

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Институт ЭМИТ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИКИ
кафедра Микроэкономики

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры Микроэкономики
Протокол от « 02» июня 2021 г.
№ 10

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.01 «Математические инструменты в экономических исследованиях»

по направлению подготовки 38.04.01 Экономика

направленность «Поведенческая экономика»

квалификация Магистр

очная форма обучения

Год набора 2021

Москва, 2021 г.

Автор(ы)–составитель(и):

К.ф.-м.н., доцент

Букин К.А.

Заведующий кафедрой
микроэкономики д.э.н. проф. кафедры микроэкономики Левин М.И.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО	4
3. Содержание и структура дисциплины	4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	5
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)	12
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	13
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные систем	14

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Математические инструменты в экономических исследованиях» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКс-5	Способность применять математические методы в профессиональной деятельности	ПКс-5.1	способен использовать математический инструментарий при анализе и решении поставленной задачи

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
ведение аналитической деятельности в области экономики	ПКс-5.1	на уровне знаний: теоретические основы, основные методы математического анализа, теории оптимизации и линейной алгебры на уровне умений: полное владение инструментарием, необходимым для самостоятельной научно-исследовательской и аналитической работы

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

5 ЗЕ, 64 ак. часа на контактную работу с преподавателем, 80 ак. часов на самостоятельную работу обучающихся;

Место дисциплины в структуре ОП ВО

- «Математические инструменты в экономических исследованиях», 1 курс, 1 семестр,
- форма промежуточной аттестации – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 1	Введение в математический анализ многих переменных	18	4		4		10	О
Тема 2	Неявные функции	10	2		2		6	О
Тема 3	Оптимизация, основные понятия	30	6		6		18	О
Тема 4	Линейные пространства	26	6		6		14	О, КР (темы 1-4)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Тема 5	Оптимизация с ограничениями в виде неравенств	18	4		4		10	О
Тема 6	Основы интегрального исчисления	18	4		4		10	О
Тема 7	Исследование динамических систем	8	2		2		4	О
Тема 8	Ортогональность	16	4		4		8	О
Промежуточная аттестация		36						Э
Всего:		180/135	32/24		32/24		80/60	

* *Примечание:*

** – *формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР)*

3. Содержание дисциплины

Тема 1.

Элементы теории множеств, типология множеств, функции многих переменных, непрерывность и дифференцируемость, техника работы с частными производными

Тема 2.

Неявная функция, теоремы о неявной функции.

Тема 3.

Безусловная и условная оптимизация, теорема Лагранжа, достаточные условия экстремума, выпуклые и вогнутые функции, их свойства.

Тема 4.

Линейные пространства, скалярное произведение. Подпространства. Линейная зависимость и независимость, отображения.

Тема 5.

Ограничения в виде неравенств. Теорема Куна-Таккера. Теоремы об огибающей. Сравнительная статика.

Тема 6.

Основы интегрального исчисления. Несобственные интегралы, интегралы с параметрами.

Тема 7.

Простейшие дифференциальные и разностные уравнения.

Тема 8.

Ортогональность. Ортогональное дополнение. Проектирование. Теория матриц. Собственные значения и векторы. Диагонализация матриц. Квадратичные формы.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины: «Математические инструменты в экономических исследованиях» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Опрос
Тема 2	Опрос
Тема 3	Опрос
Тема 4	Опрос
Темы 1-4	Контрольная работа
Тема 5	Опрос
Тема 6	Опрос
Тема 7	Опрос
Тема 8	Опрос

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в виде письменной экзаменационной контрольной работы.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Типовые оценочные материалы по теме 1

Вопрос опроса: дать определение дифференцируемости функции двух переменных в точке.

Типовые оценочные материалы по теме 2

Вопрос опроса: привести формулировку теоремы о неявной функции в случае нескольких эндогенных и экзогенных переменных.

Типовые оценочные материалы по теме 3

Вопрос опроса: привести пример задачи на условную оптимизацию, когда метод Лагранжа неприменим, и не позволяет найти точку экстремума.

Типовые оценочные материалы по теме 4

Вопрос опроса: дать определения линейно независимой системы функций, и базиса в многомерном пространстве.

Контрольная работа (темы 1-4). Типовые задания.

1. а) Рассмотрите матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 & 5 \\ 3 & -2 & 11 & -5 \\ -1 & 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$. Приведите ее к окончательному

ступенчатому виду методом Гаусса-Жордана. а) Найдите базис в множестве значений матрицы A , то есть в $R(A)$.

б) Будем считать, что A является матрицей коэффициентов некоторой однородной системы уравнений. Найдите множество ее решений (речь о $Ax = 0$). в) Пусть

$b_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda^2 \\ 3\lambda \\ -1 \end{pmatrix}$ вектор, зависящий от параметра λ . Найдите значения λ (если они

существуют) при которых система $Ax = b_\lambda$ не имеет решений, имеет единственное решение, имеет бесконечно много решений.

2. В известном методе наименьших квадратов подбирают линейную функцию $y = a + bx$, исходя из набора экспериментальных значений $(x_i, y_i), i \in \{1, \dots, n\}$, минимизируя сумму

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2 \text{ по параметрам } a \text{ и } b.$$

- Используя условия первого порядка, найдите a, b . Определите условия, при которых это решение существует.
- Чтобы проверить достаточные условия, гарантирующие решение, выпишите их в форме матрицы Гессе и проверьте их выполнение.

3. Обозначим неотрицательный квадрант плоскости \bar{R}_+^2 . Рассмотрите функцию

$$F(x, y) = xy - \left(\frac{x^p}{p} + \frac{y^q}{q}\right), \text{ где } (x, y) \in \bar{R}_+^2, p > 1, q > 1 \text{ и } (p-1)(q-1) = 1.$$

а) Найдите множество $S \in \bar{R}_+^2$, состоящее из всех таких точек, где выполнено $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ и

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \text{ одновременно. Изобразите } S.$$

б) Найдите значения $F(x, y)$ для $(x, y) \in S$.

в) Покажите, что $(x, y) \notin S \Rightarrow F(x, y) < 0$.

4. Рассмотрите задачу максимизации выпуска при наличии бюджетного ограничения $F(K, L) \rightarrow \max$ при условии что $wL + rK = B$, где w, r фиксированные цены, B величина бюджета фирмы и $F(K, L)$ непрерывно дифференцируемая, однородная функция. Множество точек $(L(B), K(B))$ образует так называемую *траекторию расширения фирмы*, при этом B принимает все положительные значения, и L, K являются решениями задачи на условный экстремум, поставленной ранее.

Покажите, что траектория расширения фирмы является лучом, проходящим через начало координат.

Типовые оценочные материалы по теме 5

Вопрос опроса: в задаче потребителя с двумя благами и линейным бюджетным

ограничением, вывести формулы, позволяющие оценить чувствительность максимума полезности по ценам и доходу.

Типовые оценочные материалы по теме 6

Вопрос опроса: при каких условиях, возможно дифференцирование по параметру под знаком интеграла в случае несобственного интеграла?

Типовые оценочные материалы по теме 7

Вопрос опроса: объяснить технику интегрирования дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

Типовые оценочные материалы по теме 8

Вопрос опроса: Вопрос опроса: вывести формулу, позволяющую ортогонально проектировать многомерное пространство на множество значений линейного оператора.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКс-5	Способность применять математические методы в профессиональной деятельности	ПКс-5.1	способен использовать математический инструмент при анализе и решении поставленной задачи

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПКс-5.1	способен использовать математический инструмент при анализе и решении поставленной задачи	выбран верный математический инструмент для решения поставленной задачи, ход решения является верным, вычисления выполнены верно

4.3.2 Типовые оценочные средства

Типовая экзаменационная письменная работа.

1. а) Пусть R^3 - трехмерное линейное пространство со стандартным скалярным произведением.

б) Найдите ортонормированный базис в подпространстве, натянутом на систему

векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) Найдите систему уравнений $Ax = 0$, так чтобы нулевое подпространство матрицы A совпадало с этим подпространством. Каково наименьшее число строк в матрице A ?

2. Решите дифференциальные уравнения первого порядка

а) $(2xy^2 - y)dx + xdy = 0,$

б) $(\sin x + y)dy + (y \cos x - x^2)dx = 0,$

в) $y' = \frac{x}{y}e^{2x} + y,$

3. Найдите глобальный максимум функции $4 \ln x + y$ на множестве, заданном неравенствами $x + y \leq 4, 2x + y \leq 6, x, y \geq 0$. Примените условия Куна-Таккера. Проверьте выполнение достаточных условий.

4. Исследуйте на равномерную сходимость интеграл $I(\alpha) = \int_0^{\infty} \alpha e^{-x\alpha^2} dx$, где $-\infty < \alpha < \infty$.

Будет ли этот интеграл непрерывной функцией на множестве $-\infty < \alpha < \infty$?

Шкала оценивания

Оценка определяется по формуле:

Контрольная работа – 40 баллов

Экзамен оценивается из 60 баллов.

Итоговая оценка представляет собой сумму оценок за контрольные работы и за экзамен.

10-балльная шкала	Традиционная шкала	
10	Отлично	96-100 баллов
9	Отлично	91-95 баллов
8	Отлично	81-90 баллов
7	Хорошо	71-80 баллов
6	Хорошо	61-70 баллов
5	Удовлетворительно	51-60 баллов
4	Удовлетворительно	41-50 баллов
3	Неудовлетворительно	31-40 баллов
2	Неудовлетворительно	21-30 баллов
1	Неудовлетворительно	11-20 баллов
0	Неудовлетворительно	0-10 баллов

Шкала соответствия 10-ти балльной итоговой оценки и 5-ти балльной системы следующая:

Оценки 1,2,3 из 10 баллов соответствуют оценке «неудовлетворительно».

Оценки 4,5 из 10 баллов соответствуют оценке «удовлетворительно».

Оценки 6,7 из 10 баллов соответствуют оценке «хорошо».

Оценки 8,9,10 из 10 баллов соответствуют оценке «отлично».

10-балльная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/«Не зачтено»	Шкала ECTS ¹	Определение
10	Отлично	Зачтено	A	Полные, глубокие и систематические знания, знакомство с дополнительной литературой, полный и правильный ответ, творческий подход в понимании и изложении учебного материала, активная работа на практических или лабораторных занятиях, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
9	Отлично	Зачтено	B	Полные, глубокие и систематические знания, полный и правильный ответ, активная работа на практических или лабораторных занятиях, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
8	Отлично	Зачтено	B	Полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, активная работа на практических или лабораторных занятиях, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
7	Хорошо	Зачтено	C	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, активная работа на практических или лабораторных занятиях, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля.
6	Хорошо	Зачтено	C	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля.
5	Удовлетворительно	Зачтено	D	Знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля и при ответе.
4	Удовлетворительно	Зачтено	E	Знание основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий промежуточного контроля и при ответе.

3	Неудовлетворительно	Не зачтено	FX	Имеются существенные погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля, допущены существенные ошибки при ответе, необходима некоторая дополнительная работа.
2	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	Имеются пробелы в знаниях по значительной части учебного материала, допущены существенные ошибки при ответе, необходима значительная дополнительная учебная работа.
1	Неудовлетворительно	Не зачтено		Не выполнены предусмотренные программой задания, не отработаны практические или лабораторные занятия, недостаточно баллов по результатам текущего контроля, необходимы дополнительные занятия по соответствующей дисциплине.
0	Неудовлетворительно	Не зачтено		Нарушение академических норм (плагиат и т.п.)
1 Шкала ECTS используется в программах международного сотрудничества.				

4.4. Методические материалы

Экзамен и контрольная проводятся в аудитории. Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий.

Студент обязан являться на письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на письменный контроль знаний, не продлевается. При себе студенты могут иметь только письменные принадлежности. Необходимую для выполнения работы бумагу выдает преподаватель.

Преподаватель раздает варианты работы. Листы с заданиями должны быть повернуты текстом вниз, чтобы студенты до окончания процедуры раздачи не могли начать выполнение работы. По окончании раздачи вариантов студентам разрешается перевернуть текст задания и одновременно приступить к выполнению работы. По окончании отведенного времени студенты одновременно заканчивают выполнение работы. Если работа завершена существенно раньше срока, то по разрешению преподавателя студент может покинуть аудиторию досрочно.

Мобильные телефоны должны быть выключены и убраны со столов, допускается использование калькуляторов, выполняющих только простые арифметические вычисления.

Во время проведения письменного контроля знаний студентам не разрешается пользоваться учебными программами, справочниками и прочими источниками информации.

Использование материалов, а также попытка общения с другими студентами или иными лицами, в том числе с применением электронных средств связи, несанкционированные перемещения и т.п. являются основанием для удаления студента из аудитории и последующего проставления в ведомость оценки «неудовлетворительно».

Во время проведения письменного контроля знаний студентам разрешается покинуть аудиторию только при условии сдачи работы в объеме, выполненном к моменту выхода из аудитории. Дальнейшее продолжение работы запрещается.

Ответы в работе без объяснений не засчитываются. Рисунки должны быть четкими, все линии графиков, используемых при ответах на вопросы задач, должны быть подписаны.

Продолжительность экзаменационной письменной работы 180 минут, а контрольной 90 минут.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Виды самостоятельной внеаудиторной работы: повторение лекционных материалов, самостоятельное изучение рекомендованной литературы по темам курса. Количество затраченных часов – 80.

Для подготовки к практическим занятиям и к опросам необходимо ознакомиться с рекомендованной литературой, повторить материал предыдущих практических занятий и лекций. При возникновении вопросов обратиться к преподавателю по электронной почте с указанием конкретной проблемы и (или) прийти к преподавателю на консультацию в установленное время.

В течение курса преподаватель вправе предлагать студентам дополнительные задания для самостоятельной работы для лучшего усвоения материала

Методические указания по самостоятельной работе

Самостоятельная работа студентом осуществляется для закрепления изученного материала после практических занятий и лекций, для подготовки к практическим занятиям и опросам, для изучения дополнительных материалов.

Используемые сокращения источников:

Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с. **(П)**,

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Дрофа -т.1. 2003, 704 с., т.2. 2004.-720с., т.3. 2006.-351 с. **(К)**,

В.А.Артамонов, Линейная алгебра и аналитическая геометрия (Курс лекций для экономических специальностей), Изд. 2-ое дополненное. М.: Изд. ВАВТ, 2019. **(А)**.

А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 176 с. **(Ф)**.

№ п/п	Тип занятия	Указания
Тема 1. Введение в математический анализ многих переменных		
1	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К) , том 2, главы 35, 36
2	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К) , том 2, главы 37, 38, 39
Тема 2. Неявные функции		
3	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К) , том 2, главы 41, 42
Тема 3. Оптимизация, основные понятия		
4	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К) , том 2, глава 40
5-6	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К) , том 2, глава 43
Тема 4. Линейные пространства		

№ п/п	Тип занятия	Указания
7	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (А), главы 1, 3
8-9	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (А), главы 6,8
Тема 5. Оптимизация с ограничениями в виде неравенств		
10	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (П), глава 1
11	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (П), глава 9
Тема 6. Основы интегрального исчисления		
12	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К), том 1, главы 18, 23
13	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (К), том 1, главы 25, 29
Тема 7. Исследование динамических систем		
14	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (Ф), главы 5, 6, 11
Тема 8. Ортогональность		
15	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (А), глава 7
16	ПЗ	Проработать материал лекции Проработать материал по темам лекции в книге (А), глава 8

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. ч.1 и 2., М.: МГУ, 1985.- 662с, 1987.- 358 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Дрофа -т.1. 2003, 704 с., т.2. 2004.-720с., т.3. 2006.-351 с.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Астрель, 2003, 559 с.
5. В.А.Артамонов, Линейная алгебра и аналитическая геометрия (Курс лекций для экономических специальностей), Изд. 2-ое дополненное. М.: Изд. ВАВТ, 2019.
6. А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 176 с.

6.2. Дополнительная литература.

1. Браверман Э.М. Математические модели планирования и управления в экономических системах. Москва. Издательство «Наука», 1976 г. 368 с.
2. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Айрис-пресс, 2002.

6.3 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Отдельное обеспечение не предусмотрено.

6.4 Нормативно правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам
http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12.35
2. <http://lms.ranepa.ru>

6.6. Иные источники.

Не предусмотрены.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные систем

Для проведения занятий необходима аудитория, оснащенная доской, компьютером преподавателя и проектором с программным обеспечением Microsoft PowerPoint и Adobe Reader, библиотека.

В качестве программного обеспечения учебного процесса используются:

- Операционные системы семейства Windows (98, XP, Vista, 7, 8);