

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Институт права и национальной безопасности  
Кафедра социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин**

УТВЕРЖДЕНА  
решением кафедры социально-гуманитарных,  
экономических и естественно-научных  
дисциплин  
Протокол от «13» мая 2019 г. №\_10

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**К.М.06.01 Математика**

*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

**38.03.04 Государственное и муниципальное управление**

*(код, наименование специальности)*

**Безопасность сферы предоставления государственных и муниципальных услуг**

*(направленность (специализация))*

**бакалавр**

*(квалификация)*

**Очная**

*(форма(ы) обучения)*

Год набора - 2019

Москва, 2019 г.

**Автор(ы)-составитель(и):**

Профессор кафедры социально-гуманитарных, экономических и  
естественно-научных дисциплин  
кандидат технических наук, профессор Резниченко Александр Васильевич

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и  
естественно-научных дисциплин  
кандидат технических наук Ярных Юлия Анатольевна

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и  
естественно-научных дисциплин  
кандидат технических наук, доцент Выжигин Александр Юрьевич

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов, видов учебных занятий и структура дисциплины .....	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине .....	23
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	30
6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	32
7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости) .....	34

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина К.М.06.01 "Математика" обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-7	Умение моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления.		

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ПК-7	<p><b>на уровне знаний:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знание сущности и содержания административных процессов;</li> <li>- знание основных направлений совершенствования государственного управления;</li> <li>- знание основных особенностей российской модели государственного муниципального управления</li> </ul> <p><b>на уровне умений:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- на основе разработанных моделей административных процессов и процедур в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления анализировать текущую ситуацию и использовать результаты в конкретных задачах управления с учетом неопределенности и риска;</li> <li>- решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений;</li> <li>- использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей;</li> </ul> <p><b>на уровне навыков:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыки адаптации основных математических моделей к конкретным задачам управления;</li> </ul>

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся и место дисциплины в структуре образовательной программы**

**Объем дисциплины**

Трудоемкость дисциплины К.М.06.01 "Математика" составляет 4 з.е. (144 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

лекции – 32 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 80 а.ч.

**Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина «Математика» (К.М.06.01) относится к Модулю "Информационные и телекоммуникационные технологии в сфере предоставления государственных и муниципальных услуг" (К.М.06) и изучается на I курсе – 1 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика».

Дисциплина «Математика» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами Модуля К.М.08 "Государственное и муниципальное управление":

К.М.08.01 «Теория управления», 1 семестр;

К.М.06.10 «Основы государственного и муниципального управления», 2 семестр.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: зачет с оценкой – 1 семестр.

**3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов, видов учебных занятий и структура дисциплины**

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Раздел 1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии								
Тема 1	Матрицы и определители	14	4		4		8	О, РЗ
Тема 2	Системы линейных уравнений	8	2		2		8	О, РЗ
Тема 3	Вектора на плоскости и в пространстве	16	2		2		6	О, РЗ
Тема 4	Элементы аналитической геометрии	16	2		2		6	О, РЗ
Раздел 2. Математический анализ								
Тема 1	Функции одной переменной	12	2		2		4	О, РЗ
Тема 2	Дифференциальное исчисление	22	4		4		8	О, РЗ
Тема 3	Интегральное исчисление	22	4		4		8	О, РЗ
Раздел 3. Теория вероятностей								
Тема 1	Случайные события	10	4		4		8	О, РЗ
Тема 2	Случайные величины	6	2		2		8	О, РЗ
Раздел 4. Математическая статистика								
Тема 1	Основы математической статистики	8	4		4		8	О, РЗ
Тема 2	Проверка статистических гипотез	6	2		2		8	О, РЗ
Итого		144	32		32		80	
Зачет с оценкой								
Всего:		144	32		32		80	

\* Формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), решение задач (РЗ) и др.

### Содержание дисциплины

#### Содержание лекционного материала

##### Раздел 1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

###### Тема 1. Матрицы и определители.

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.

###### Тема 2. Системы линейных уравнений.

Основные понятия и определения. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Системы линейных однородных уравнений.

###### Тема 3. Вектора на плоскости и в пространстве.

Понятия  $n$ -мерного вектора и векторного пространства. Скалярное и векторное произведение. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

**Тема 4. Элементы аналитической геометрии.**

Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Алгебраические линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек.

**Раздел 2. Математический анализ****Тема 1. Функции одной переменной.**

Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

**Тема 2. Дифференциальное исчисление.**

Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.

**Тема 3. Интегральное исчисление.**

Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

**Раздел 3. Теория вероятностей****Тема 1. Случайные события**

Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Классификация событий. Вероятность события (классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности). Теоретико-множественная трактовка основных понятий и аксиоматическое построение теории вероятностей. Элементы комбинаторики. Действия над событиями. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

**Тема 2. Случайные величины**

Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Начальные и центральные моменты случайных величин. Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное, нормальное.

## Раздел 4. Математическая статистика

### Тема 1. Основы математической статистики

Задачи и основные понятия статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка, вариационный ряд, полигон частот, гистограмма, эмпирическая (статистическая) функция распределения. Числовые характеристики выборочного распределения. Понятие об оценке параметров. Характеристики оценок. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов. Понятие об интервальной оценке параметров. Доверительная вероятность и доверительный интервал.

### Тема 2. Проверка статистических гипотез

Принцип практической уверенности. Понятие статистической гипотезы. Общая схема проверки статистической гипотезы. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий двух совокупностей. Проверка гипотез о законе распределения выборки. Проверка гипотез об однородности выборок.

## Задания практических занятий

### Тема 1. Матрицы и определители.

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Даны матрицы  $A$  и  $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а)  $A + B$ ; б)  $A^T + B$ ; в)  $A + B^T$ ; г)  $A^T + B^T$ ; д)  $AB$ ; е)  $A^T B$ ; ж)  $AB^T$ ; з)  $BA^T$ .

$$\text{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу  $C = -5A + 2B$ :

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти произведение матриц:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{на дом в) } \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \text{ на дом } \text{г) } \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}; \text{ д) } \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}; \text{ е) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

6. Убедится, что определитель матрицы равен определителю транспонированной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0,5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7\*. Решить уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0. \quad \text{на дом} \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить определитель,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{на дом} \quad \begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 0 \\ b & 3 & 1 & 4 \\ c & 0 & 1 & 2 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

разлагая его по элементам  
третьей строки

разлагая его по элементам  
первого столбца

3. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  двумя способами: с помощью присоединенной матрицы и элементарных преобразований:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу, обратную матрице  $C$ , если она существует

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

5. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц:

$$а) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 5 \end{pmatrix}; б) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}; \text{ на дом в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 6 \end{pmatrix}; г) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Найти максимальное число линейно независимых столбцов матриц:

$$а) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом б) } \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

## Тема 2. Системы линейных уравнений.

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить системы уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$а) \begin{cases} x_1 - x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases} \quad б) \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases} \quad \text{на дом в) } \begin{cases} x_1 - \sqrt{5}x_2 = 0, \\ 2\sqrt{5}x_1 - 5x_2 = -10. \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$а) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}; \quad в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}.$$

*на дом*

$$г) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}; \quad д) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}; \quad е) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}.$$

4. Решить матричные уравнения:

$$а) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad б) AXB = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

*на дом*

$$в) X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad г) \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. Найти базисные и общие решения систем уравнений:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases} \\
 \text{на дом в) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ -x_1 - x_2 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

6. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 - 8x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 \text{дом в) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

### Тема 3. Вектора на плоскости и в пространстве.

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти косинус угла между векторами  $x$  и  $y$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{на дом б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решить задачи:

а) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $a = -2j + k$ ,  $b = 2i + j$ .

б) Даны три вектора  $a = (2; -2)$ ,  $b = (2; -1)$ ,  $c = (2; 4)$ . Найти координаты вектора  $p = 2a - b + c$  и разложить его по векторам  $a$  и  $b$ .

*на дом*

в) Определить длины векторов, на которых построен параллелограмм с диагоналями  $c = 2i - j + 3k$ ,  $d = 2i - 2j + 4k$ .

г) Даны четыре вектора  $a = (2; 1; 0)$ ,  $b = (1; -1; 2)$ ,  $c = (2; 2; -1)$ ,  $d = (3; 7; -7)$ . Разложить  $a$  по векторам  $b$ ,  $c$  и  $d$ .

4. Решить задачи:

а) В некотором базисе заданы векторы  $a_1 = (-2; 0; 1)$ ,  $a_2 = (1; -1; 0)$ ,  $a_3 = (0; 1; 2)$ . Выяснить, является ли вектор  $a_4 = (2; 3; 4)$  линейной комбинацией векторов  $a_1, a_2, a_3$ .

б) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:  $a_1 = (-7; 5; 19)$ ,  $a_2 = (-5; 7; -7)$ ,  $a_3 = (-8; 7; 14)$ .

в) Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1; 1; 1), \mathbf{a}_2 = (1; 0; 1), \mathbf{a}_3 = (2; 1; 2).$$

*на дом*

г) В некотором базисе заданы векторы  $\mathbf{a}_1 = (2; 1)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (-1; 3)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $\mathbf{b} = (1; m)$  в том же базисе является линейной комбинацией векторов  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ .

д) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1; 8; -1), \mathbf{a}_2 = (-2; 3; 3), \mathbf{a}_3 = (4; -11; 9).$$

е) Выяснить, образуют ли базис четырехмерного пространства  $\mathbf{R}^4$  векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1; 1; 1; 1), \mathbf{a}_2 = (1; 0; 1; 0), \mathbf{a}_3 = (0; -1; 0; 1), \mathbf{a}_4 = (1; 0; 0; 1).$$

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\varphi = \pi/4$ .

*на дом*

Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = -\vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{d} = 3\vec{m} - \vec{n}$ , если  $|\vec{m}| = 5$ ,  $|\vec{n}| = 4$ ,  $\varphi = \pi/6$ .

6. Даны вершины треугольника  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(-2; 5; 0)$ ,  $C(-2; 2; 6)$ . Найти его площадь.

*на дом*

Проверить, будут ли коллинеарными следующие векторы:  $\vec{c}(4, -2; 1)$ ,  $\vec{d}(8; -4; 4)$ .

7. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{на дом} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

8\*. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двухмерного векторного пространства в вектор  $y$  по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = x_2$ ;

б) поворот на  $45^\circ$  по часовой стрелке;

в) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.

*на дом*

а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .

б) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .

#### Тема 4. Элементы аналитической геометрии.

##### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) На оси абсцисс найти точку, отстоящую на расстояние  $d = 10$  от точки  $A(2, 6)$ .

б) На осях абсцисс и ординат найти точки, равноудаленные от точек  $A(2, 3)$  и  $B(5, 6)$ .

в) Даны три вершины параллелограмма: точки  $A(3, -5)$ ,  $B(5, -3)$ ,  $C(-1, 3)$ . Определить четвертую вершину  $D$ , противоположную  $B$ .

г) Точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, -1)$  – середины сторон треугольника. Найти координаты его вершин.

д) Найти центр масс однородной пластинки, имеющей форму треугольника с вершинами  $A(2, 4)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(4, -2)$ .

е) Лежат ли на одной прямой три данные точки  $A(2, 0)$ ,  $B(6, 4)$ ,  $C(11, 9)$ .

*на дом*

ж) Отрезок, ограниченный точками  $A(1, -3)$  и  $B(4, 3)$ , разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.

з) Даны вершины треугольника:  $A(3, 5)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(5, -8)$ . Определить длину медианы, проведенной из вершины  $C$ .

и) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от двух данных точек:  $M_1(-4, 3)$  и  $M_2(2, 5)$ .

к) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от оси  $Oy$  и точки  $F(4, 0)$ .

л) Составить уравнение траектории точки  $M(x, y)$ , которая при своем движении остается вдвое ближе к точке  $A(0, -1)$ , чем к точке  $B(0, -4)$ .

м) Треугольник координатами вершин:  $A(3, 5)$ ,  $B(9, -3)$ ,  $C(0, 1)$ . Найти длину биссектрисы угла  $A$ .

3. Решить задачи:

а) Составить уравнения прямых, проходящих через точку  $A(-4, 1)$  параллельно осям координат.

б) Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $A(-4, 2)$  и  $B(3, -1)$ .

в) Составить уравнения прямых, проходящих через точку  $M(2, 3)$  под угол  $45^\circ$  к прямой  $5x + 2y - 4 = 0$ .

г) Через вершины треугольника  $A(-1, 2)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(0, 4)$  проведены прямые параллельно противоположащим сторонам. Составить их уравнение.

д) Даны середины сторон треугольника  $P(1, 2)$ ,  $Q(5, -1)$ ,  $R(-4, 3)$ . Составить уравнения его сторон.

е) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $5x - y + 10 = 0$  и  $8x + 4y + 9 = 0$  параллельно прямой  $x + 3y = 0$ .

*на дом*

ж) Найти угол между прямой  $3x + y - 6 = 0$  и прямой, проходящей через точки  $A(-3, 1)$  и  $B(3, 3)$ .

з) Дана прямая  $2x + 5y - 1 = 0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1, 3)$ : параллельно данной прямой; перпендикулярно данной прямой.

и) Даны две прямые  $y = 3x - 2$  и  $3x - y + 12 = 0$ . Составить уравнение прямой, проведенной параллельно данным на равном расстоянии между ними.

к) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - 3y + 5 = 0$  и  $3x + y - 7 = 0$  перпендикулярно к прямой  $x = 2y$ .

л) Составить уравнение перпендикуляра к прямой  $8x + 4y - 3 = 0$  в точке пересечения ее с прямой  $x - y = 0$ .

### *Математический анализ*

#### Тема 1. Функции одной переменной

##### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sin(\sqrt{x})$

на дом г)  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ ; д)  $y = \log_2 \log_4 x$ ; е)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$ .

3. Построить графики функций:

а)  $y = -x^2$ ; б)  $y = -2(x+3)^2 + 1$ ; в)  $y = \frac{3}{x}$ ; г)  $y = \frac{3}{x-1} - 2$ ; д)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x)$ ; е)  $y = \sin 2x$ ;

на дом

ж)  $y = -2(x+3)^2$ ; з)  $y = -2x^2 + 5x - 2$ ; и)  $y = -\frac{3}{x}$ ; к)  $y = \frac{4x-3}{x-1}$ ; л)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(-2x)$ ;

м)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)^2$ ; н)  $y = -3 \sin 2x$ .

4. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

5. Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sin x}{x - \cos x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right)$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 - 1}{3x^2 - 2x^4 + x}$ ;

на дом

з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3 - 15}{x^2 - 16}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x + 3^{x+1}}{4^{x+1} + 3^x}$ ; л)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right)$ ;

м)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-3} - \sqrt{x+2})$ .

6. Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 8x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\sin^5 x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{x} \right)^x$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x+1} \right)^x$ ;

на дом

е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 4x}{10x^3}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x^2}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+1}{2x+5} \right)^{7x}$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+3x}{1+x} \right)^{\frac{5}{x}}$ .

## Тема 2. Дифференциальное исчисление

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти производные функций:

а)  $y = 5^{x^3} \ln^2 x$ ; б)  $y = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos 2x}}$ ; в)  $y = x^3 \log_2 x$ ; г)  $y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}$ ; д)  $y = 3x \ln(1 - x^2)$ ;

**на дом**

е)  $y = \sqrt[4]{1 + e^{4x}} + \sqrt{5}$ ; ж)  $y = \frac{\arctg x}{\sqrt{1 + x^2}}$ ; з)  $y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + \arcsin e^x$ .

3. Найти производные функций и вычислить их значения при  $x = x_0$ :

а)  $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$ ;  $x_0 = 1$ ; б)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12})$ ;  $x_0 = 2$  **на дом** в)  $y = \sin x \cdot e^{\cos x}$ ;  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке  $M(-2, 12)$ .

5. Найти первую и вторую производные функций:

$y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$  **на дом**  $y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$ .

6. Найти производные  $x'_y$  обратных функций:

$y = x + \cos x$  **на дом**  $y = 2x + x^3$ .

7. Найти производные  $y'_x$  от неявных функций:

$2x + y - 4 = 0$  **на дом**  $x \ln y + y \ln x = 0$ .

8. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t^3. \end{cases} \quad \text{на дом} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{t+1}, \\ y = \frac{t}{t+1}. \end{cases}$$

9. Найти дифференциалы первого порядка функций:

$y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+6}$ ; **на дом**  $y = \arcsin x^2$ .

10. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$y = 4x^5 - 7x^2 + 3$  **на дом**  $y = 4^{-x^2}$ .

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти дифференциалы второго порядка функций:

а)  $y = \cos 2x$  **на дом** б)  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ ; в)  $y = x \sin x$ .

3. Решить задачи:

а) Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 8/(4 + x^2)$  в точке  $x = 2$  и в точке пересечения с осью  $Oy$ .

б) Составить уравнения касательных к кривой  $y = x^3 + 2x + 1$ , перпендикулярных прямой  $5y + x - 4 = 0$ .

**на дом**

в) Составить уравнения касательных к кривой  $y = (2x - 7)/(x - 3)$ , параллельных прямой  $4x - y - 2 = 0$ , перпендикулярных прямой  $2x + 2y - 5 = 0$ .

4. Исследовать функции и построить их графики

$$\text{а) } y = \frac{x^2}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } y = x + \frac{1}{x} \quad \text{на дом} \quad \text{а) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x + 1}; \quad \text{б) } y = x^{2/3}(1 - 3x).$$

5. Исследовать функции и построить их графики:

$$\text{а) } y = 2xe^{-x/2}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2}{4} - 2x^4; \quad \text{на дом} \quad y = x^2 + 2\sqrt{-x}.$$

### Тема 3. Интегральное исчисление

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int e^x 5^{4x} dx.$$

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{а) } \int \frac{2x}{1 + x^4} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x + 1} dx.$$

5. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int xe^{5x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \sqrt{2 - x^2} dx; \quad \text{г) } \int x \ln \frac{1 - x}{1 + x} dx.$$

6. Решить задачи:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}; \quad \text{б) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx, \quad x = \sin t;$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{e^x x^2}, \quad t = -\frac{1}{x}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{e^x + 1}, \quad t = 1 + e^{-x}.$$

7\*. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{(x - 1)^2(x + 1)}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(x - 1)(x^2 - x + 1)};$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{(x^2 - 1)(x + 2)}; \quad \text{г) } \int \frac{x^2 - x}{x^2 - 6x + 10} dx.$$

#### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить определенные интегралы:

$$а) \int_e^{e^2} \frac{2 \ln x + 1}{x} dx; \quad б) \int_1^e x \ln x dx; \quad в) \int_1^3 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 5x + 1}};$$

*на дом*

$$г) \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx; \quad д) \int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx.$$

3. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$$а) y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2 \quad \text{на дом} \quad y = x^2, \quad y = \sqrt{x}.$$

$$б) y = x^2 + 3, \quad xy = 4, \quad y = 2, \quad x = 0 \quad \text{на дом} \quad y = 3 + 2x - x^2, \quad y = x + 1.$$

$$в) y = 1/x, \quad y = x, \quad x = 2 \quad \text{на дом} \quad з) y = x^2 - 2x + 3, \quad y = 3x - 1; \quad д) y = (x + 1)^2, \quad y^2 = x + 1.$$

4. Вычислить несобственные интегралы

$$а) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2}; \quad б) \int_0^5 \frac{dx}{(x - 1)^2}.$$

5. Вычислить интегралы (если они сходятся):

$$а) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}; \quad в) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

*на дом*

$$з) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}; \quad д) \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx; \quad е) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}; \quad ж) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - x}}.$$

## **Теория вероятностей**

### **Тема 1. Случайные события**

#### **Занятие 1**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Сколькими способами можно расположить на полке пятитомное собрание сочинений?

б) В математическом кружке 25 членов. Необходимо избрать председателя, его заместителя, редактора стенгазеты и секретаря. Сколькими способами можно образовать эту руководящую четверку, если одно лицо может занимать только один пост?

в) В районной организации некоторой партии насчитывается 150 членов. Сколькими способами можно избрать 6 делегатов на съезд.

*на дом*

г) Для полета на Марс необходимо укомплектовать экипаж космического корабля в составе: командир корабля, первый помощник, второй помощник, два бортинженера и один врач. Командная тройка может быть отобрана из 25 летчиков, 2 бортинженера – из числа 20 равноценных технических специалистов, а врач – из числа 8 медиков. Сколькими способами можно укомплектовать экипаж корабля?

д) На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок?

3. Решить задачи:

а) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются одна карта. Найти вероятность того, что она окажется тузом.

б) Четырём игрокам раздается поровну колода из 36 карт. Определить вероятность того, что каждый игрок получил карты только одной масти?

*на дом*

в) В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

г) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется только один туз.

4. Результаты оценки подготовки групп по математике приведены в таблице:

Оценка	"Отлично"	"Хорошо"	"Удов."	"Неудов."
Количество групп	18	23	15	3

Определить статистическую вероятность (частоту) получения оценки "хорошо", а также оценки не ниже чем "хорошо" и положительной оценки любой группой.

5. Решить задачи:

а) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата?

б) В районе площадью 16 кв. км находится объект противника. Для его обнаружения выслана разведывательная группа. Оценить эффективность действия разведывательной группы через 1 час ведения разведки, если ее скорость передвижения в районе составляет 3 км/час при эффективном радиусе обнаружения 1 км.

*на дом*

в) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него равностороннего треугольника?

## Занятие 2.

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: только второй экзамен; только один экзамен.

*на дом*

б) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: три экзамена; по крайней мере, два экзамена; хотя бы один экзамен.

г) Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0,6, 0,7

и 0.8. Найти вероятность того, что эта формула содержится не менее чем в двух справочниках.

3. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачетная работа принадлежит студенту первой группы?

**на дом**

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

4. Решить задачи:

а) В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1: 4: 5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

б) Страховая компания разделяет застрахованных клиентов по классам риска: I – малый риск, II – средний, III – большой риск. Среди этих клиентов: 50% – первого класса риска, 30% – второго и 20% – третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго 0,03 и третьего – 0,08.

Какова вероятность того, что: застрахованный клиент получит денежное вознаграждение за период страхования; получивший денежное вознаграждение застрахованный клиент относится к группе малого риска?

**на дом**

д) В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%, третьей – 75%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено третьей фирмой?

е) Вся продукция цеха проверяется двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 55% изделий, а второй – остальные. Вероятность того, что первый контролер пропустит нестандартное изделие, равна 0,01, а второй – 0,02. Взятое наудачу изделие, маркированное как стандартное, оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверялось вторым контролером.

5. Вероятность, что малое предприятие станет банкротом в течение года равна 0,2. Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся два предприятия.

**на дом**

Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся более двух предприятий.

6. Фирма раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы показывает, что на 500 рекламных листов приходится один заказ. Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листов число заказов будет равно 48.

**на дом**

Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листов число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55.

## Тема 2. Случайные величины

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам *А* и *Б*, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составить закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст студент.

б) Дана случайная величина *X*:

$x_i$	-1	1	2
$p_i$	0,5	0,4	0,1

Найти закон распределения случайных величин: а)  $Y = 0,5X$ ; б)  $Z = X^3$ .

Построить *функцию распределения, найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение исходных и полученных случайных величин.*

3. Решить задачи:

а) Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных кустов.

б) Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

в) В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

г) Случайные величины *X* и *Y* независимы и имеют один и тот же закон распределения:

Значение – $x_i$	1	2	4
Вероятность – $p_i$	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайных величин  $2X$  и  $X+Y$ . Убедиться в том, что  $2X \neq X+Y$ , но  $M[2X] = M[X+Y]$ .

*на дом*

д) Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

е) Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

ж) Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно

0,5, 0,6, 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения.

з) Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,7. Необходимо: составить закон распределения общего числа попаданий; найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

4. Решить задачи:

а) Из пяти гвоздик две белые. Составить закон распределения и найти функцию распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди двух одновременно взятых.

*на дом*

б) Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигнет четырех либо студент ответит неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна  $2/3$ .

Составить закон распределения числа заданных студенту вопросов.

### **Математическая статистика**

#### **Тема 1. Основы математической статистики**

##### **Занятие 1**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. По эмпирическим данным (порядковый номер месяца рождения присутствующих в аудитории студентов) построить вариационный и статистический ряд; полигон частот, кумуляту и эмпирическую функцию распределения.

3. Представить данную выборку в виде вариационного и статистического ряда. Построить полигон частот (частостей), кумуляту и эмпирическую функцию распределения:

<i>а)</i>	1	3	8	17	6	14	6	9	5	9	12	17	6	7	8	6
<i>б)</i>	5	8	7	5	9	4	4	6	3	5	6	8	4	5	7	1
<i>на дом</i>	8	6	19	8	15	5	10	13	19	4	18	14	16	7	19	8

Для данных вариационных (статистических) рядов найти среднюю арифметическую; медиану **Me**; моду **Mo**; выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение; коэффициент вариации; коэффициент асимметрии и эксцесс.

4. Построить полигон и гистограмму частот (частостей), кумуляту и эмпирическую функцию распределения:

Интервал	2 – 5	5 – 8	8 – 11	11 – 14
Частота	9	10	25	6

Найти среднюю арифметическую; выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение; коэффициент вариации.

*на дом*

$x_i$	менее 500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-2500	свыше 2500
$n_i$	58	96	239	328	147	132

Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Из 5000 вкладчиков банка по схеме случайной бесповторной выборки было отобрано 300. Средний размер вклада составил 8000 руб., а среднее квадратическое отклонение – 2500 руб. Какова вероятность того, что средний размер вклада случайно выбранного вкладчика отличается от его среднего размера в выборке не более чем на 100 руб. (по абсолютной величине)?
3. Из партии, содержащей 8000 телевизоров, отобрано 800. Среди них оказалось 10% не удовлетворяющих стандарту. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля телевизоров, удовлетворяющих стандарту, во всей партии для повторной и бесповторной выборок.

*на дом*

По результатам социологического обследования при опросе 1500 респондентов рейтинг главы (т.е. процент опрошенных, одобряющих его деятельность) составил 30%. Найти границы, в которых с надежностью 0,95 заключен рейтинг главы (при опросе всех жителей региона). Сколько респондентов надо опросить, чтобы с надежностью 0,99 гарантировать предельную ошибку социологического обследования не более 1%? Тот же вопрос, если никаких данных о рейтинге главы нет.

4. В городе работает  $N = 30000$  человек. При выборочном опросе  $n = 600$  работающих оказалось, что  $k = 200$  из них имеют высшее образование. Найти:

- а) вероятность того, что доля людей с высшим образованием среди всех работающих города отличается от выборочной не более чем на 10%;
- б) границы доверительного интервала для числа работающих с высшим образованием (для доверительных вероятностей, равных 0,95 и 0,99).

*на дом* решить задачу при  $N = 40000$ ,  $n = 1000$ ,  $k = 400$ .

**Тема 3. Проверка статистических гипотез.**Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. По выборкам объемом  $n_1 = 14$  и  $n_2 = 9$  найдены средние размеры деталей соответственно  $\bar{x} = 182$  мм и  $\bar{y} = 185$  мм, изготовленных на первом и втором автоматах. Установлено, что размер деталей на обоих автоматах подчиняется нормальному закону распределения. Известны дисперсии  $\sigma^2_x = 5$  и  $\sigma^2_y = 7$ .

На уровне значимости 0,05 выявить влияние автомата на средний размер детали. Рассмотреть два случая: а)  $H_1: \bar{x}_0 \neq \bar{y}_0$ ; б)  $H_1: \bar{x}_0 < \bar{y}_0$ .

3. Расход сырья на единицу продукции составил

по старой технологии				
$x_i$	303	307	308	всего
$n_i$	1	4	4	9

по новой технологии					
$y_j$	303	304	306	308	всего
$n_j$	2	6	4	1	13

Выяснить, являются ли существенными различия между дисперсиями расхода сырья на единицу продукции при использовании старой и новой технологий: а) на уровне значимости 0,05 при конкурирующей гипотезе  $\sigma^2_x > \sigma^2_y$ ; б) на уровне значимости 0,02 при конкурирующей гипотезе  $\sigma^2_x \neq \sigma^2_y$ .

*на дом*

Произведены две выборки урожая зерновых: при своевременной уборке и при уборке с некоторым опозданием. В первом случае при наблюдении 8 участков выборочная средняя урожайность составила 16,2 ц/га, а среднее квадратическое отклонение – 3,2 ц/га; во втором случае при наблюдении 9 участков те же характеристики составили соответственно 13,9 ц/га и 2,1 ц/га. На уровне значимости 0,05 выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности.

4. Полагая (по данным задачи 3), что расходы сырья по каждой технологии имеют нормальное распределение с одинаковыми дисперсиями, на уровне значимости 0,05 выяснить, дает ли новая технология экономию в среднем расходе сырья.

*на дом*

На двух заводах по очистке топлива (в Индиане и Техасе) проведено по 12 проверок наличия примесей (мг/г) в выпускаемой продукции:

Индиана	979	985	955	924	890	756	790	850	930	777	790	930
Техас	884	723	913	965	875	930	886	751	785	810	845	950

Полагая, что количество примесей (вес) подчиняется нормальному закону, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  выяснить, можно ли считать, что качество очистки топлива на этих заводах одинаково. На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  выяснить влияние местоположения завода на среднее значение веса примесей.

#### **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

##### **4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

**4.1.1. В ходе реализации дисциплины К.М.06.01 "Математика" используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:**

- при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания, решение практических задач.

##### **4.1.2. Зачет с оценкой проводится с применением следующих методов (средств):**

Зачет по дисциплине "Математический анализ" выполняется в письменном виде по билетам, которые включают один теоретический вопрос и одну задачу.

Требования к уровню освоения дисциплины включают знание определений рассматриваемых понятий, понимание формулировок и идей доказательств используемых теорем, знание доказательств основных теорем, излагаемых на лекциях, уверенное владение методами решения задач, содержащихся в планах практических занятий.

## 4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

## Вопросы для опроса на лекциях и практических занятиях

Таблица 2.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Вопросы
<i>Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии</i>		
1	Матрицы и определители	1. Матрицы и операции над ними. 2. Определители и их свойства. 3. Вычисление определителей. 4. Обратная матрица. 5. Ранг матрицы. 6. Миноры и алгебраические дополнения. 7. Разложение определителя матрицы по элементам строки или столбца.
2	Система линейных уравнений.	1. Основные понятия и определения. 2. Система $n$ линейных уравнений с $n$ переменными. 3. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. 4. Система $m$ линейных уравнений с $n$ переменными. 5. Метод Гаусса. 6. Система линейных однородных уравнений. 7. Фундаментальная система решений.
3	Вектора на плоскости и в пространстве	1. Понятия $n$ -мерного вектора и векторного пространства. 2. Скалярное и векторное произведение. 3. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. 4. Переход к новому базису. 5. Евклидово пространство. 6. Линейные операторы. 7. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
4	Элементы аналитической геометрии.	1. Системы координат. 2. Простейшие задачи аналитической геометрии. 3. Алгебраические линии первого порядка. 4. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. 5. Алгебраические линии второго порядка. 6. Окружность и эллипс. 7. Гипербола и парабола. 8. Плоскость и прямая в пространстве.
<i>Математический анализ</i>		
5	Функции одной переменной	1. Понятие функции. 2. Основные свойства функций и их классификация. 3. Элементарные функции. 4. Преобразование графиков. 5. Понятие числовой последовательности. 6. Предел функции и числовой последовательности. 7. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. 8. Основные теоремы о пределах. 9. Замечательные пределы. 10. Непрерывность функции.
6	Дифференциальное исчисление	1. Понятие производной функции. 2. Основные правила дифференцирования.

		3. Производная сложной и обратной функций. 4. Производные неявной и параметрически заданной функции. 5. Понятие производных высших порядков. 6. Дифференциал функции. 7. Понятие о дифференциалах высших порядков. 8. Основные теоремы дифференциального исчисления. 9. Правило Лопиталю. 10. Возрастание и убывание функций. 11. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции) 12. Общая схема исследования функций и построения их графиков
7	Интегральное исчисление	1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла. 2. Свойства неопределенного интеграла. 3. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). 4. Понятие определенного интеграла. 5. Свойства определенного интеграла. 6. Определенный интеграл как функция верхнего предела. 7. Формула Ньютона-Лейбница. 8. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). 9. Несобственные интегралы. 10. Геометрические приложения определенного интеграла.
<b>Теория вероятностей</b>		
8	Случайные события	1. Основные понятия теории вероятностей. 2. Случайные события. 3. Вероятность события (классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности). 4. Теоремы сложения вероятностей. 5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. 6. Независимые события. 7. Формула полной вероятности. Формула Байеса. 8. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. 9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
9	Случайные величины	1. Дискретные и непрерывные случайные величины. 2. Функция распределения случайной величины. 3. Плотность распределения непрерывной случайной величины. 4. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Свойства. 5. Начальные и центральные моменты случайных величин. 6. Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное, нормальное.
10	Основы математической статистики.	1. Задачи и основные понятия статистики. 2. Выборочный метод. 3. Генеральная совокупность и выборка, вариационный ряд, полигон частот, гистограмма, эмпирическая (статистическая) функция распределения. 4. Числовые характеристики выборочного распределения. 5. Понятие об оценке параметров. Характеристики оценок. 6. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов.

		7. Понятие об интервальной оценке параметров. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
11	Проверка статистических гипотез	1. Принцип практической уверенности. 2. Понятие статистической гипотезы. 3. Общая схема проверки статистической гипотезы. 4. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий двух совокупностей. 5. Проверка гипотез о законе распределения выборки. 6. Проверка гипотез об однородности выборок.

#### 4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

##### 4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-7	Умение моделировать административные процессы и процедуры в органах государственной власти Российской Федерации, органах государственной власти субъектов Российской Федерации, органах местного самоуправления, адаптировать основные математические модели к конкретным задачам управления.		

##### 4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства (методы) оценивания
ПК-7 (знает)	Знание сущности и содержания административных процессов; основных направлений совершенствования государственного управления; основных особенностей российской модели государственного муниципального управления	Правильно сформулированы типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, зачет
ПК-7 (умеет)	Умение выявлять взаимосвязи и взаимозависимости системы государственного и муниципального управления и представлять	Правильно аналитически описаны и решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, зачет

	административные процессы в виде моделей;		
ПК-7 (владеет)	Владение навыками применения математических моделей и методов при управлении административными процессами и адаптации основных математических моделей к конкретным задачам управления;	Продemonстрированы навыки использования математического языка и математической символики для описания и решения специализированных математических задач.	Опрос, решение задач, зачет

**4.3.3 Типовые контрольные задания или иные материалы (типовые оценочные материалы), необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **Перечень вопросов для подготовки к зачету**

##### **Раздел 1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии**

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Определители квадратных матриц.
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица.
6. Ранг матрицы.
7. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными.
8. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
9. Метод Гаусса.
10. Системы линейных однородных уравнений.
11. Понятия  $n$ -мерного вектора и векторного пространства.
12. Скалярное и векторное произведение.
13. Размерность и базис векторного пространства.
14. Переход к новому базису.
15. Евклидово пространство.
16. Линейные операторы.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
18. Системы координат.
19. Простейшие задачи аналитической геометрии.
20. Уравнение линии на плоскости.
21. Уравнение прямой.
22. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
23. Расстояние от точки до прямой.

##### **Раздел 2. Математический анализ**

1. Понятие функции. Основные свойства и классификация.
2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
3. Непрерывность функции.
4. Понятие производной функции.
5. Основные правила дифференцирования.
6. Дифференциал функции.

7. Основные теоремы дифференциального исчисления.
8. Правило Лопиталья.
9. Возрастание и убывание функций.
10. Характерные точки функций и характерные линии их графиков.
11. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
12. Понятия первообразной и неопределенного интеграла.
13. Свойства неопределенного интеграла.
14. Методы интегрирования.
15. Понятие определенного интеграла.
16. Свойства определенного интеграла.
17. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
18. Методы вычисления определенного интеграла.
19. Геометрические приложения определенного интеграла.
20. Несобственные интегралы.

### **Раздел 3. Теория вероятностей**

1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их классификация.
2. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения.
3. Действия над событиями.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Зависимые и независимые события. Условная вероятность.
6. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теорема Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
9. Случайная величина и ее закон распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины.
10. Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное, нормальное.
11. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Их свойства.
12. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства.
13. Мода, медиана, квантили. Начальные и центральные моменты случайных величин.

### **Раздел 4. Математическая статистика**

1. Общие сведения о выборочном методе.
2. Вариационные ряды и их графическое изображение.
3. Числовые характеристики выборочного распределения. Их свойства.
4. Понятие об оценке параметров. Характеристики оценок.
5. Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов.
6. Оценка генеральной доли, генеральной средней и генеральной дисперсии.
7. Понятие об интервальной оценке параметров. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Объем выборки.
8. Понятие статистической гипотезы и общая схема ее проверки.
9. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий двух совокупностей.
10. Проверка гипотез о законе распределения выборки.
11. Проверка гипотез об однородности выборок.

### Шкала оценивания.

Успешность усвоения дисциплины «Математика» характеризуется количественно-качественной оценкой сформированности компетенций, включающей совокупность критериев их освоения. Качественная оценка выражается в процентном отношении качества усвоения программы дисциплины, количественная – отметкой в пятибалльной шкале (Таблица 3):

Таблица 3.

Качество усвоения программы	Отметка в 5-балльной шкале
91 - 100%	«отлично» / «5»
76 - 90%	«хорошо» / «4»
50 - 75%	«удовлетворительно» / «3»
меньше 50%	«неудовлетворительно» / «2»

#### 4.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Все используемые виды контрольно-оценочных средств (Таблица 4) по дисциплине «Математика» формируют итоговую отметку в пятибалльной шкале с учетом качества усвоения программы дисциплины (сформированности компетенций):

Таблица 4.

Наименование контрольно-оценочного средства	Краткая характеристика контрольно-оценочного средства	Представление контрольно-оценочного средства	Шкала оценки
Опрос	Средство проверки знаний для решения задач определенного типа по теме	Вопросы для опроса на лекциях и практических занятиях	до 10%
Решение задач	Средство проверки умений решения задач определенного типа по теме	Задания для работы в аудитории и дома	до 10%
Зачет с оценкой	Средство проверки знаний материалов дисциплины умений решения задач	Билеты	до 80%

Оценивание обучающихся в процессе поэтапного освоения ими компетенций, формируемых дисциплиной «Математика», осуществляться следующим образом.

1. Оценка работы студента в течение семестра складывается из результатов опросов по знанию материалов лекций и решения практических задач семинарских занятий, и может суммарно достигать 20% (Таблица 4).

2. При проверке результатов зачета оценка студента формируется как интегральная за правильно и теоретически аргументировано решенные задачи.

Правильно и аргументировано решенная задача (полный и правильный ответ на вопрос) помечается знаком "+" и оценивается в 1 балл.

Знаком "±" (0,75 балла) помечается задача, решение которой имеет расчетные или теоретические погрешности, не влияющие серьезно на результат (правильный, но не полный ответ на вопрос).

Знаком "⊕" (0,25 балла) – задача, у которой в решении отсутствует теоретическая аргументация, или дан ответ, а решение не представлено, или в неправильном (незавершенном) решении имеются разумные действия. Аналогично помечается ответ на теоретический вопрос, если в нем присутствуют знания только основного материала, но нет его деталей, допущены неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

И наконец, знаком "-" (0 баллов) – нет ответа на вопрос или не решена задача.

Доля (в процентах) правильно решенных задач в контрольной ( $D$ ) рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1 \cdot n_1 + 0.75 \cdot n_2 + 0.25 \cdot n_3}{n} \cdot 80\%,$$

где  $n_1$  - число задач, помеченных знаком "+";

$n_2$  - число задач, помеченных знаком "±";

$n_3$  - число задач, помеченных знаком "⊕";

$n$  - общее число задач в контрольной.

3. Итоговая отметка в 5-балльной шкале определяется по Таблице 3 с учетом качества освоения дисциплины как сумма оценки работы студента в течение семестра и оценки за контрольную работу.

***На контрольной работе запрещается пользоваться мобильными средствами связи, собственными ПК, Интернетом, учебниками, конспектами лекций и рабочими тетрадями семинарских занятий.***

***При нарушении данных требований обучаемый удаляется из аудитории с выставлением оценки «неудовлетворительно».***

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций - обеспечить студенту оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Студентам необходимо ознакомиться: с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимся на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры.

*Обучение по дисциплине «Математика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции и практические занятия) и самостоятельной работы студентов.*

С целью обеспечения успешного обучения студент должен в обязательном порядке готовиться к лекциям, поскольку они являются важнейшей формой организации учебного процесса: знакомят с новым учебным материалом; разъясняют учебные элементы,

трудные для понимания; систематизируют учебный материал; ориентируют в учебном процессе.

*Практические занятия* дисциплины «Математика» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений и компетенций с проведением контрольных мероприятий, описанных в п.4.4 (таблица 4).

*Самостоятельная работа* студентов по дисциплине «Математика» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и ориентирует студента на умение применять полученные знания на практике.

Подготовка к лекции заключается в следующем:

внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;

узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора); ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к практическим занятиям:

внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному практическому занятию; ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

выпишите основные понятия и теоремы;

самостоятельно решите примеры, разобранные в лекциях, и задачи, рекомендованные для самостоятельного изучения;

уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя.

Готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы. Рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована в качестве ориентира в организации обучения.

Подготовка к контрольной работе.

К контрольной работе необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты.

В самом начале учебного курса студенту необходимо познакомиться со следующей учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, практических и лабораторных занятий; контрольными мероприятиями; учебником, учебными пособиями по дисциплине, перечнем вопросов для самоподготовки (п. 4.4.3), а также электронными ресурсами (комплект презентаций).

После этого у студента должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для написания контрольной работы.

**6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

**6.1. Основная литература.**

1. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.
2. Ахтямов, М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
3. Татарников, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.
4. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общ. ред. Г. А. Медведева. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 284 с.

**6.2. Дополнительная литература.**

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с.
2. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: "Юрайт", 2016. – 909 с.
3. Попов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А.М. Попова А. М. – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство "Юрайт", 2018. – 434 с.
4. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник и практикум для академического бакалавриата. / Н.Ш. Кремер. – 4-е изд. – М.: Издательство "Юрайт", 2016. – 514 с.

**6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

**Тема 1.** Матрицы и определители.

**Тема 2.** Системы линейных уравнений.

**Тема 3.** Вектора на плоскости и в пространстве.

**Тема 4.** Элементы аналитической геометрии.

**Тема 5.** Функции одной переменной.

**Тема 6.** Дифференциальное исчисление.

**Тема 7.** Интегральное исчисление.

1. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.
2. Ахтямов М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
3. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с.
4. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: "Юрайт", 2016. – 909 с.

**Тема 8.** Случайные события

**Тема 9.** Случайные величины

**Тема 10.** Основы математической статистики

**Тема 11.** Проверка статистических гипотез

1. Татарников, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.
2. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общ. ред. Г. А. Медведева. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 284 с.
3. Попов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А.М. Попова А. М. – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство "Юрайт", 2018. – 434 с.
4. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник и практикум для академического бакалавриата. / Н.Ш. Кремер. – 4-е изд. – М.: Издательство "Юрайт", 2016. – 514 с.

#### **6.4. Нормативные правовые документы.**

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки (специальности) 080101 Экономическая безопасность (квалификация (степень) «специалист»). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «14» января 2011 г. № 19.
2. Приказ Министерства образования и науки российской Федерации (МИНОБРНАУКИ) «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программ бакалавриата, программ специалитета, программ магистратуры» от «19» декабря 2013г. № 1367 (зарегистрирован 24.02.2014 г. № 31402).
3. Положение об организации и осуществлении в РАНХиГС образовательной деятельности по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры. Утверждено Приказом РАНХиГС от «14» мая 2014 г. № 02-129.
4. Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (с изм. и доп. от 7 июня 2013г.). Утверждено Приказом РАНХиГС от «7» июня 2013 г. № 01-2694.

#### **6.5. Интернет-ресурсы.**

1. Лекционный материал по дисциплине разделам дисциплины «Математика» на сайте РАНХиГС. <http://www.ilns.ranepa.ru/studentam-i-slushatelyam/lektionnyye-materialy/>
2. <http://www.минобрнауки.рф> – официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
3. <http://www.nsu.ru/mmftvims/chernova/tv/lec>
4. [http://www.nsu.ru/mmftvims/chernova/tv/tv\\_nsu07.pdf](http://www.nsu.ru/mmftvims/chernova/tv/tv_nsu07.pdf)
5. <http://www.statsoft.ru>
6. <http://www.statistica.ru>

**6.6. Иные источники.**

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RY.
2. Электронная библиотека система IPRBOORS.
3. Электронная библиотека образовательных и просветительских изданий «IQ Library».
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru.
5. Электронно-библиотечная система znanium.com издательства «ИНФРА-М».
6. Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт».
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ».

**7. Материально-техническая база, информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Для обеспечения наглядности и повышения доступности материала курса «Математика» в ходе чтения лекций и проведения практических занятий используются вычислительная техника и мультимедийные средства отображения информации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием локальной сети для организации работы групп студентов.

Вычислительная техника необходима и для самостоятельной учебной работы студентов. Операционная система - *Microsoft Windows XP* и далее, программное обеспечение – *Microsoft Office*.