

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

---

Институт государственной службы и управления

Кафедра государственной службы и кадровой политики

УТВЕРЖДЕНА

Решением кафедры государственной  
службы и кадровой политики

Протокол заседания от «28» августа 2019  
г. № 1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.Б.08 Математика

*(индекс и наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

*(код и наименование направления подготовки (специальности))*

Государственная и муниципальная служба

*направленность (профиль/специализация)*

бакалавр

---

*квалификация*

очная, очно-заочная, заочная

---

*форма обучения*

Год набора - 2020

Москва, 2019 г.

**Автор–составитель:**

Доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики Данчул А.Н.

**Заведующий кафедрой:**

И. о. заведующего кафедрой государственной службы и кадровой политики, доктор экономических наук, доцент Фотина Л.В.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	26
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	26
6.1. Основная литература.....	26
6.2. Дополнительная литература.....	27
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	28
6.4. Нормативные правовые документы.....	27
6.5 Интернет-ресурсы, справочные системы.....	27
6.6. Иные источники.....	29
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	28

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

## 1.1 Дисциплина Б1.Б.08 Математика обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-5	Владение навыками составления бюджетной и финансовой отчетности, распределения ресурсов с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации	ОПК-5.2	Способность распределять финансовые и бюджетные ресурсы с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации

## 1.2 В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)/ трудовые или профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
участвовать в разработке проектов распределения ресурсов и отчетов об их использовании	ОПК-5.2	на уровне знаний: математические основы распределения ресурсов организации
		на уровне умений: применять различные методы и способы распределения ресурсов
		на уровне навыков: оценивать возможные последствия распределения ресурсов на результаты деятельности организации

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины Б1.Б.08 Математика составляет 4 зачётные единицы, 144 часа. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем составляет 72 часа: лекции – 36 часов, практические занятия – 36 часов. Самостоятельная работа составляет 36 часов.

### Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.08 Математика предусмотрена на 1 курсе, во 2 семестре.

Дисциплина Б1.Б.08 Математика относится к дисциплинам обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

В содержательном плане дисциплина реализуется после изучения дисциплины Б1.Б.10 Экономическая теория (1-2 семестр), служит основой для Б1.Б.11 Финансовое планирование и бюджетирование организации (5 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

## 3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№	Наименование тем (разделов)	Всего	Объем дисциплины , час.	Форма
---	-----------------------------	-------	-------------------------	-------

п/п			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
	Основы математической логики и теории множеств	12	4		4		4	О
	Матрицы и определители	12	4		4		4	О, КР, ДЗ
	Системы линейных алгебраических уравнений	8	4		2		2	О, КР, ДЗ
	Линейные пространства и преобразования	8	2		2		4	О, КР, ДЗ
	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	8	2		4		2	О, КР, ДЗ
	Дифференциальное исчисление	12	4		4		4	О, КР, ДЗ
	Неопределенный и определенный интегралы	12	4		4		4	О, КР, ДЗ
	Ряды	12	4		4		4	О
	Функции нескольких переменных	12	4		4		4	О, КР
10.	Основы теории вероятностей	12	4		4		4	О, КР
	Промежуточная аттестация	36						экзамен
	<b>Всего:</b>	144	36		36		36	

Примечание: формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР), домашнее задание (ДЗ).

## Содержание дисциплины

### Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Математика как язык. Основные особенности математического мышления. Математическая логика и теория множеств как основа математики. Высказывания и основные операции над ними. Таблицы истинности. Эквивалентные высказывания и логические законы. Методы доказательства. Предикаты. Кванторы общности и существования.

Множества. Подмножества. Простейшие операции над множествами (дополнение, объединение, пересечение, разность). Диаграммы Венна. Пустое и универсальное множества. Тожества теории множеств. Кorteжи. Прямое (декартово) произведение множеств. Координатная диаграмма декартова произведения. Понятие и примеры бинарных отношений и отображений множеств.

### Тема 2. Матрицы и определители

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

### Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

### Тема 4. Линейные пространства и преобразования

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты вектора в различных базисах. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства. Линейные преобразования: определение и примеры. Матрица линейного преобразования.

#### **Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций**

Отображения числовых множеств. Понятие числовой последовательности. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные элементарные функции. Сложные и взаимно обратные функции. Основные свойства функций и последовательностей (ограниченность, монотонность). Метрическое пространство. Окрестность точки.

Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

#### **Тема 6. Дифференциальное исчисление**

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя. Производные высших порядков. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций.

#### **Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы**

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Понятие и геометрическая интерпретация определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Признаки сходимости несобственных интегралов.

#### **Тема 8. Ряды**

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.

Степенные ряды. Свойства степенных рядов. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора

#### **Тема 9. Функции нескольких переменных**

Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условия экстремума.

Двойные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

#### **Тема 10. Основы теории вероятностей**

Понятие вероятности. Пространство элементарных событий. Основные теоремы о вероятностях событий. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Теорема Байеса. Случайные величины. Функция и плотность распределения. Характеристики случайных величин.

#### 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.08 Математика используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Тема (раздел)		Формы (методы) текущего контроля успеваемости
1.	Основы математической логики и теории множеств	О
2.	Матрицы и определители	О, КР, ДЗ
3.	Системы линейных алгебраических уравнений	О, КР, ДЗ
4.	Линейные пространства и преобразования	О, КР, ДЗ
5.	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	О, КР, ДЗ
6.	Дифференциальное исчисление	О, КР, ДЗ
7.	Неопределенный и определенный интегралы	О, КР, ДЗ
8.	Ряды	О
9.	Функции нескольких переменных	О, КР
10.	Основы теории вероятностей	О, КР

4.1.2 Экзамен проводится с использованием следующих методов (средств): в устной форме по вопросам и решению типовых задач.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- выступление по вопросам к вопросам),
- правильность решения контрольной работы,
- правильность выполнения домашних заданий.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, решения контрольных заданий.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждается на заседании кафедры.

#### ПЛАНЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ<sup>1</sup>

##### Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

###### Занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.
2. Доказать логические законы, используя таблицы истинности, и дать примеры их содержательной интерпретации

а)  $\overline{a \vee b} \Leftrightarrow \overline{a} \wedge \overline{b}$ ; б)  $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow \neg a \vee b$ ;

в)  $a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ ;

**на дом**

<sup>1</sup> Задачи, номера которых отмечены \* -факультативные.

а)  $\overline{a \wedge b} \Leftrightarrow \overline{a} \vee \overline{b}$  ; б)  $a \Rightarrow b \Leftrightarrow \overline{a \wedge \overline{b}}$  ;  
 в)  $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ .

3. Пусть  $p$  означает: «число  $a$  делится на число  $b$ »,  $q$  означает: «число  $a$  делится на число  $c$ » и  $r$  означает: «число  $a$  делится на произведение чисел  $b$  и  $c$ ». Сформулировать предложения, записанные в виде формул, и определить, если возможно, их значение (истинность)

а)  $p \wedge q$ ; б)  $p \wedge q \Rightarrow r$ ;

**на дом**

а)  $\overline{p} \wedge \overline{q}$  ; б)  $p \vee q \Rightarrow \overline{r}$

4. Пусть  $R$  и  $D$  означают соответственно высказывания: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания и определить, если возможно, их значение (истинность).

а) Если данный четырехугольник есть ромб, то диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны;

б) Неверно, что если диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны, то данный четырехугольник есть ромб.

**на дом**

а) Данный четырехугольник не ромб, или диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны.

5. Дано множество  $M = \{a, b\}$ . Предикат  $P(x, y)$ , где  $x$  и  $y \in M$ , задан таблицей

$x$	$y$	$P(x, y)$
$a$	$a$	1
$a$	$b$	1
$b$	$a$	1
$b$	$b$	0

Определить значение истинности следующих высказываний и дать пример их содержательной интерпретации.

а)  $\exists x P(x, a)$

б)  $\forall y P(a, y)$

в)  $\exists x \forall y P(x, y)$ .

**на дом**

а)  $\exists y P(a, y)$

б)  $\forall x P(x, a)$

в)  $\forall x \exists y P(x, y)$ .

## Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Пусть  $R(x)$  и  $D(x)$  – предикаты, определенные на множестве четырехугольников, означающие соответственно: «четырехугольник  $x$  есть ромб» и «диагонали четырехугольника  $x$  взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания

а) Если четырехугольник есть ромб, то диагонали этого четырехугольника взаимно перпендикулярны;

**на дом**

а) Любой четырехугольник – не ромб, или его диагонали взаимно перпендикулярны.

б) Неверно, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник есть ромб.

4. Записать в форме высказываний, введя необходимые обозначения предикатов, следующие предложения:

а) Все москвичи в данной группе учатся на «хорошо» и «отлично».

б) В данной группе нет слушателей старше 30 лет.

**на дом**

а) Все слушатели в данной группе – москвичи или из Подмосковья.

б) Некоторые москвичи – слушатели данной группы.

5.\* Пусть  $S(x, y, z)$  - предикат сложения ( $z$  является суммой  $x$  и  $y$ ), рассматриваемый на множестве  $\mathbf{Z}$  всех целых чисел и на множестве  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$  целых неотрицательных



чисел. Какова содержательная интерпретация следующих формул и на каком множестве ( $\mathbf{Z}$  или  $\mathbf{N}_0$ ) они истинны?

а)  $\forall y \exists x S(x, y, 0)$       б)  $\forall z \forall x \exists y S(x, y, z)$ .

*на дом*

а)  $\exists y \forall x S(x, y, x)$       б)  $\exists x \exists y S(x, y, -12)$

6. Доказать с помощью диаграмм Венна следующие тождества

$\overline{X \cup Y} = \overline{X} \cap \overline{Y}$       *на дом*       $(X \cap Z) \cup Y = (X \cup Y) \cap (Z \cup Y)$ .

Проверить выполнение тождеств при множествах

$I = \{1, 2, 3, 4, 5\}, X = \{1, 5\}, Y = \{1, 2, 4\}, Z = \{2, 5\}$ .

7. Даны множества:  $X = \{1, 5\}, Y = \{1, 2, 4\}, Z = \{2, 5\}$ .

Найти следующие множества и начертить координатные диаграммы, иллюстрирующие их построение,

$X \times Y$ ,      *на дом*       $X \times Y \cap Z$ .

8\*. Выписать все элементы отношений  $\rho = \langle X, R \rangle$ ; представить их в виде координатных диаграмм и графов отношений, если

$X = \{1, 3, 5\}, R = \{ \langle x, y \rangle : x \leq y \},$

*на дом*       $X = \{2, 4, 16, 22\}, R = \{ \langle x, y \rangle : x \text{ является делителем } y \},$

Определить, являются ли эти отношения отношением эквивалентности.

## Тема 2. Матрицы и определители

### Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Даны матрицы А и В.

а)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а)  $A + B$ ;      б)  $A^T + B$ ;      в)  $A + B^T$ ;      г)  $A^T + B^T$ .

д)  $AB$ ;      е)  $A^T B$ ;      ж)  $AB^T$ ;      з)  $BA^T$ .

*на дом*

а)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

4. Решить задачи [Л1<sup>2</sup>, с.60, 64]:

1.17, 1.20, 1.23; 1.40, 1.43      *на дом*      1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

5\*. Найти определитель матрицы

$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$       *на дом*       $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

### Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решить задачи [Л1, с.65, 68]:

1.62      *на дом*      1.65.

4\*. Найти матрицу, обратную матрице С, если она существует (см. п. 5 занятия 1).

$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$       *на дом*       $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

5. Найти ранг матриц

<sup>2</sup> Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

6\*. Решить задачи [Л1, с.70-71]:

1.73

*на дом*

1.75.

### Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

#### Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 108]:

2.14, 2.19, 2.22

*на дом*

2.15, 2.20, 2.23.

4. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}.$$

$$\text{на дом а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases} ; \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

#### Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить методом Гаусса задачи [Л1, с. 108, 115]:

2.46; 2.47;

*на дом*

2.48.

### Тема 4. Линейные пространства и преобразования

#### Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 165-166]:

3.53, 3.56, 3.58\*

*на дом*

3.51, 3.57, 3.59\*.

4. Найти косинус угла между векторами  $x$  и  $y$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый

$$\text{вектор } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор } y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двухмерного векторного пространства в вектор  $y$  по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = x_2$ ;

- б) поворот на  $45^\circ$  по часовой стрелке;  
 в\*) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.

**на дом**

- а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .  
 б) поворот на угол  $\alpha$  против часовой стрелки;  
 в\*) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .

## Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций

### Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sin(\sqrt{x})$

**на дом** а)  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ ; б)  $y = \log_2 \log_4 x$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$ .

4. Построить график функции  
 $y = ax + b$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}^3$ .

5. Решить задачи [Л1, с.267]:

5.38(а, в); 5.39(а, г); 5.40(а); 5.41(а)

**на дом** 5.38(б, г), 5.39(б, д); 5.40(б, в), 5.41(б).

- 6\*. Найти:

а)  $f[f(x)]$ , если  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ; б)  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$ ;

**на дом**  $f(x)$ , если  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ .

7. Решить задачи [Л1, с.296, 297, 302]:

6.8(а, б); 6.9(а) **на дом** 6.15; 6.21.

### Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

4. Решить задачи [Л1, с.298 – 304]:

6.10(а, г, д); 6.11(г, б) **на дом** 6.23; 6.39; 6.41; 6.47; 6.63; 6.69.

5. Решить задачи [Л1, с.305 – 304]:

6.80(б, в); 6.88; 6.109; 6.110

**на дом** 6.83; 6.85; 6.86; 6.111; 6.120.

## Тема 6. Дифференциальное исчисление

### Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 350 – 355]:  
 7.20(б, г); 7.33; 7.34; 7.42 **на дом** 7.27; 7.39; 7.55; 7.61; 7.62.
4. Найти первую и вторую производные функций:  
 $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$  **на дом**  $y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$

<sup>3</sup>  $\mathbb{R}$  - множество действительных чисел.

5. Решить задачи [Л1, с.355]:

7.64

*на дом*

7.65; 7.66.

5. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке М(-2, 12).

6\*. Решить задачи [Л1, с.359]:

7.110

*на дом*

7.108; 7.112.

### Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решить задачи [Л1, с.356]:

7.76, 7.78, 7.80

*на дом*

7.77, 7.81.

4. Исследовать функции и построить их графики

а)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ; б)  $y = x + \frac{1}{x}$

*на дом* а)  $y = \frac{3\sqrt{x}}{3x + 1}$ ; б)  $y = x^{2/3} (1 - 3x)$ .

5. Решить задачи [Л1, с.361]:

7.125; 7.130

*на дом*

7.126; 7.127; 7.133.

## **Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы**

### Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$ ; б)  $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$ ; в)  $\int e^x 5^{4x} dx$ .

Решить задачи [Л1, с.548 – 549]:

10.34

*на дом*

10.25; 10.32, 10.36.

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а)  $\int \frac{2x}{1 + x^4} dx$ ; б)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ ; в)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x + 1} dx$ .

Решить задачи [Л1, с. 549, 554 – 556]:

10.41(в); 10.48

*на дом*

10.43; 10.46; 10.55; 10.76; 10.80.

5. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям.

Решить задачи [Л1, с. 556, 560]:

10.95(а); 10.97; 10.100; 10.104

*на дом*

10.107; 10.125,

10.126.

### Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

Решить задачи [Л1, с.561-565]:

10.130; 10.127;

*на дом*

10.137; 10.140, 10.144.

4. Вычислить определенные интегралы

Решить задачи [Л1, с.621]:

11.32, 11.37

*на дом*

11.40, 11.43

5. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а)  $y = -x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ;

б)  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 4x - x^2$

*на дом*

а)  $y = -x^2 + 4x$ ,  $y = 2x$ ;

б)  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$ .

Решить задачи [Л1, с.630]:

11.65 **на дом** 11.64; 11.72; 11.73; 11.84.

6. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \text{ б) } \int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

Решить задачи [Л1, с.635 - 636]:

11.115; 11.118 **на дом** 11.124; 11.128; 11.129.

## Тема 8. Ряды

### Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}; \\ \text{на дом} & \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}. \end{array}$$

4. Решить задачи [Л1, с.753, 754]:

13.106, 13.113\* **на дом** 13.120, 13.123.

5. Решить задачи [Л1, с.776]:

14.11; 14.15; 14.21\* **на дом** 14.14; 14.20\*.

5. Решить задачи [Л1, с.783]:

14.41, 14.43\* **на дом** 14.45; 14.52\*

## Тема 9. Функции нескольких переменных

### Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти частные производные функций двух переменных

$$z = x^2 y - \cos^2 xy.$$

Решить задачи [Л1, с.504, 505]:

9.44, 9.46, **на дом** 9.47; 9.50; 9.51; 9.53.

4. Решить задачи [Л1, с.505]:

9.64 **на дом** 9.66; 9.68.

5\*. Найти величину и направление градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$ :

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad M(1, 2, 1);$$

**на дом**  $f(x, y, z) = xyz, \quad M(1, 1, 1).$

### Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.509]:

9.75; 9.88\* **на дом** 9.76; 9.81.

4. Вычислить двойные интегралы  $\int_G f(x, y) dx dy$  по области  $G$ , заданной границами

$$\text{а) } f(x, y) = xy, \quad G: \{y=0, y=x, x=1\};$$

$$\text{б) } f(x, y) = x + y^2, \quad G: \{y=x, y=x^2\}$$

**на дом**  $f(x, y) = x - y, \quad G$  – треугольник с вершинами (1, 1), (4, 1), (4, 4).

5. Решить задачи [Л1, с.643, 644]:

6. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную кривыми:  $xy=1$ ,  $x+y=2,5$ ; **на дом**  $y^2=2x+1$ ,  $y^2=-2x+1$ .

### Тема 10. Основы теории вероятностей

#### Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вероятность сдачи студентом зачета по истории (событие А) равна 0,9, а зачета по математике (событие В) – 0,7. Считая сдачу этих зачетов независимыми событиями, найти вероятности событий  $A \cap B$ ,  $\bar{A} \cap B$ ,  $A \cap \bar{B}$ ,  $\bar{A} \cap \bar{B}$ . Дать содержательную интерпретацию этим событиям и изобразить их на рисунке пространства элементарных событий.
4. В одной группе Г1 студентов, из которых О1 учатся на «отлично». В другой – Г2 студентов, из которых на «отлично» учатся О2. Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что оба учатся на «отлично»?  
а) Г1=18; О1=9; Г2=16; О2=4 **на дом** б) Г1=15; О1=5; Г2=20; О2=6.
4. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

**на дом**

Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся три девушки и один юноша?

5. Решить задачи [ЛЗ<sup>4</sup>, с.61 – 62]:

1.37; 1.43; 1.45

**на дом**

1.38; 1.45; 1.51.

6. Решить задачи [ЛЗ, с.45, 63]:

1.26а-б; 1.55

**на дом**

1.26в-д; 1.56.

#### Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?
4. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачетная работа принадлежит студенту первой группы?
5. Решить задачи [Л6, с.49-50, 63-65]:  
1.65; 1.69 **на дом** 1.33а; 1.82.
6. Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,4. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит первому стрелку.

**на дом**

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

Контрольное домашнее задание выполняется по вариантам в соответствии с таблицей вариантов.

#### Таблица вариантов

Задача	1	2	3	4	5	6
--------	---	---	---	---	---	---

<sup>4</sup> ЛЗ – литература под номером 3 в списке литературы

<i>№ варианта задания</i>	<i>Номера вариантов задач</i>					
1.	1	1	1	1	1	1
2.	2	2	2	2	2	2
3.	3	3	3	3	3	3
4.	4	4	4	4	4	4
5.	5	5	5	5	5	5
6.	6	6	6	6	6	6
7.	7	7	7	7	7	7
8.	8	8	8	8	8	8
9.	9	9	9	9	9	9
10.	10	10	10	10	10	10
11.	1	2	3	4	5	6
12.	2	3	4	5	6	7
13.	3	4	5	6	7	8
14.	4	5	6	7	8	9
15.	5	6	7	8	9	10
16.	6	7	8	9	10	1
17.	7	8	9	10	1	2
18.	8	9	10	1	2	3
19.	9	10	1	2	3	4
20.	10	1	2	3	4	5
21.	1	3	5	7	9	2
22.	2	5	7	9	2	4
23.	3	7	9	2	4	6
24.	4	9	2	4	6	8
25.	5	2	4	6	8	10
26.	6	4	6	8	10	1
27.	7	6	8	10	1	3
28.	8	8	10	1	3	5
29.	9	10	1	3	5	7
30.	10	1	3	5	7	9
31.	1	6	7	8	9	10
32.	2	7	8	9	10	1

### КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

**Задача 1.** Найти ранг матрицы

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 3</b>	<b>Вариант 4</b>
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 5</b>	<b>Вариант 6</b>
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 7</b>	<b>Вариант 8</b>

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 9</b>	<b>Вариант 10</b>
$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

**Задача 2.** Представить вектор  $\mathbf{x}$  в виде линейной комбинации векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ , если система векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  линейно независима. В случае линейной зависимости векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  заменить один из них на вектор  $\mathbf{x}$  так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 1**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 2**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант 3**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 4**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант 5**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант 6**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 7**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 8**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 9**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант 10**

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Задача 3.** Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $\mathbf{x}$  двумерного линейного пространства в вектор  $\mathbf{y}$  по следующему алгоритму:

<b>Вариант 1.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ по часовой стрелке.
<b>Вариант 2.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.
<b>Вариант 3.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
<b>Вариант 4.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ .
<b>Вариант 5.</b>	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.



<b>Вариант 6.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.
<b>Вариант 7.</b>	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ .
<b>Вариант 8.</b>	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
<b>Вариант 9.</b>	Поворот по часовой стрелке на $90^\circ$ , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$ .
<b>Вариант 10.</b>	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$ , а затем поворот на $90^\circ$ против часовой стрелки.

**Задача 4.** Вычислить пределы функций

**Вариант 1**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

**Вариант 6**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

**Вариант 2**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

**Вариант 7**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

**Вариант 3**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}}$$

**Вариант 8**

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

**Вариант 4**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$$

**Вариант 9**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x} - 1}$$

**Вариант 5**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$$

**Вариант 10**

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{3}{x}}$$

**Задача 5.** Исследовать функцию и построить график.

**Вариант 1**

$$y = \frac{2x}{1+x^2}$$

**Вариант 6**

$$y = x^2 + 2\sqrt{-x}$$

**Вариант 2**

$$y = x^2 e^{-2x}$$

**Вариант 7**

$$y = \sqrt{x} e^{-x}$$

**Вариант 3**

$$y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

**Вариант 8**

$$y = x e^{\frac{1}{x}}$$

**Вариант 4**  
 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

**Вариант 9**  
 $y = \frac{1}{1 - e^x}$

**Вариант 5**  
 $y = x\sqrt{1+x}$

**Вариант 10**  
 $y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$

**Задача 6.** Найти площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми

<b>Вариант 1</b> $y = \sqrt{1-x},$ $y = x+1, y=0$	<b>Вариант 2</b> $y = e^x, y = e^{x/2},$ $y = e^2$	<b>Вариант 3</b> $xy=1, y=0,$ $x=3, y=x^2$
<b>Вариант 4</b> $y = x^2 + 2, x=0,$ $y = 1 - x^2, x=1$	<b>Вариант 5</b> $y = 4/x^2, x=1,$ $y = x - 1$	<b>Вариант 6</b> $y = 2 - x^4,$ $y = x^2$
<b>Вариант 7</b> $y = -x^2, y = 2e^x,$ $x=0, x=1$	<b>Вариант 8</b> $y = \sin x, y = \cos x,$ $x=0$	<b>Вариант 9</b> $y = x^2,$ $y = 1 + 0.75x^2$
<b>Вариант 10</b> $x=0, x=2, y=2^x,$ $y = 2x - x^2$		

4.2.3. На контрольные работы выносятся задачи из текущих и контрольных домашних заданий, а также могут быть использованы следующие виды задач.

### Контрольная работа 1

**Задача 1.** Найти матрицу, обратную матрице  $A$

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 3</b>	<b>Вариант 4</b>

$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 5</b>	<b>Вариант 6</b>
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 7</b>	<b>Вариант 8</b>
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
<b>Вариант 9</b>	<b>Вариант 10</b>
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

**Задача 2.** Решить систему уравнений методом Гаусса

<b>Вариант 1</b> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$	<b>Вариант 2</b> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$	<b>Вариант 3</b> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$
<b>Вариант 4</b> $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$	<b>Вариант 5</b> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$	<b>Вариант 6</b> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$
<b>Вариант 7</b> $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$	<b>Вариант 8</b> $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$	<b>Вариант 9</b> $\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$
<b>Вариант 10</b> $\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$		

## Контрольная работа 2

**Задача 1.** Найти неопределенный интеграл

<b>Вариант 1</b> $\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x \, dx$	<b>Вариант 6</b> $\int \ln(3x + 2) \, dx$
<b>Вариант 2</b> $\int x \cdot \ln 3x \, dx$	<b>Вариант 7</b> $\int x \cdot e^{2x-1} \, dx$
<b>Вариант 3</b> $\int x^2 e^{-x} \, dx$	<b>Вариант 8</b> $\int (x + 2) \cdot \cos 3x \, dx$
<b>Вариант 4</b> $\int \cos^3 2x \, dx$	<b>Вариант 9</b> $\int \frac{x \, dx}{x^2 + 3x - 4}$
<b>Вариант 5</b> $\int \ln^2 2x \, dx$	<b>Вариант 10</b> $\int \sin^3 3x \, dx$

**Задача 2.** Исследовать функции на экстремум

<b>Вариант 1</b> $z = x^3 y^2 (2 - x - y)$	<b>Вариант 6</b> $z = x^2 y^3 (1 - x - y)$
<b>Вариант 2</b> $z = x^3 y^2 (1 - x + y)$	<b>Вариант 7</b> $z = x^2 y^2 (1 - 2x - y)$
<b>Вариант 3</b> $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 + y)$	<b>Вариант 8</b> $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 - y)$
<b>Вариант 4</b> $z = e^x (y^2 - 2x)$	<b>Вариант 9</b> $z = e^x (y^2 + 2x)$
<b>Вариант 5</b> $z = xy - \ln(x + y)$	<b>Вариант 10</b> $z = -xy - \ln(x - y)$

**Задача 3.** В одном сосуде находятся  $B_1$  белых и  $Ч_1$  черных шаров. Во втором –  $B_2$  белых и  $Ч_2$  черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго.

<b>Вариант</b>		
<b>1</b>	$B_1=7; Ч_1=6;$ $B_2=5; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
<b>2</b>	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
<b>3</b>	$B_1=6; Ч_1=5;$ $B_2=7; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
<b>4</b>	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
<b>5</b>	$B_1=5; Ч_1=6;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
<b>6</b>	$B_1=5; Ч_1=9;$ $B_2=7; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
<b>7</b>	$B_1=5; Ч_1=7;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
<b>8</b>	$B_1=5; Ч_1=7;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
<b>9</b>	$B_1=4; Ч_1=8;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
<b>10</b>	$B_1=8; Ч_1=4;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

#### **4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.**

**4.3.1. Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.** Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-5	Владение навыками составления бюджетной и финансовой отчетности, распределения ресурсов с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации	ОПК-5.2	Способность распределять финансовые и бюджетные ресурсы с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-5.2 Способность распределять финансовые и бюджетные ресурсы с учетом последствий влияния различных методов и способов на результаты деятельности организации	Определяет методы и способы распределения ресурсов организации. Оценивает последствия использования способов и методов распределения ресурсов на результаты деятельности организации.	Обоснованно определены методы и способы распределения ресурсов организации. Всесторонне оценены последствия использования различных методов и способов распределения ресурсов организации в различных ситуациях профессиональной деятельности

#### 4.3.2. Типовые оценочные средства

Вопросы к экзамену

1. Матрицы и основные операции над ними.
2. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
3. Умножение матриц.
4. Определители матриц второго и третьего порядка.
5. Обратная матрица и ее нахождение.
6. Свойства определителей.
7. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
8. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
9. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
10. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
11. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
12. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений.
13. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
14. Линейное пространство.
15. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
16. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
17. Линейные преобразования. Свойства.
18. Нахождение матрицы линейного преобразования.
19. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
20. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
21. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные свойства функций.
22. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
23. Предел функции в бесконечности и в точке.
24. Непрерывность функции действительной переменной в точке и на отрезке.
25. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
26. Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала.

27. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
28. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
29. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
30. Нахождение асимптот функции.
31. Уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
32. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
33. Свойства неопределенного интеграла.
34. Понятие определенного интеграла. Свойства и геометрическая интерпретация определенного интеграла.
35. Формула Ньютона-Лейбница.
36. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
37. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
38. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
39. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
40. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда.
41. Ряды Тейлора и Маклорена.
42. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
43. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
44. Производная по направлению, градиент функции.
45. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
46. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
47. Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных событий.
48. Основные формулы для вычисления вероятностей.
49. Независимые и зависимые события. Условная вероятность.
50. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
51. Формула Бернулли.
52. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
53. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
54. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Типовые задачи берутся из представленных задач в зависимости от вопросов в билете.

#### Шкала оценивания.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы:

- Максимальное количество баллов – 100.
- Максимальное количество баллов за выполнение каждого вида работ (в семестре):
  - активная работа на семинарах, домашние задания, посещаемость – 44 балла
  - 18 баллов – активность и выполнение текущих домашних заданий,
  - 18 баллов – посещение занятий;
  - 8 баллов – контрольная аудиторная работа (две);
  - контрольное домашнее задание – до 24 баллов (по каждой из 6 задач: 4 балла за верное решение задачи в срок не более чем с одним исправлением; 3 балла за верное решение задачи в срок с двумя и более исправлениями; 2 балла за верное решение задачи не более чем с одним исправлением после срока, 1 балл за верное решение задачи с двумя и более исправлениями после срока;
  - промежуточная аттестация – 32 балла (до 12 баллов за решение задачи, до 20 баллов за ответы на 2 теоретических вопроса).

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии.

Баллы	Критерий оценки
<b>Теоретические знания (за каждый вопрос)</b>	
9-10	Грамотное изложение материала по теме, без существенных неточностей. Отсутствие затруднений с приведением примеров или интерпретацией формально-логичеких обозначений
6-8	Грамотное изложение материала по теме, без существенных неточностей. Возможны отдельные затруднения с приведением примеров или интерпретацией формально-логичеких обозначений
3-5	Знания только базовых понятий, в ответе допускаются неточности, затруднения с приведением примеров или интерпретацией формально-логичеких обозначений
0-2	Затруднения в определении базовых понятий. Отсутствие или неготовность к интерпретации формально-логичеких обозначений, приведенных в ответе
<b>Сформированность умений и навыков по решению задач</b>	
10-12	Задача решена самостоятельно, возможно с незначительными ошибками, быстро исправленными
7-9	Задача решена самостоятельно, возможно с не принципиальными ошибками, исправленными при указании на них преподавателем
3-6	Задача решена самостоятельно, но не полностью или полностью, но при указании метода решения преподавателем
0-2	Задача не решена, могут присутствовать признаки фрагментарных знаний.

#### Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно» если обучающийся набрал менее 50 баллов,
- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 66 до 80 баллов;
- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 81 до 100 баллов;



#### 4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

#### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

*Методические указания по самостоятельной подготовке к занятиям лекционного, практического (семинарского) типа:*

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

*Вопросы для самостоятельной подготовки (самопроверки):*

1. Линейное пространство.
2. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
3. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
4. Линейные преобразования. Свойства.
5. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
6. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда.
8. Ряды Тейлора и Маклорена.
9. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
10. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
11. Производная по направлению, градиент функции.
12. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
13. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
14. Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных событий.
15. Основные формулы для вычисления вероятностей.
16. Независимые и зависимые события. Условная вероятность.
17. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
18. Нахождение асимптот функции.
19. Уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
20. Первообразная функции и неопределенный интеграл.

*Методические указания по выполнению домашнего задания*

Контрольное домашнее задание является самостоятельной практической работой студента, призванной определить степень освоения им знаний и навыков, полученных им в процессе изучения дисциплины.

Контрольное домашнее задание состоит из 6 задач.

По выданному преподавателем номеру варианта задания с помощью таблицы

вариантов, приведенной на следующей странице, определяются номера вариантов входящих в задание задач.

Пример титульного листа задания приведен в приложении. Каждая задача выполняется на отдельном листе формата А4, которые скрепляются скрепкой или помещаются в файл. Если при проверке задачи преподавателем обнаружены ошибки, то они исправляются на том же или следующем листе. Заново переписывать задачу не надо.

Контрольное домашнее задание оценивается «зачтено» или «незачтено» с соответствующим количеством баллов. Зачет по заданию ставится при условии безошибочного решения всех задач.

Каждая из 6 задач оценивается соответствующим количеством баллов:

4 балла за верное решение задачи в срок не более чем с одним исправлением;

3 балла за верное решение задачи в срок с двумя и более исправлениями;

2 балла за верное решение задачи не более чем с одним исправлением после срока,

1 балл за верное решение задачи с двумя и более исправлениями после срока.

## **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

### **6.1. Основная литература**

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум : рекомендовано М-вом образования РФ в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям... и по специальности "Математические методы в экономике" / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е издание, переработанное и дополненное. М. : Юрайт : Высшее образование 2013 34

2. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум: рекомендовано М-вом образования РФ в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям... и по специальности "Математические методы в экономике" / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е издание, переработанное и дополненное. М. : Юрайт : Высшее образование 2013 20

3. Шипачев В.С. Высшая математика. 8-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум М.: Юрайт 2015 [http://www.biblio-online.ru/thematic/?111&id=urait.content.28820072-7151-45B1-8C70-BA0F2B4A0061&type=c\\_pub](http://www.biblio-online.ru/thematic/?111&id=urait.content.28820072-7151-45B1-8C70-BA0F2B4A0061&type=c_pub)

### **6.2. Дополнительная литература**

1. Математика для направления "Экономика", специальностей "Социология", "Управление персоналом". Учебно-методический комплекс в 3-х частях М.: Изд-во РАГС, 2011

2. Сборник заданий по математике / А. Н. Данчул [и др.] ; под ред. А. Н. Данчула ; РАГС при Президенте РФ, Кафедра информатизации структур государственной службы. М.: Изд-во РАГС, 2011.

### **6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / под ред. профессора Н.Ш. Кремера. – М.: ИД ЮРАЙТ, 2011. – 909 с.
2. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Под ред. профессора Н.Ш. Кремера. – М.: Изд-во ЮРАЙТ, 2016.
3. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики: учебное пособие для вузов. – М.: ООО «Изд-во Астрель»; 2011. – 655 с.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 573 с.
5. Математика для экономистов от арифметики до эконометрики: базовый курс / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: «ИД Юрайт», 2012. – 724 с.
6. Очерк по истории теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М., 2013. – 296 с.
7. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М., 2013. – 404 с.
8. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М., 2014. – 479 с.

#### **6.4. Нормативные правовые документы**

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.
2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. // «Собрание законодательства» РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.
3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).
4. Образовательный стандарт Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (утв. приказом ректора Академии от 18 августа 2016 г. № 01-4567).

#### **6.5 Интернет-ресурсы, справочные системы**

1. <http://www.mathelp.spb.ru/ma.htm> Высшая математика
2. [http://window.edu.ru/library?p\\_rubr=2.1](http://window.edu.ru/library?p_rubr=2.1) Единое окно доступа к образовательным ресурсам
3. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования
1. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
2. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
3. <https://нэб.рф/> – Национальная электронная библиотека

#### **6.6. Иные источники**

1. Гельман В.Я. Решение математических задач средствами Excel: практикум: учебник для вузов. – СПб.: ПИТЕР, 2003. – 240 с.
2. Математика: Математический анализ. Дифференциальные уравнения. Теория вероятностей. Математическая статистика: учебно-методическое пособие / под ред. А.Н. Данчула. – М.: Изд-во РАГС, 2004. – 156 с.
3. Математико-статистические методы в эмпирических социально-экономических исследованиях / И.Н. Дубина. – М., 2010. – 416 с.
4. Математическая логика. Дискретная математика. Линейная алгебра: учебно-методическое пособие по математике / под ред. А.Н. Данчула. – М.: Изд-во РАГС, 2004. – 102 с.
5. Сборник задач по математике. – М.: Изд-во РАГС, 2005.

## **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 10 LTSC 1607, Microsoft Office Professional 2016.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: [www.nns.ru](http://www.nns.ru); Российская государственная библиотека. URL: [www.rsl.ru](http://www.rsl.ru); Российская национальная библиотека. URL: [www.nnir.ru](http://www.nnir.ru); Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>.