

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

Институт государственной службы и управления  
Кафедра информатики и прикладной математики

УТВЕРЖДЕНА  
решением кафедры информатики  
и прикладной математики

Протокол от «26» августа 2019 г. № 1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.08.01 Линейная алгебра**

---

*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

---

*(код, наименование направления подготовки)*

Цифровое государство (российско-французская программа  
с углубленным изучением французского языка)

---

*(направленность (профиль))*

бакалавр

---

*(квалификация)*

очная

---

*(форма обучения)*

2020

---

*(год набора)*

Москва, 2019г.

**Авторы–составители:**

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Поленова Т.М.

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Жуликов С.Е.

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информатики и прикладной математики Сафонова Т.Е.

**Заведующий кафедрой:**

кандидат технических наук, доцент, исполняющий обязанности заведующего кафедрой информатики и прикладной математики, заместитель директора Института государственной службы и управления Корчагин Р.Н.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО .....	4
3. Содержание и структура дисциплины .....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	22
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	25
6.1. Основная литература.....	25
6.2. Дополнительная литература .....	25
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	25
6.4. Нормативные правовые документы.....	26
6.5. Интернет-ресурсы.....	26
6.6. Иные источники.....	26
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	27

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений	ОПК-2.1	Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей

1.2. В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта, или по результатам форсайт-сессии)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК-2.1	на уровне знаний: знает типы и методы принятия организационно-управленческих решений
		на уровне умений: умеет оценивать последствия управленческих решений
		на уровне навыков: использует различные методов принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Общая трудоемкость Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» составляет 3 зачетные единицы. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 48 часа: лекционные занятия – 16 часов, практические занятия – 32 часов. Самостоятельная работа составляет 24 часов, контроль – 36 часов.

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» изучается в 1 семестре.

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение разделов дисциплины опираются на знания, полученные студентами в общеобразовательной школе по дисциплинам «Алгебра», «Геометрия».

Дисциплина Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» является опорой для изучения учебных дисциплин

- Б1.В.18.01 «Теория вероятностей» (3 семестр),
- Б1.В.02 «Методы оптимизации» (3 семестр),
- Б1.В.18.03 «Эконометрика (Comparative International Accounting. Part 2)» (5 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен в форме устных ответов на вопросы (1 семестр).

### 3. Содержание и структура дисциплины Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Матрицы и определители.	10	2		6		2	О, 3, КР, ДЗ
Тема 2	Системы линейных алгебраических уравнений.	13	3		6		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 3	Линейные пространства и преобразования.	13	3		6		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 4	Комплексные числа. Собственные значения и векторы.	10	2		4		4	О, 3, КР, ДЗ
Тема 5	Квадратичные формы	8	2		4		2	О, 3, КР, ДЗ
Тема 6	Элементы аналитической геометрии	18	4		6		8	О, 3, КР, ДЗ
Промежуточная аттестация		36						Экз
Итого по части 1		108	16		32		24	

Примечание:

\* - формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), задачи (З), домашнее задание (ДЗ).

\*\* - формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).

#### Содержание дисциплины

##### Тема 1. Матрицы и определители.

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

##### Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений.

Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения. Модель Леонтьева - модель многоотраслевой экономики.

##### Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства. Линейные преобразования (операторы). Способы нахождения матрицы линей-

ного преобразования. Ранг и дефект линейного преобразования.

#### **Тема 4. Комплексные числа. Собственные значения и векторы.**

Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами и их свойства. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов. Линейная модель обмена.

#### **Тема 5. Квадратичные формы.**

Понятие квадратичной формы. Матричная запись. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

#### **Тема 6. Элементы аналитической геометрии.**

Уравнение линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Углы между плоскостями и прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности. Поверхности второго порядка, их геометрические свойства. Элементы аналитической геометрии в n-мерном пространстве

### **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.08.01 «Линейная алгебра» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Тема (раздел)		Формы (методы) текущего контроля успеваемости
<b>Тема 1</b>	Матрицы и определители.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
<b>Тема 2</b>	Системы линейных алгебраических уравнений.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
<b>Тема 3</b>	Линейные пространства и преобразования.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
<b>Тема 4</b>	Комплексные числа. Собственные значения и векторы.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
<b>Тема 5</b>	Квадратичные формы.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание
<b>Тема 6</b>	Элементы аналитической геометрии.	Опрос, задачи, контрольная работа, домашнее задание

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в устной форме по вопросам.

#### **4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.**

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- решение практических задач,
- выполнение контрольных работ,

– выполнение домашних заданий.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, решение практических задач на семинарских занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, по результатам выполнения контрольных работ.

Опрос студентов осуществляется на основании планов практических занятий с учетом выполнения текущих домашних заданий.

### Вопросы для подготовки к опросам, решению задач и контрольным работам по темам:

#### Тема 1. Матрицы и определители.

##### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое матрица?

Где используются матрицы?

Правила сложения и умножения матриц.

2. Задача 1. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

а)

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а)  $A + B$ ;                      б)  $A^T + B$ ;                      в)  $A + B^T$ ;                      г)  $A^T + B^T$ .

д)  $AB$ ;                          е)  $A^TB$ ;                          ж)  $AB^T$ ;                          з)  $BA^T$ .

3. Решить задачи [Л11, с.60, 64]:

1.17, 1.20, 1.23; 1.40, 1.43

4. Задача 2. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

##### на дом

1. Задача 3. Даны матрицы A и B.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а)  $A + B$ ;                      б)  $A^T + B$ ;                      в)  $A + B^T$ ;                      г)  $A^T + B^T$ .

д)  $AB$ ;                          е)  $A^TB$ ;                          ж)  $AB^T$ ;                          з)  $BA^T$ .

2. Решить задачи [Л1, с.60, 64]:                      1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

3. Задача 4. Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

##### Практическое занятие 2.

---

<sup>1</sup> Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

1. Повторение определений основных понятий темы.

Какая матрица называется обратной?

Когда существует обратная матрица?

2. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.51; 1.62

3. Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице С, если она существует (см. п. 4 занятия 1).

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Задача 2. Найти ранг матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Решить задачи [Л1, с.70-71]: 1.71; 1.73; 1.79

**на дом**

1. Решить задачи [Л1, с.65, 68]: 1.52; 1.65.

2. Задача 3. Найти матрицу, обратную матрице С, если она существует.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Решить задачи [Л1, с.70-71]:

а) 1.74; 1.75; 1.82

### Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Найти значение многочлена f(x) от матрицы А [Л1, с.61]: 1.35

3. Решить задачи с экономическим содержанием [Л1, с.72-77]:

1.88; 1.89; 1.90; 1.91; 1.93; 1.97.

**на дом** 1.36; 1.94; 1.95; 1.96; 1.98.

### Контрольная работа.

Задача 1. Даны матрицы А и В. Найти матрицу  $C = 2A^T + B$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 7 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$



Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 4 & 10 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 4 & 11 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу, обратную матрице A

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

Задача 3. Найти определитель произведения двух матриц  $\det(A \cdot D)$  и  $\det(A \cdot D^{-1})$ .

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

Задача 4. Найти ранг матрицы

$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

## Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

Что такое СЛАУ?

Какие методы решения СЛАУ вы знаете?

2. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.14, 2.19, 2.22

3. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{array} \right. & \text{а)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{array} \right. \\ & \text{б)} \end{array}$$

4. Решить задачу 2.46 [Л1, с. 115]:

*на дом*

1. Решить задачи [Л1, с. 108]: 2.15, 2.20, 2.23.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{array}{ll} \text{а)} & \text{б)} \\ \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases} & \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \end{array}$$

### **Практическое занятие 2.**

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.26, 2.47;
3. Задача 1. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116], 2.52, 2.54.

#### **на дом**

1. Решить задачи [Л1, с. 108, 115]: 2.27, 2.48.
2. Задача. 2. Найти базисные и общее решения системы уравнений из задач [Л1, с. 115-116]. 2.53; 2.55.

### **Практическое занятие 3.**

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 3. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.56; 2.58
3. Задача 4. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117], 2.60; 2.62; 2.64
4. Решить задачи [Л1, с.117-119]: 2.67; 2.69.

#### **на дом**

1. Задача 5. Решить системы уравнений, найти все базисные решения [Л1, с.116]: 2.57; 2.59.
2. Задача 6. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений [Л1, с.116-117]: 2.61; 2.63.
3. Решить задачи [Л1, с. 117-1159]: 2.68, 2.70, 2.72

### **Контрольная работа.**

Задача 1. Записать систему уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение.

Вариант 1

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 = -7 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 = -1 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 1 \\ 5x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 5x_2 = -12 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}$$

**Задача 2.** Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

### Тема 3. Линейные пространства и преобразования.

#### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 1. Доказать, что множество двумерных геометрических векторов с заданными на нем операциями сложения и умножения на число образует линейное пространство.
3. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.50, 3.53, 3.56, 3.58, 3.61
4. Задача 2. Найти косинус угла между векторами  $x$  и  $y$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.20, 3.26

#### на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 165-166]: 3.51, 3.54, 3.57, 3.59, 3.62.

## Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с.158, с.159, с.166, с. 168-169]: 3.20, 3.26, 3.65, 3.71, 3.73, 3.78
3. Задача 3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

тор

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

### на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 158-159]: 3.21, 3.27.
2. Решить задачи [Л1, с. 168-169]: 3.72, 3.79.
3. Задача 4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый век-

тор

$$y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

## Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Задача 5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двумерного векторного пространства в вектор  $y$  по следующему алгоритму.
  - а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = x_2$ ;
  - б) поворот на  $45^\circ$  по часовой стрелке;
  - в) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.
3. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.80; 3.82.

### на дом

1. Задача 6. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двумерного векторного пространства в вектор  $y$  по следующему алгоритму.
  - а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .
  - б) поворот на угол  $\alpha$  против часовой стрелки;
  - в) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .
2. Решить задачи [Л1, с. 169]: 3.81; 3.83.

### Контрольная работа.

**Задача 1.** Представить вектор  $x$  в виде линейной комбинации векторов  $a_1, a_2, a_3$ , если система векторов  $a_1, a_2, a_3$  линейно независима. В случае линейной зависимости векторов  $a_1, a_2, a_3$  заменить один из них на вектор  $x$  так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $\mathbf{x}$  двумерного линейного пространства в вектор  $\mathbf{y}$  по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.
Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ .

Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ .
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на $90^\circ$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.

#### Тема 4 Комплексные числа. Собственные значения и векторы.

##### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 805-806]:

15.7, 15.8в, 15.12, 15.22

3. Задача 1. Даны комплексные числа  $z_1 = 3 - 4i$ ,  $z_2 = -2 + \sqrt{5}i$ . Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 / z_2$ ,  $|z_1|$ ,  $|z_2|$ ,  $z_1 \cdot \bar{z}_2$

*на дом*

1. Решить задачи [Л1, с. 805-806]: 15.8г, 15.23.

##### Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Решить задачи [Л1, с. 172-173]:

3.87, 3.91. 3.96. 3.102

*на дом*

1. Решить задачи [Л1, с. 172-173]: 3.88. 3.92. 3.97, 3.103.

##### Контрольная работа.

Задача 1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 5 & 3 & -7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

Вариант 8

Вариант 9



$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

## Тема 5. Квадратичные формы.

### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.111, 3.117, 3.120, 3.124

*на дом*

1. Решить задачи [Л1, с. 176, 177]: 3.112, 3.118, 3.121, 3.125

### Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.131, 3.133, 3.135

*на дом*

1. Решить задачи [Л1, с. 177]: 3.132, 3.136, 3.138

### Контрольная работа.

Задача 1. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1.  $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 10x_2x_3$ .

Вариант 2.  $F = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2x_3$ .

Вариант 3.  $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$ .

Вариант 4.  $F = 2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3$ .

Вариант 5.  $F = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 12x_2x_3$ .

Вариант 6.  $F = x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 26x_1x_3 + 6x_2x_3$ .

Вариант 7.  $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$ .

Вариант 8.  $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 46x_1x_3 - 2x_2x_3$ .

Вариант 9.  $F = x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1x_3$ .

Вариант 10.  $F = -x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - x_1x_3 + 2x_2x_3$ .

## Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

### Практическое занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]:  
4.21, 4.35, 4.37, 4.38, 4.47;

#### на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 218]: 4.28, 4.39, 4.41, 4.48.

### Практическое занятие 2.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 235]: 4.69, 4.79, 4.93, 4.119

#### на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 217, 225–227, 236]:  
4.33, 4.70, 4.83, 4.98, 4.121.

### Практическое занятие 3.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Решить задачи [Л1, с. 229–236]:  
4.108, 4.114, 4.116, 4.119

#### на дом

1. Решить задачи [Л1, с. 229–236]: 4.115, 4.117, 4.120, 4.121

### Контрольная работа.

Задача 1. Даны вершины треугольника  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Составить:  
а) уравнения медианы и высоты треугольника  $ABC$ , проведенные из вершины  $A$ ; б) уравнение биссектрисы внутреннего угла  $B$ .

	A	B	C
Вариант 1	(3,1)	(-13,-11)	(-6,-3)
Вариант 2	(26,-5)	(2,2)	(-2,-1)
Вариант 3	(-2,3)	(-18,-9)	(-11,15)
Вариант 4	(6,8)	(-1,-2)	(1,-7)
Вариант 5	(5,4)	(3,-9)	(-12,8)
Вариант 6	(14,-2)	(11,8)	(15,-6)
Вариант 7	(-21,4)	(4,10)	(-6,7)
Вариант 8	(-3,-4)	(8,-7)	(16,12)
Вариант 9	(22,8)	(4,14)	(-5,9)
Вариант 10	(-8,-7)	(6,16)	(-4,-14)

Задача 2. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости  $Ax+By+Cz+D=0$ . Найти координаты точки пересечения плоскости и нормали. Записать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через эту точку.

	A	B	C	D
Вариант 1	2	1	-1	4
Вариант 2	1	2	-1	2
Вариант 3	-2	2	1	-4
Вариант 4	2	-2	-1	-4

Вариант 5	1	-2	-1	-2
Вариант 6	2	-1	3	6
Вариант 7	1	-1	3	-3
Вариант 8	-2	1	3	6
Вариант 9	2	-1	1	2
Вариант 10	1	-1	-3	-3

#### 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Код компетенции	Наименование Компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-2	способность находить организационно-управленческие решения, оценивать результаты и последствия принятого управленческого решения и готовность нести за них ответственность с позиций социальной значимости принимаемых решений	ОПК-2.1	Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических методов и моделей.

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-2.1 Способность анализировать и выбирать организационно-управленческие решения на основе экономико-математических моделей	Определяет типы организационно - управленческих решений. Определяет методы и модели принятия организационно-управленческих решений	Полно и аргументированно определены типы организационного управленческого решения. Определены адекватные ситуации, методы организационно-управленческих решений.

#### Вопросы к экзамену

1. Матрицы и основные операции над ними.
2. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
3. Умножение матриц.
4. Определители матриц второго и третьего порядка.
5. Обратная матрица и ее нахождение.
6. Свойства определителей.
7. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
8. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
9. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
10. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
11. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
12. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
13. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.

14. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
15. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
16. Линейное пространство.
17. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
18. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
19. Преобразование координат при переходе к новому базису
20. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
21. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
22. Линейные преобразования. Свойства.
23. Нахождение матрицы линейного преобразования.
24. Ранг и дефект линейного преобразования
25. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
26. Операции над комплексными числами.
27. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
28. Линейная модель обмена.
29. Понятие квадратичной формы. Матричная запись.
30. Канонический вид квадратичной формы.
31. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
32. Критерий Сильвестра.
33. Уравнения прямой в двухмерном пространстве.
34. Уравнения прямой в трехмерном пространстве.
35. Уравнения плоскости в трехмерном пространстве.
36. Углы между плоскостями и прямыми.
37. Условия параллельности и перпендикулярности.
38. Кривые второго порядка. Окружность.
39. Кривые второго порядка. Эллипсы.
40. Кривые второго порядка. Гиперболы.
41. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве.

### Шкала оценивания

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 30% из 100% (или 30 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

Баллы	Критерий оценки
26-30	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
16-25	Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-

	законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений.
6-15	Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания.
0-5	Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно» если обучающийся набрал менее 50 баллов,
- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 66 до 75 баллов;
- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 76 до 100 баллов.

100 баллов выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

#### 4.4. Методические материалы

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций проводятся в соответствии с Уставом Академии (утв. Постановлением Правительства Российской Федерации от 12.05.2012 г. N 473), Положением о текущем контроле успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации обучающихся в РАНХиГС (утв. Приказом ректора от 30.01.2018 г. № 02-66), Порядке организации и проведения практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования (утв. Приказом ректора от 22.01.2018 г. №02-28).

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного от-

вета: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

## **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Занятия по дисциплине представлены следующими видами работ: лекциями, практическими занятиями, самостоятельной работой обучающихся.

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

**Методические указания для обучающихся по подготовке к лекционным занятиям.** Занятия лекционного вида дают систематизированные знания о наиболее сложных и актуальных проблемах изучаемой дисциплины.

Осуществляя учебные действия на лекционных занятиях, обучающиеся должны внимательно воспринимать материал, подготовленный преподавателем, мыслить, добиваться понимания изучаемого предмета. Обучающиеся должны аккуратно вести конспект. В случае недопонимания какой-либо части предмета следует в установленном порядке задать вопрос преподавателю. В процессе работы на лекции необходимо так же выполнять в конспектах модели изучаемого предмета (рисунки, схемы, чертежи и т.д.), которые использует преподаватель.

Самостоятельная подготовка обучающихся при подготовке к занятиям лекционного вида включает в себя:

- доработку конспекта лекции, которую желательно осуществлять в тот же день, пока материал еще легко воспроизводим в памяти (через 10 часов после лекции в памяти остается не более 30-40% материала). Необходимо прочитать записи, расшифровать сокращения, доработать схемы, рисунки, таблицы;
- повторение изученного на предыдущем занятии материала.

**Методические указания для обучающихся по подготовке к практическим занятиям.** При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1. просмотреть условия предлагаемых для решения задач и определить по рекомендуемому учебнику раздел изучаемой темы, к которому они относятся;
2. изучить теоретический материал по данному разделу по конспекту лекции;
3. ознакомиться с соответствующими теоретическим и практическим разделами рекомендованной литературы с целью определения методов решения задач;
4. решить задачи, предложенные к занятию;
5. составить перечень вопросов, по задачам, вызывающих затруднения, неясности или сомнения, обсудить их с другими обучающимися перед занятием или с преподавателем на занятии;
6. внимательно следить за ходом решения другими обучающимися задач у доски, и записывать это решение, если не удалось решить задачу самостоятельно,
7. задавать вопросы, участвовать в обсуждении решения предложенных задач.

**Методические указания по выполнению домашних заданий.** Домашние задания необходимо выполнять в день их получения. Выполнение письменных заданий нужно начинать с повторения теоретического материала, т.е. с работы над учебником. Приступая к выполнению домашнего задания следует внимательно просмотреть те задачи, которые выполнялись по изучаемой теме на семинарском занятии, и продумать, какие теоретические положения использовались в процессе их выполнения.

Целесообразно материал лекции прорабатывать по свежей памяти (нельзя откладывать, так как содержание лекции будет забыто);- Работая над конспектом, полезно делать ссылки на литературу (это понадобится при подготовке к экзаменам) и вносить

необходимые дополнения, а возможно, и исправления. Работа над темой должна продолжаться до полного понимания и запоминания материала. Если после работы над темой останутся неясные вопросы, то задать их преподавателю на очередной лекции.

**Методические указания для обучающихся по выполнению контрольной работы.** Контрольные работы являются одной из основных форм текущего контроля преподавателем работы обучающегося и представляет собой решение конкретной задачи. Задача должна быть решена с подробным объяснением.

Контрольная работа представляет собой письменное решение задач, которые рассматриваются в рамках дисциплины.

#### **Показатели, критерии и шкала оценивания задач контрольной работы**

<b>№ п/п</b>	<b>Показатель</b>	<b>Критерии</b>	<b>Оценка (баллы)</b>
1	Ответ	получен (верный) с подробным описанием решения	2
		получен (в решении есть арифметические ошибки), с пропусками в описании решения	1
		не получен (или в решении есть принципиальные ошибки)	0

**Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся.** Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает самостоятельную работу. Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, грамотно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты, формулировать и обосновывать свое мнение.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Линейная алгебра» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и проводится в следующих видах:

просмотр конспектов лекций и рекомендуемой литературы для подготовки к практическим занятиям,

выполнение текущих домашних заданий,

выбор методов решения задач, вынесенных на практическое занятие,

выполнение контрольных домашних заданий.

Основным элементом этой работы является изучение каждой темы дисциплины, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (и дополнительно преподавателем) учебников и учебных пособий. В связи с небольшой долей лекций такая работа должна выполняться всеми обучающимися при подготовке к практическим занятиям. Рекомендуется сразу после лекции по теме прочитать соответствующий раздел рекомендованной литературы. Это поможет более глубокому усвоению и закреплению материала.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения можно использовать существующие справочники.

*Моделирование самостоятельной работы обучающихся:*

- Повторение пройденного теоретического материала.
- Установление главных вопросов темы.
- Определение глубины и содержания знаний по теме, составление тезисов по теме.

- Упражнения, решение задач.
- Анализ выполняемой деятельности и ее самооценка.
- Приобретение умений и навыков.
- Составление вопросов по содержанию лекции.

*Комплекс средств обучения при самостоятельной работе обучающихся*

- Программа дисциплины.
- Конспекты лекций и практических занятий
- Рекомендуемая литература.

### **Вопросы и задачи для самостоятельного изучения**

1. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
3. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные
4. неизвестные, базисные решения.
5. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
6. Линейное пространство.
7. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
8. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
9. Преобразование координат при переходе к новому базису
10. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
11. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
12. Линейные преобразования. Свойства.
13. Нахождение матрицы линейного преобразования.
14. Ранг и дефект линейного преобразования
15. Определение, геометрическая интерпретация и формы записи комплексных чисел.
16. Операции над комплексными числами.
17. Собственные значения и собственные векторы матриц, свойства собственных векторов.
18. Линейная модель обмена.
19. Подпространства. Прямые и гиперплоскости в линейном пространстве
20. Найти методом Гаусса обратную матрицу к матрице А

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4



$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

21. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 5 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

22. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

23. Данную квадратичную форму записать в матричном виде, привести к каноническому виду и выписать матрицу соответствующего линейного преобразования.

Вариант 1  $F = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 2x_2x_3$

Вариант 2  $F = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 23x_1x_3 - 2x_2x_3$

## 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / Под ред. профессора Н.Ш. Кремера. – М.: Изд-во ЮРАЙТ, 2010. – 909 с.

### 6.2. Дополнительная литература

1. Кочетков Е.С., Осокин А.В. Линейная алгебра: Учебное пособие. – М.: Форум, 2012. – 416 с.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономического бакалавриата: Учебник. – М.: НИЦ Инфра-М, 2012.

3. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики: учебно-справочное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2010. – 646 с.

4. Высшая математика для экономистов: учебник. – М.: Юнити-Дана, 2012

5. Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф. Элементы линейной алгебры и их применение при решении экономических задач // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 91-93.

### 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2013.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10962.html>.— ЭБС «IPRbooks».

2. Кузнецов И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы. Методика подготовки и оформления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кузнецов И.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2016.— 340 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60500.html>.— ЭБС «IPRbooks».

3. Громкова М.Т. Педагогика высшей школы [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов педагогических вузов/ Громкова М.Т.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015.— 446 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52045.html>.— ЭБС «IPRbooks».

4. Образовательные инновации и практики карьеры: сборник методических материалов и статей. — М.: Издательский дом. «Дело» РАНХиГС, .— 192с.

#### **6.4. Нормативные правовые документы**

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //»Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата), утвержден приказом Министерством образования и науки России от 12 ноября 2015 г.№ 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30 ноября 2015г., регистрационный номер 39906).

5. Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

#### **6.5. Интернет-ресурсы**

1. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования
2. [http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA\\_01010300.html](http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html) Линейная алгебра
3. <http://www.fxyz.ru> Линейная алгебра онлайн
4. [http://matem96.ru/primer/primer\\_linalggebra.shtml](http://matem96.ru/primer/primer_linalggebra.shtml) - Высшая математика и экономика: Образовательные онлайн серверы: теория и практика
5. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
6. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
7. <https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека
8. <http://www.rsl.ru/> – Российская государственная библиотека
9. <http://econom.nsc.ru/jep/> Виртуальная экономическая библиотека
10. <http://www.searchengines.ru/> – Библиотека поисковых систем
11. <http://www.rambler.ru/> – Поисковая система
12. <http://www.yandex.ru/> – Поисковая система
13. <https://www.google.ru/> – Поисковая система

#### **6.6. Иные источники**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2010
2. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1985.
3. Высшая математика. Общий курс. / Под ред. А.И. Яблонского. – Минск: Высшая школа, 1993.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1966.

**7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, для самостоятельной работы: читальные залы библиотеки.

Программное обеспечение: MS Office Professional Plus 2016.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: [www.nns.ru](http://www.nns.ru); Российская государственная библиотека. URL: [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru); Российская национальная библиотека. URL: [www.nnir.ru](http://www.nnir.ru); Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮПАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>; Электронно-библиотечная система ЭБС IPRBOOKS: <http://iprbookshop.ru/>.

Система профессионального анализа рынков и компаний «Спарк»: <http://www.spark-interfax.ru/>