются одной из основных форм текущего контроля преподавателем работы обучающегося и представляет собой решение конкретной задачи. Задача должна быть решена с подробным объяснением.

Контрольная работа представляет собой письменное решение задач, которые рассматриваются в рамках дисциплины.

Показатели, критерии и шкала оценивания задач контрольной работы

| № п/п | Показатель | Критерии | Оценка (баллы) |
|--------------|-------------------|---|-----------------------|
| 1 | Ответ | получен (верный) с подробным описанием решения | 2 |
| | | получен (в решении есть арифметические ошибки), с пропусками в описании решения | 1 |
| | | не получен (или в решении есть принципиальные ошибки) | 0 |

Б1.Б.08.02 Математический анализ

Контрольная работа является самостоятельной практической работой студента, призванной определить степень освоения им знаний и навыков, полученных им в процессе изучения дисциплин. Выполняется самостоятельно дома.

Каждая задача выполняется на отдельном листе формата А4, которые скрепляются скрепкой или помещаются в файл. Если при проверке задачи преподавателем обнаружены ошибки, то они исправляются на том же или следующем листе. Заново переписывать задачу не надо.

Каждая из задач оценивается соответствующим количеством баллов:

- 4 балла за верное решение задачи в срок не более чем с одним исправлением;
- 3 балла за верное решение задачи в срок с двумя и более исправлениями;
- 2 балла за верное решение задачи не более чем с одним исправлением после срока,

- 1 балл за верное решение задачи с двумя и более исправлениями после срока.

Срок сдачи задания

Сроки зачета заданий (с учетом исправления ошибок) – .6, 11 и 16 недели.

Допускается и рекомендуется сдача задания по частям.

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся. Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает самостоятельную работу.

Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Основным элементом этой работы является изучение основных разделов дисциплины, содержащейся в программе по этой дисциплине, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (а в ряде случаев и дополнительно преподавателем) литературы – учебников и учебных пособий, монографий и статей по отдельным проблемам данной науки.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать существующие терминологические справочники и толковые словари.

Вопросы для самостоятельного изучения

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
3. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные
4. неизвестные, базисные решения.
5. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
6. Линейное пространство.
7. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
8. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
9. Преобразование координат при переходе к новому базису
10. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
11. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
12. Линейные преобразования. Свойства.
13. Нахождение матрицы линейного преобразования.
14. Ранг и дефект линейного преобразования
15. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
16. Операции над комплексными числами.
17. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
18. Линейная модель обмена.
19. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве
20. Найти методом Гаусса обратную матрицу к матрице А

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

21. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 5 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

22. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

23. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1 $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 2x_2x_3$

Вариант 2 $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 23x_1x_3 - 2x_2x_3$

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Двухместные предикаты: основные понятия, использование кванторов общности и существования.
2. Множества и основные операции над ними. Диаграммы Венна.
3. Сложная и взаимно обратные функции.
4. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.
5. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности.
6. Предел функции в бесконечности и в точке.
7. Непрерывность функции действительной переменной в точке. Свойства функций, непрерывных в точке.
8. Непрерывность функции действительной переменной на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
9. Два замечательных предела.

10. Производные и дифференциалы высших порядков.
11. Теорема Коши. Правило Лопиталя.
12. Нахождение асимптот функции.
13. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
14. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
15. Свойства неопределенного интеграла.
16. Основные методы интегрирования.
17. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Признаки сходимости несобственных интегралов.
18. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
19. Применение определенного интеграла в экономических задачах.
20. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
21. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
22. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
23. Понятия функционального ряда. Равномерно сходящиеся ряды.
24. Свойства равномерно сходящихся рядов.
25. Степенные ряды. Свойства степенных рядов.
26. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
27. Ряд Фурье.
28. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
29. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
30. Производная по направлению, градиент функции.
31. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.
32. Использование функций нескольких переменных в экономических приложениях.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / Под ред. профессора Н.Ш. Кремера. – М.: Изд-во ЮРАЙТ, 2010. – 909 с.

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин. Математический анализ в 2 ч.: учебник и практикум для академического бакалавриата. Часть 1: М.: Изд-во Юрайт, 2018. - режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/A02D224A-69C5-4DDD-99C7-8383D5331A28>, Часть 2 : М.: Изд-во Юрайт, 2018. - режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/971619EF-7196-46F3-9C56-028E4108899C>
2. Попов А.М., Сотников В.Н. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата/ А.М. Попов, В.Н. Сотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2014. — 566 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — <https://www.biblio-online.ru/viewer/4AC6D210-49AB-4D97-8E60-C4D12ADCBF32#page/2>

6.2. Дополнительная литература

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Кочетков Е.С., Осокин А.В. Линейная алгебра: Учебное пособие. – М.: Форум, 2012. - 416 с.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата: Учебник. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012.
3. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики: учебно-справочное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2010.- 646 с.
4. Высшая математика для экономистов: учебник. – М.: Юнити-Дана, 2012
5. Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф. Элементы линейной алгебры и их применение при решении экономических задач // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6 . – С. 91-93.

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов: учебное пособие. — СПб.: Питер, 2010.- 464с.
2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие. В 3 т. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
3. Математика в экономике: Учебник: В 3-х ч. Ч. 2. / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2010.
4. Митрохин С.И., Прошкина А.В. и др. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям: учебное пособие. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.
5. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермаков. - М.: ИНФРА-М, 2010.
6. Учебно-методическое пособие по математике. Математическая логика. Дискретная математика. Линейная алгебра / Под ред. А.Н. Данчула. М.: Изд-во РАГС, 2004.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2013.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10962.html>.— ЭБС «IPRbooks».
2. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2016.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60500.html>.— ЭБС «IPRbooks».
3. Громкова М.Т. Педагогика высшей школы [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов педагогических вузов/ Громкова М.Т.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015.— 446 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52045.html>.— ЭБС «IPRbooks».
4. Образовательные инновации и практики карьеры: сборник методических материалов и статей. — М.: Издательский дом. «Дело» РАНХиГС, .— 192с.

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2013.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10962.html>.— ЭБС «IPRbooks».
2. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60500.html>. — ЭБС «IPRbooks».
3. Громкова М.Т. Педагогика высшей школы [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов педагогических вузов/ Громкова М.Т.— Электрон. текстовые данные.

— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 446 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52045.html>. — ЭБС «IPRbooks».

4. Образовательные инновации и практики карьеры: сборник методических материалов и статей. — М.: Издательский дом. «Дело» РАНХиГС. — 192с.

6.4. Нормативные правовые документы

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержден приказом Министерством образования и науки России от 12 ноября 2015 г.№ 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30 ноября 2015г., регистрационный номер 39906).

5. Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержден приказом Министерством образования и науки России от 12 ноября 2015 г.№ 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30 ноября 2015г., регистрационный номер 39906).

5. Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

6.5. Интернет-ресурсы

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования

2. http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html Линейная алгебра

3. <http://www.fxyz.ru> Линейная алгебра онлайн

4. http://matem96.ru/primer/primer_linalg.html - Высшая математика и экономика: Образовательные онлайн серверы: теория и практика

5. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)

6. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека

7. <https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека
8. <http://www.rsl.ru/> – Российская государственная библиотека
9. <http://econom.nsc.ru/jep/> Виртуальная экономическая библиотека
10. <http://www.searchengines.ru/> – Библиотека поисковых систем
11. <http://www.rambler.ru/> – Поисковая система
12. <http://www.yandex.ru/> – Поисковая система
13. <https://www.google.ru/> – Поисковая система

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Система «Гарант», правовые базы российского законодательства. Режим доступа: www.garant.ru
2. Общероссийская сеть распространения правовой информации («Консультант плюс»). Режим доступа: www.consultant.ru
3. Конституции зарубежных стран Режим доступа: <http://worldconstitutions.ru>
4. Национальная электронная библиотека. Режим доступа: <http://www.rusneb.ru>
5. Электронный фонд Российской национальной библиотеки (РНБ). Режим доступа: <http://leb.nlr.ru>
6. Электронная библиотека Российской государственной библиотеки (РГБ). Режим доступа: <http://elibrary.rsl.ru/>
7. Научная электронная библиотека ГПНТБ (каталог Государственной Публичной научно-технической библиотеки) России. Режим доступа: <http://ellib.gpntb.ru/>
8. Каталог Научной Библиотеки МГУ. Режим доступа: <http://search.nbmg.ru/search/>
9. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Режим доступа: <http://www.elibrary.ru/>
10. Google Directory – Math (directory.google.com/Top/Science/Math). Каталог математических ресурсов, упорядоченных по типу и тематике. Содержит ссылки на более чем 12000 веб-сайтов.
11. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент).
12. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
13. <https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека
14. <http://www.rsl.ru/> – Российская государственная библиотека
15. <http://econom.nsc.ru/jep/> Виртуальная экономическая библиотека
16. <http://www.searchengines.ru/> – Библиотека поисковых систем

6.6. Иные источники

Б1.Б.08.01 Линейная алгебра

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2010
2. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1985.
3. Высшая математика. Общий курс. / Под ред. А.И. Яблонского. – Минск: Высшая школа, 1993.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1966.

Б1.Б.08.02 Математический анализ

1. Основы математического анализа. Г.М. Фихтенгольц. Т.1.-Лань.-Спб.-2008.-461с.,Т.2.-Лань 2015.-Спб.-448с.
2. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.. Б.П.Демидович.-Астрель.-М.:2003.-559 с.
3. Энциклопедия экономиста <http://www.grandars.ru/>
4. Банк задач.ru <http://bankzadach.ru/>
5. Математика. Интерактивный обучающий курс - <http://math.immf.ru/>

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплинам Б1.Б.08 модуля «Математика» необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций в среде Power Point и экраном, средствами звукоусиления;
- учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,
- для самостоятельной работы: читальные залы библиотеки.

Программное обеспечение: MS Excel, MS Power Point (версии не ранее 2007 г.), браузер для выхода в интернет.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru; Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru; Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru; Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮПАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>; Электронно-библиотечная система ЭБС IPRBOOKS: <http://iprbookshop.ru/>.