Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт права и национальной безопасности
Кафедра социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры социально-гуманитарных
экономических и естественно-научных дисциплин
Протокол от « 30 » июня 2020 г.
№ 8

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

К.М.02.01.03 Теория вероятностей
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность
(код, наименование специальности)

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности
(направленность (специализация))

экономист
(квалификация)

Очная
(форма(ы) обучения)

Год набора - 2020

Москва, 2020 г.

Автор(ы)-составитель(и):

Профессор кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, профессор Резниченко Александр Васильевич
Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат экономических наук Жук Игорь Александрович

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, доцент Выжигин Александр Юрьевич

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы 7

3. Содержание и структура дисциплины 7

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 25

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 32

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 34

6.1. Основная литература 34
6.2. Дополнительная литература 34
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 34
6.4. Нормативные правовые документы 35
6.5. Интернет-ресурсы 35
6.6. Иные источники 35

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 35

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина К.М.02.01.03 "Теория вероятностей" обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-2	Способность применять проектный подход при решении профессиональных задач	УК ОС-2.2	Способность определять ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения
		УК ОС-2.3	Способность оценивать ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения
		УК ОС-2.4	Способность в рамках разработ-ки проекта выбирать оптималь-ные способы решения задач в рамках поставленной цели
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую симво-лику при построении организа-ционно-управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
А. Деятельность по обеспечению экономической безопасности в составе подразделения (службы) **А/01.5** Участие в работе подразделения экономической	УК ОС-2.2	**на уровне знаний:** - основы теории вероятностей, необходимые для выбора ресурсов и определения ограничений проекта с качественной и количественной точек зрения;
		на уровне умений: - применять аппарат теории вероятностей для выбора ресурсов и ограничений задач проекта;

безопасности по контролю исполнения законов, норм и правил экономической защиты собственности **Трудовые действия** **1**. Сбор информации по полученному заданию, анализ данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов **2**. Обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов **А/02.5** Разработка предложений для локальной документации, обеспечивающей функционирование системы управления экономической безопасности **Трудовые действия** **1**. Подготовка исходных данных для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность организации **2**. Расчет экономических и социально-экономических показателей на основе типовых методик с учетом действующей нормативно-правовой базы		**на уровне навыков:** - обоснования перечня ресурсов и ограничений задач проекта в рамках поставленной цели;
	УК ОС-2.3	**на уровне знаний:** - знать способы качественной и количественной оценки ресурсов и существующих ограничений профессиональных задач проекта;
		на уровне умений: - применять математический инструментарий для качественной и количественной оценки ресурсов и существующих ограничений проекта;
		на уровне навыков: - навыки оценки ресурсов и существующих ограничений отдельных задач;
	УК ОС-2.4	**на уровне знаний:** - знать способы оптимизации решения профессиональных задач в рамках поставленной цели;
		на уровне умений: - выбирать оптимальные способы решения задач в рамках поставленной цели;
		на уровне навыков: - навыки решения отдельных задач исходя из целей проекта;
	ОПК-1.1.	**на уровне знаний:** - основы теории вероятностей, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач;
		на уровне умений: - применять аппарат теории вероятностей для решения типовых математических задач;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата теории вероятностей для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.2	**на уровне знаний:** - основы теории вероятностей, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач и формулирования выводов;
		на уровне умений: - применять аппарат теории вероятностей для решения типовых математических задач и формулировать выводы;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата теории вероятностей для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.3	**на уровне знаний:** - основы теории вероятностей, необходимых для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;

		на уровне умений: - применять аппарат теории вероятностей для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач;
	ОПК-1.4	**на уровне знаний:** - основные математические методы решения экономических задач, формулирования закономерностей, прогноза развития событий и их последствий и оценки полученных результатов;
		на уровне умений: - применять математический аппарат теории вероятностей для решения экономических задач; анализировать полученные результаты и формулировать адекватные выводы относительно динамики экономических показателей;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач;
	ОПК-1.5	**на уровне знаний:** - знать базовые экономические принципы и практику их применения
		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;
		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные;
	ОПК-1.6	**на уровне знаний:** - знать принципы расчета и оценки основных экономических показателей;
		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;
		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные и формулировать выводы.

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Трудоемкость дисциплины К.М.02.01.03 "Теория вероятностей" составляет 3 з.е. (108 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

лекции – 16 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 60 а.ч.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей» (К.М.02.01.03) относится к Модулю 2 "Математика и статистика" и изучается на II курсе – 3 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика», а также дисциплин «Линейная алгебра» и «Математический анализ».

Дисциплина «Теория вероятностей» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами Модуля 2:

К.М.02.01.04 «Экономико-математические модели и методы», 4 семестр;

К.М.02.02.01 «Математическая статистика», 5 семестр;

К.М.02.02.03 «Эконометрика», 6 семестр.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: контрольная работа – 3 семестр.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Теория вероятностей								
Тема 1	Случайные события	34	4		10		20	О, РЗ, КР
Тема 2	Случайные величины	42	8		14		20	О, РЗ, КР
Тема 3	Случайные процессы и элементы теории массового обслуживания	32	4		8		20	О, РЗ, КР
Итого по 3 семестру		**108**	**16**		**32**		**60**	
Контрольная работа								
	Всего:	**108**	**16**		**32**		**60**	

Содержание дисциплины

Содержание лекционного материала

Теория вероятностей

Тема 1. Случайные события.

Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Вероятность события (классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности). Основные понятия комбинаторики. Действия над событиями. Теоремы сложения и умножения

вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Тема 2. Случайные величины.

Случайная величина и ее закон распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, квантили. Их свойства. Начальные и центральные моменты случайных величин. Основные законы распределения случайных величин. Распределения случайных величин, представляющих функции нормальных величин. Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева, Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема. Многомерные случайные величины. Функция распределения и плотность двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.

Тема 3. Случайные процессы и элементы теории массового обслуживания.

Случайные процессы и их характеристики. Марковские процессы. Потоки событий. Уравнения Чепмена-Колмогорова. Основные понятия теории массового обслуживания. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказом и с ожиданием. Методы теории массового обслуживания в решении экономических задач.

Задания практических занятий

Теория вероятностей

Тема **1. Случайные события**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Сколькими способами можно расположить на полке пятитомное собрание сочинений?

б) В математическом кружке 25 членов. Необходимо избрать председателя, его заместителя, редактора стенгазеты и секретаря. Сколькими способами можно образовать эту руководящую четверку, если одно лицо может занимать только один пост?

в) В районной организации некоторой партии насчитывается 150 членов. Сколькими способами можно избрать 6 делегатов на съезд.

на дом

г) Для полета на Марс необходимо укомплектовать экипаж космического корабля в составе: командир корабля, первый помощник, второй помощник, два бортинженера и один врач. Командная тройка может быть отобрана из 25 летчиков, 2 бортинженера – из числа 20 равноценных технических специалистов, а врач – из числа 8 медиков. Сколькими способами можно укомплектовать экипаж корабля?

д) На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок?

3. Решить задачи:

а) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются одна карта. Найти вероятность того, что она окажется тузом.

б) Четырем игрокам раздается поровну колода из 36 карт. Определить вероятность того, что каждый игрок получил карты только одной масти?

на дом

в) В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

г) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется только один туз.

4. Результаты оценки подготовки групп по математике приведены в таблице:

Оценка	"Отлично"	"Хорошо"	"Удов."	"Неудов."
Количество групп	18	23	15	3

Определить вероятность получения оценки "хорошо", а также оценки не ниже чем "хорошо" и положительной оценки любой группой.

5. Решить задачи:

а) Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной.

Найти вероятность того, что карточки с буквами вынимаются в порядке следования букв заданного слова: а) «событие»; б) «статистика»?

б) Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр.

Какова вероятность того, что в нем все цифры: различные; одинаковые; нечетные. Известно, что номер телефона не может начинаться с цифры ноль.

на дом

в) Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?

г) Среди 15 лампочек 4 стандартные. Одновременно берут наудачу 2 лампочки. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них нестандартная.

6. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

на дом

Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся две девушки и двое юношей?

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 и 5, если цифры могут повторяться? При условии, что ни одна цифра не повторяется?

б) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1?

на дом

в) В продажу поступили открытки 10 разных видов. Сколькими способами можно образовать набор из 12 открыток? из 8 открыток?

г) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если допускается повторение этих цифр?

3. Решить задачи:

а) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата?

б) В районе площадью 16 кв. км находится объект противника. Для его обнаружения выслана разведывательная группа. Оценить эффективность действия разведывательной группы через 1 час ведения разведки, если ее скорость передвижения в районе составляет 3 км/час при эффективном радиусе обнаружения 1 км.

на дом

в) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него равностороннего треугольника?

4. Решить задачи:

а) Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

б) В ящике 90 стандартных и 10 нестандартных деталей. Какова вероятность того, что среди 10 наугад вынутых деталей бракованных не окажется?

5. Решить задачи:

а) Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча, а после игры кладут их обратно. При выборе мячей игранные от неигранных не отличаются. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неигранных мячей?

б) В одной группе 18 студентов, из которых 9 учатся на «отлично». В другой – 16 студентов, из которых на «отлично» учатся 4. Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что а) студент каждой группы учится на «отлично»; б*) оба учатся на «отлично»?

в) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос, студент понял, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б)не сдаст зачет?

на дом

г) Из ящика, содержащего 5 пар обуви, из которых три пары мужской, а две пары – женской, перекладывают наудачу 2 пары обуви в другой ящик, содержащий одинаковое количество пар женской и мужской обуви. Какова вероятность того, что во втором ящике после этого окажется одинаковое количество пар мужской и женской обуви?

д) Для проведения соревнования 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по восемь команд в каждой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: в разных подгруппах; в одной подгруппе.

Занятие **3**.

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: только второй экзамен; только один экзамен.

б) Прибор, работающий в течение времени ***t***, состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя целиком. Вероятность безотказной работы в течение времени ***t*** первого узла равно 0,9; второго – 0,95, а третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени ***t*** прибор выйдет из строя.

на дом

в) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: три экзамена; по крайней мере, два экзамена; хотя бы один экзамен.

г) Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0.6, 0.7 и 0.8. Найти вероятность того, что эта формула содержится не менее чем в двух справочниках.

3. На полке стоит 10 книг, среди которых три книги по теории вероятностей. Наудачу берутся три книги. Какова вероятность того, что среди отобранных есть хотя бы одна книга по теории вероятностей?

на дом

На связке 5 ключей. К замку подходит только один ключ. Найти вероятность того, что потребуется не более двух попыток открыть замок, если опробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует.

4. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачтенная работа принадлежит студенту первой группы?

на дом

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

5. В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?

6*. Решить задачи:

а) Среди клиентов банка 80% являются физическими лицами и 20% – юридическими. Из практики известно, что 40% всех операций приходится на долгосрочные расчеты, и в тоже время из общего числа операций, связанных с физическими лицами, 30% приходится на долгосрочные расчеты.

Какова вероятность того, что наудачу выбранный клиент является юридическим лицом и осуществляет долгосрочный расчет?

б) Брак в продукции завода вследствие дефекта **А** составляет 4%, а вследствие дефекта **В** – 3,5%. Годная продукция завода составляет 95%.

Найти вероятность того, что: а) среди продукции, не обладающей дефектом **А**, встретится дефект **В**; б) среди забракованной по признаку **А** продукции встретится дефект **В**.

на дом

в) Вероятность того, что студент сдаст экзамен по дисциплине **А**, равна 0,8. Условная вероятность того, что студент сдаст экзамен по дисциплине **В** равна: 0,6 при условии, что он экзамен по дисциплине **А** сдаст; 0,5 при условии, что – не сдаст. Необходимо найти вероятность того, что экзамен хотя бы по одной из двух дисциплин студент: сдаст; не сдаст. Определить являются ли события – сдача экзаменов по дисциплинам **А** и **В** независимыми?

г) В магазине продаются 10 телевизоров, 3 из которых имеют дефекты. Какова вероятность того, что посетитель купит телевизор, если для выбора телевизора без дефектов понадобится не более трех попыток?

Занятие **4**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1: 4: 5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

б) Страховая компания разделяет застрахованных клиентов по классам риска: I − малый риск, II − средний, III − большой риск. Среди этих клиентов: 50% − первого класса риска, 30% − второго и 20% − третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго 0,03 и третьего − 0,08.

Какова вероятность того, что: застрахованный клиент получит денежное вознаграждение за период страхования; получивший денежное вознаграждение застрахованный клиент относится к группе малого риска?

в) В урне два белых и три черных шара. Два игрока по очереди вынимают из урны по шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше вынет белый шар. Найти вероятность того, что выиграет первый игрок.

г) Два руководителя планируют создать совместное предприятие, если в течение года каждому из них удается сформировать свою долю начального капитала. Вероятности этого равны соответственно 0,4 и 0,7. По истечении года выяснилось, что совместное предприятие не может быть создано. Какова вероятность того, что каждый участник сумел накопить свою долю начального капитала?

на дом

д) В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%, третьей – 75%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным;

б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено третьей фирмой?

е) Вся продукция цеха проверяется двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 55% изделий, а второй − остальные. Вероятность того, что первый контролер пропустит нестандартное изделие, равна 0,01, а второй − 0,02. Взятое наудачу изделие, маркированное как стандартное, оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверялось вторым контролером.

ж) Из урны содержащей три белых и пять черных шаров, два человека вынули поочередно по шару (без возвращения). Какова вероятность того, что первый вынул белый шар, если второй вынул черный?

з) Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,2, а для второго – 0,3. Какова вероятность того, что первый сделает больше выстрелов?

3. Вероятность, что малое предприятие станет банкротом в течение года равна 0,2. Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся два предприятия.

на дом

Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся более двух предприятий.

Занятие **5**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. В институте обучается 730 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна 1/365. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 января, оценить вероятность такого события.

3*. В группе обучается 36 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна 1/365. Оценить вероятность того, что, по крайней мере, 2 студента имеют одинаковый день рождения.

4. Фирма раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы показывает, что на 500 рекламных листков приходится один заказ. Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листков число заказов будет равно 48.

на дом

Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листков число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55.

5. Решить задачи

а) Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что: тираж содержит 5 бракованных книг; по крайней мере 9998 книг сброшюрованы правильно.

б) Для поражения цели необходимо не менее трех попаданий. Определить вероятность поражения цели, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3 и производится пять выстрелов.

в) Вероятность того, что при одном выстреле стрелок попадет в десятку, равна 0,6. Сколько выстрелов должен сделать стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 он попал в десятку хотя бы один раз?

на дом

г) При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб.: не менее 300; от 300 до 420 включительно.

д) Подводная лодка атакует крейсер, выпуская по нему одну за другой 4 торпеды; вероятность попадания каждой – 3/4. Любая из торпед с одинаковой вероятностью может пробить один из 10 отсеков крейсера, которые в результате попадания наполняются водой. При заполнении хотя бы двух отсеков крейсер тонет. Вычислить вероятность гибели крейсера.

е) Вероятность того, что событие А появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0,75. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же).

Тема **2. Случайные величины**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам ***А*** и ***Б***, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составить закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст студент.

б) Дана случайная величина ***X***:

x_i	-1	1	2
p_i	0,5	0,4	0,1

Найти закон распределения случайных величин: а) $\boldsymbol{Y} = 0{,}5\boldsymbol{X}$; б) $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X}^3$.

Построить *функцию распределения, найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение исходных и полученных случайных величин.*

3. Решить задачи:

а) Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных кустов.

б) Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

в) В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

г) Случайные величины $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ независимы и имеют один и тот же закон распределения:

Значение – x_i	1	2	4
Вероятность – p_i	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайных величин $2\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}$. Убедиться в том, что $2\boldsymbol{X} \neq \boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}$, но $\boldsymbol{M}[2\boldsymbol{X}] = \boldsymbol{M}[\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}]$.

на дом

д) Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

е) Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

ж) Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7.

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения.

з) Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго − 0,7. Необходимо: составить закон распределения общего числа попаданий; найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Из пяти гвоздик две белые. Составить закон распределения и найти функцию распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди двух одновременно взятых.

б) Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигнет четырех либо студент ответит неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна 2/3.

Составить закон распределения числа заданных студенту вопросов.

в) Даны законы распределения двух независимых случайных величин $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$:

x_i	0	1	3
p_i	0,2	0,5	?

y_i	2	3
p_i	0,4	?

Найти вероятности, с которыми случайные величины принимают значение 3, а затем составить закон распределения случайной величины $3\boldsymbol{X} - 2\boldsymbol{Y}$и проверить выполнение свойств математических ожиданий и дисперсий:

$$\boldsymbol{M}[3\boldsymbol{X} - 2\boldsymbol{Y}] = 3\boldsymbol{M}[\boldsymbol{X}] - 2\boldsymbol{M}[\boldsymbol{Y}],\ \ \boldsymbol{D}[3\boldsymbol{X} - 2\boldsymbol{Y}] = 9\boldsymbol{D}[\boldsymbol{X}] + 4\boldsymbol{D}[\boldsymbol{Y}].$$

г) Дискретная случайная величина $\boldsymbol{X}$ задана рядом распределения

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1

Найти условную вероятность события $\boldsymbol{X} < 5$ при условии, что $\boldsymbol{X} > 2$.

д) Случайная величина $\boldsymbol{X}$, сосредоточенная на интервале (1;4), задана квадратичной функцией распределения $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = a\boldsymbol{x}^2 + b\boldsymbol{x} + c$, имеющей максимум при $\boldsymbol{x} = 4$. Найти параметры a, b, c и вычислить вероятность попадания случайной величины $\boldsymbol{X}$ в интервал [2;3].

на дом

е) Каждый поступающий в институт должен сдать 3 экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена 0,9, второго − 0,8, третьего − 0,7. Следующий экзамен поступающий сдает только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения числа экзаменов, сдававшихся поступающим в институт. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

ж) На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Даны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из них:

а) для первого

x_i	0	1	2
p_i	0,1	0,6	0,3

б) для второго

y_i	0	2
p_i	0,5	0,5

Необходимо: а) составить закон распределения числа производимых в течение смены бракованных изделий обоими станками; б) проверить свойство математического ожидания суммы случайных величин.

з) Случайная величина $\boldsymbol{X}$ задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0 \\ x^2 \text{ при } 0 < x \le 1 \\ 1 \text{ при } x > 1 \end{cases}$$

Найти: плотность вероятности $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$; математическое ожидание; дисперсию; вероятности $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} = 0{,}5)$; $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} < 0{,}5)$; $\boldsymbol{P}(0{,}5 \le \boldsymbol{X} \le 1)$; построить графики $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$ и $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$.

и) Случайные величины $\boldsymbol{X_1}$, $\boldsymbol{X_2}$ независимы и имеют одинаковое распределение:

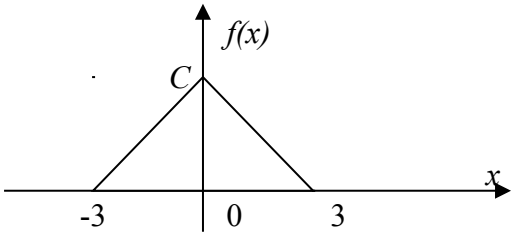
x_i	0	1	2	3
p_i	$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$

Найти: вероятность события $\boldsymbol{X_1} + \boldsymbol{X_2} > 2$ и условную вероятность $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X_1} + \boldsymbol{X_2} > 2 | \boldsymbol{X_1} = 1)$.

к) Дана функция $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } \boldsymbol{x} < 0; \\ Cxe^{-x} & \text{при } \boldsymbol{x} \ge 0. \end{cases}$

При каком значении параметра $\boldsymbol{C}$ эта функция является плотностью распределения некоторой непрерывной случайной величины $\boldsymbol{X}$? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\boldsymbol{X}$.

л*) Случайная величина X распределена по закону Симпсона (равнобедренного треугольника) на отрезке [-3; 3]:



Найти: выражения плотности вероятности f(x) и функции распределения $F(x)$; числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\mu_3[X]$; вероятность $P(-3/2 < X < 3)$ и показать ее на данном в условии графике $f(x)$ и построенном графике $F(x)$.

<u>Занятие **3** (в компьютерном классе)</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить значения плотности равномерного распределения, сосредоточенного на интервале [a, b], значения функции этого равномерного распределения для массива аргумента от -1 до 4 с шагом 0,1. Построение выполнить для $a = 1$, $b = 3$.

При вычислении использовать логические функции. Построить графики плотности этого равномерного распределения и функции этого распределения.

3. Малое предприятие оказывается банкротом в течение года с вероятностью p. Найти вероятности того, что в течение года банкротами станут 0, 1, 2, 3, 4, 5 малых предприятий из пяти зарегистрированных в данном регионе. Вычислить с использованием стандартной функции ***Excel*** (БИНОМ.РАСП) для p = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 0,8.

Построить полученные распределения графически. Найти наиболее вероятное число предприятий, ставших банкротами, для каждого из указанных значений вероятности.

4. Построить таблицу значений плотности и функции нормального распределения с параметрами a и σ на интервале [-5, 5] с шагом 0,1 (с использованием стандартной функции ***Excel*** (НОРМ.РАСП)).

Построить графики полученных функций. Проанализировать зависимость формы и положения графика от значений параметров. Остановиться на графиках стандартного нормального распределения ($a = 0$; $\sigma = 1$).

5. Использование нормализованных значений (НОРМАЛИЗАЦИЯ).

Школьник участвует в двух олимпиадах. На одной он набрал 70 баллов, на другой – 80. Где он выступил удачнее, если средний балл участника первой олимпиады равен 60, а второй – 70, стандартное отклонение в первом случае равно 5, а во втором – 10?

на дом

Построение и анализ графиков плотностей и функций распределений Пуассона и экспоненциального с использованием стандартных функций ***Excel*** (ПУАССОН, ЭКСПРАСП) по заданию, выданному на занятии.

Образовательные технологии: применение вычислительной техники с соответствующим программным обеспечением и мультимедийной аппаратуры.

Занятие **4**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна 0,002. Необходимо: а) составить закон распределения отказавших за время t элементов; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины; в) определить вероятность того, что за время t откажет хотя бы один элемент.

б) Среднее время безотказной работы прибора равно 80 ч. Полагая, что время безотказной работы прибора имеет показательный закон распределения, найти: а) выражение его плотности вероятности и функции распределения; б) вероятность того, что в течение (не менее !) 100 ч прибор не выйдет из строя.

на дом

в) Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$$F(t) = 1 - e^{-0,01t} \ (t > 0).$$

Найти вероятность того, что за время длительностью t = 50 ч.: а) элемент откажет; б) элемент не откажет.

3. Решить задачи:

а) Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 у.е. и средним квадратическим отклонением 0,2 у.е. Найти вероятность того, что цена акции: а) не выше 15,3 у.е.; б) не ниже 15,4 у.е.; в) от 14,9 до 15,3 у.е. С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.

б) Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробок с конфетами имеет нормальное распределение, а 5% коробок имеют массу, меньшую 500 г. Каков процент коробок, масса которых: а) менее 470 г; б) от 500 до 550 г; в) более 550 г; г) отличается от средней не более, чем на 30 г (по абсолютной величине)?

на дом

в) Случайная величина X распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания этой случайной величины на отрезок от -1 до +1 равна 0,5. Найти выражения плотности вероятности и функции распределения случайной величины X.

г) Длина изготавливаемой автоматом детали представляет собой случайную величину X, распределенную по нормальному закону с параметрами $m_x = a$ = 15см., σ_x = 0,2 см.

Найти вероятность брака, если допускаемые размеры детали должны быть 15 ± 0,3 (см). Определить какую точность длины можно гарантировать с вероятностью 0,97?

4. Решить задачи:

а) Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию и интервалом 7 минут. Составить функцию плотности случайной величины T – времени ожидании очередного

автобуса пассажиром, который наудачу подошел к остановке. Найти вероятность того, что он будет ждать автобус не более трёх минут. Найти функцию распределения $F(t)$.

на дом

б) Испытывают три элемента, которые работают независимо один от другого. Длительность времени безотказной работы элементов распределена по показательному закону: для первого элемента $F_1(t) = 1- e^{-0,1t}$; для второго $F_2(t) = 1- e^{-0,2t}$; для третьего элемента $F_3(t) = 1- e^{-0,3t}$ Найти вероятности того, что в интервале времени (0,5) часов откажут: только один элемент; только два элемента; все три элемента.

Занятие **5**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить задачи:

а) Отделение банка обслуживает в среднем 100 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в отделении банка будет обслужено: более 150 клиентов; не более 200 клиентов.

б) Электростанция обслуживает сеть на 1600 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0,9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 100 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра–Лапласа.

в) В течение времени t эксплуатируются 500 приборов. Каждый прибор имеет надежность 0,98 и выходит из строя независимо от других. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что доля надежных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

г) Сколько нужно произвести измерений, чтобы с вероятностью, равной 0,9973, утверждать, что погрешность средней арифметической результатов этих измерений не превысит 0,01, если измерение характеризуется средним квадратическим отклонением, равным 0,03?

на дом

д) Среднее изменение курса акции компании в течение одних биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более чем на 3%.

е) В среднем 10% работоспособного населения города – безработные. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10 000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.

ж) По опыту работы страховой компании, страховой случай приходится на каждый пятый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева, сколько договоров следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 не более чем на 0,01 (по модулю). Уточнить ответ с помощью следствия из интегральной теоремы Муавра–Лапласа.

з) В целях контроля из партии в 100 ящиков взяли по одной детали из каждого ящика и измерили их длину. Требуется оценить вероятность того, что вычисленная по данным выборки средняя длина детали отличается от средней длины детали во всей партии не более чем на 0,3 мм, если известно, что среднее квадратическое отклонение не превышает 0,8 мм.

Занятие **6**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Закон распределения двумерной случайной величины задан таблицей:

X \ ***Y***	-1	1
0	0,1	0,06
1	0,3	0,18
2	0,2	0,16

Найти одномерные законы распределения компонент ***X***, ***Y*** и ***P***(***X*** ≥ ***Y***).

б) Закон распределения двумерной случайной величины задан таблицей:

X \ ***Y***	1	2
-1	0,3	0,25
0	0,1	0,05
1	0,2	0,1

Описать условные законы распределения: случайной величины ***X*** при условии, что ***Y*** = 2, случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = -1.

на дом

В условиях задачи 2б) описать условные законы распределения: случайной величины ***X*** при условии, что ***Y*** = 1, и случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = 1.

3. Решить задачи:

а) Закон распределения двумерной случайной величины задан таблицей:

X \ ***Y***	0	2	5
1	0,1	0	0,2
2	0	0,3	0
4	0,1	0,3	0

Определить, зависимы или независимы компоненты ***X***, ***Y***.

Определить $m_x, m_y, D_x, D_y, \sigma_x, \sigma_y, K_{XY}, \rho_{XY}$.

б) Закон распределения двумерной случайной величины задан таблицей:

X \ ***Y***	0	1	2	3
1	0,1	0,1	0,1	0,1
2	0,05	0,05	0,05	0,05
3	0,1	0,1	0,1	0,1

Выяснить случайные величины: зависимы; коррелированны.

на дом

Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

X \ ***Y***	1	2
-1	0,15	0,05
0	0,3	0,05
1	0,35	0,1

Выяснить случайные величины: зависимы; коррелированны.

4. Решить задачи:

Двумерная случайная величина задана законом распределения:

X \ ***Y***	-1	0	1
-1	0,2	0,1	0,3
1	0,05	0,15	0,2

Найти условное математическое ожидание случайной вели-чины ***X*** при условии, что ***Y*** = 0.

на дом

В условиях задачи 4) найти условное математическое ожидание случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = -1.

<u>Занятие **7**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Известна функция плотности двумерной случайной величины

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} axy, & при\ \ (x,y)\in D;\\ 0, & при\ \ (x,y)\notin D.\end{cases}$$

Область ***D*** – квадрат, ограниченный прямыми $\boldsymbol{x}=0$; $\boldsymbol{x}=2$; $\boldsymbol{y}=0$; $\boldsymbol{y}=2$. Найти коэффициент ***a***.

на дом

Двумерная случайная величина задана дифференциальной функцией

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} A, & при\ \ x^2+y^2\le 4;\\ 0, & при\ \ x^2+y^2>4;\end{cases}$$

Найти постоянную ***A***.

3. Известна функция плотности двумерной случайной величины:

$$f_{XY}(x,y)=\frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)},\ x,y\in\mathbb{R}.$$

Составить функцию распределения $F_{XY}(x,y)$.

на дом

Известна функция плотности двумерной случайной величины:

$$f_{XY}(x,y)=\frac{A}{\pi^2(1+x^2)(2+y^2)},\ x,y\in\mathbb{R}.$$

Найти величину ***A***, вероятность попадания случайной точки (***x***, ***y***) в прямоугольник, ограниченный линиями $\boldsymbol{x}=0$, $\boldsymbol{y}=0$, $\boldsymbol{x}=1$, $\boldsymbol{y}=2^{1/2}$, функцию распределения $F_{XY}(x,y)$.

4. Найти плотность распределения двумерной случайной величины, если известна функция распределения:

$$F_{XY}(x,y)=\begin{cases} 1+e^{-2x-3y}-e^{-2x}-e^{-3y}, & x\ge 0, y\ge 0;\\ 0; & иначе.\end{cases}$$

5. Двумерная случайная величина задана функцией распределения:

$$F_{XY}(x,y)=\begin{cases} 1+e^{-(\lambda x+\mu y)}-e^{-\lambda x}-e^{-\mu y}, & x\ge 0, y\ge 0;\\ 0; & иначе.\end{cases}$$

Найти плотность распределения $f_{XY}(x,y)$ и законы распределения компонент ***X*** и ***Y***.

на дом

Двумерная случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} C, & -1\le x<2,\ 1\le y<3;\\ 0, & иначе.\end{cases}$$

Найти постоянную ***C.*** Определить, зависимы или независимы компоненты ***X***, ***Y***. Найти функцию распределения $F_{XY}(x,y)$.

Тема **3. Случайные процессы**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачу:

Случайный процесс определяется формулой: $X(t) = Xe^{-t}\,(t > 0)$, где $\boldsymbol{X}$ – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{\sigma^2}$. Найти математическое ожидание, дисперсию, корреляционную и нормированную корреляционную функцию случайного процесса.

3. Решить задачи:

Построить граф состояний системы $\boldsymbol{S}$ — автомашины, которая может находиться в одном из пяти возможных состояний: $\boldsymbol{S}_1$ — исправна, работает; $\boldsymbol{S}_2$ — неисправна, ожидает осмотра; $\boldsymbol{S}_3$ — осматривается; $\boldsymbol{S}_4$ — ремонтируется; $\boldsymbol{S}_5$ — списана.

на дом

Построить граф состояний системы $\boldsymbol{S}$, представляющей собой электрическую лампочку, которая в случайный момент времени может быть либо включена, либо выключена, либо выведена из строя.

4. Решить задачи:

В моменты времени $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, \boldsymbol{t}_3$ производится осмотр ЭВМ. Возможные состояния ЭВМ:

$\boldsymbol{S}_1$ – полностью исправна; $\boldsymbol{S}_2$ – имеет незначительные неисправности; $\boldsymbol{S}_3$ – имеет существенные неисправности и может решать ограниченный круг задач; $\boldsymbol{S}_4$ – полностью вышла из строя.

Матрица перехода имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

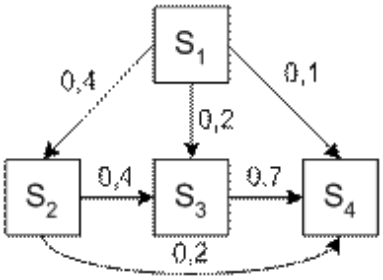
Построить граф состояний системы. Определить вид матрицы перехода после трех проверок.

на дом

По некоторой цели ведется стрельба четырьмя выстрелами в моменты времени $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, \boldsymbol{t}_3, \boldsymbol{t}_4$.

Возможные состояния цели (системы $\boldsymbol{S}$): $\boldsymbol{S}_1$ - цель невредима; $\boldsymbol{S}_2$ - цель незначительно повреждена; $\boldsymbol{S}_3$ - цель получила существенные повреждения; $\boldsymbol{S}_4$ - цель полностью поражена (не может функционировать).

Размеченный граф состояний системы показан на рисунке:



В начальный момент цель находится в состоянии S_1 (не повреждена). Определить вероятности состояний цели после четырех выстрелов.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

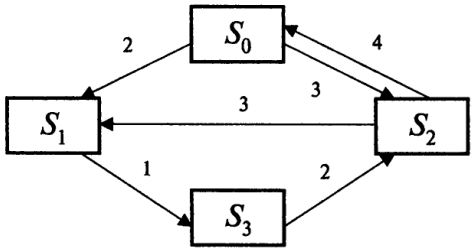
На автоматическую телефонную станцию поступает простейший (стационарный пуассоновский) поток вызовов с интенсивностью $\lambda = 1{,}2$ вызовов в минуту. Найти вероятность того, что за две минуты: а) не придет ни одного вызова; б) придет ровно один вызов; в) придет хотя бы один вызов.

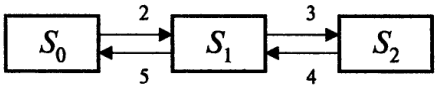
на дом

Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт таксопарка в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит: а) 4 вызова; б) хотя бы один; в) ни одного вызова. (Поток заявок простейший – стационарный пуассоновский).

3. Решить задачу:

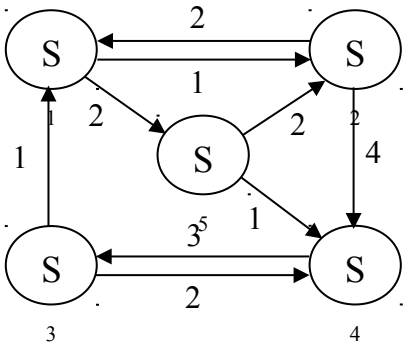
Найти предельные вероятности для систем S, граф которых изображен на рисунке:
а) – в аудитории, б) – ***на дом.***



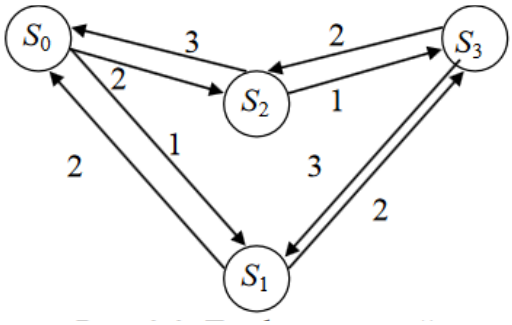


а) б)

4. Найти стационарные вероятности для Марковского процесса, заданного графом переходов состояний и значениями интенсивностей перехода:



на дом



5. Система имеет три состояния. Построить граф состояний системы, написать уравнения Колмогорова-Чепмена и найти стационарное распределение для $\lambda_{12} = 1$, $\lambda_{13} = 1$, $\lambda_{21} = 0$, $\lambda_{23} = 2$, $\lambda_{31} = 3$, $\lambda_{32} = 0$ – плотностей перехода.

Занятие **3**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить задачи:

а) Имеется станция связи с двумя каналами (n = 2), интенсивность потока заявок λ = 1,5 заявки в минуту; среднее время обслуживания одной заявки $t_{об}$ = 2 мин., все потоки событий – простейшие. Найти финальные вероятности состояний и характеристики эффективности СМО с отказами.

б) Система ПВО из 6 комплексов прикрывает объект, на который производится налет группой самолетов со средней интенсивностью λ = 4 сам./мин. Среднее время обстрела одной цели одним средством $\bar{t}_{обс} = 0{,}5$ мин. Определить основные показатели системы ПВО в предположении малого времени пребывания самолетов в зоне ее действия.

на дом

в) На автомобильную мойку, состоящую из 3 боксов, прибывает в среднем 4 автомобиля в час, для обслуживания каждого из которых затрачивает в среднем 0,5 часа. Ввиду активной конкуренции в этой сфере бизнеса прибывший автомобиль должен обслуживаться немедленно после прибытия. Оценить эффективность работы предприятия.

3. Решить задачи:

а) Воздушная разведка вскрывает в среднем 6 объектов противника в час, для поражения которых выделяется 3 дежурных огневых средства. Огневое средство на поражение объекта затрачивает в среднем 0,5 часа. Ввиду быстрого изменения обстановки вскрытый объект должен обстреливаться немедленно после его обнаружения. Оценить эффективность огневых средств, выделенных для уничтожения объектов противника, которые вскрываются воздушной разведкой.

б) Определить, сколькими линиями телефонной связи необходимо соединить два пункта управления для обеспечения надежности телефонного обмена не хуже 0,85 (отказ в соединении по причине занятости каналов в среднем за единицу времени должны получать не более 15% абонентов). По опыту за одну минуту поступает в среднем 1,5 заявки на переговоры, а средняя продолжительность разговоров составляет 2 минуты.

на дом

в) Рассчитайте потребное число каналов для обеспечения телефонной связи на направлении связи с входящим потоком λ = 20 заявок в час. Вероятность обслуживания заявок должна быть не менее 0,9. Среднее время обслуживания одного разговора - 6 мин.

Занятие **4**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Имеется двухканальная СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью λ = 4 заявки/час. Среднее время обслуживания одной заявки $t_{обсл}$ = 0,8 часа. каждая обслуженная заявка приносит доход 120 руб. Содержание каждого канала обходится в 80 руб./час. Выгодно ли в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех?

б) В предвыборном штабе некой партии для приема и обработки донесений от наблюдателей на избирательных участках выделены 3 сотрудника.

Плотность потока донесений – 15 сообщений в час; среднее время обработки донесения одним сотрудником равно 12 минут. Каждый из сотрудников может принимать донесения от наблюдателя, однако они теряются, если поступают в то время, когда все заняты обработкой других донесений. Какое количество сотрудников необходимо иметь в группе для обработки не менее 85% поступающих донесений.

на дом

в) Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с четырьмя каналами (четырьмя группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 ч. На осмотр поступает в среднем 36 машин в сутки. Потоки заявок и обслуживания – простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра не обслуженной.

Найти минимальное число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

3. Решить задачи:

а) Дана двухканальная СМО с ожиданием. Интенсивность входящего потока заявок λ =12 заявок в минуту. Интенсивность обслуживания одни каналом μ = 8. Найти среднюю длину очереди, среднее время ожидания в очереди, среднее время пребывания заявок в системе, коэффициент занятости каналов обслуживания.

б) Железнодорожная касса по продаже билетов с двумя окошками представляет собой двухканальную СМО с неограниченной очередью, устанавливающейся сразу к двум окошкам (ближайший в очереди пассажир занимает освободившееся окошко). Касса продает билеты в пункты ***A*** и ***B***. Интенсивность потока пассажиров, желающих купить билет, для обоих пунктов одинакова: $\lambda_A = \lambda_B$ = 0,45 пассажира в минуту, а в сумме они образуют общий поток заявок с интенсивностью $\lambda_A + \lambda_B$ = 0,9. Кассир тратит на обслуживание пассажира в среднем две минуты.

В целях ускорения обслуживания поступило рационализаторское предложение: вместо одной кассы, продающей билеты и в пункты ***A*** и ***B***, создать две специализированные кассы (по одному окошку в каждой), продающие билеты одна – только в пункт ***A***, другая – только в пункт ***B***.

Проверить полезность рацпредложения.

на дом

в) В мастерской по ремонту аппаратуры работает 5 опытных радио-мастеров. Все радио-мастера имеют примерно одинаковый опыт: каждый в среднем может отремонтировать в течение дня 2,5 прибора.

В среднем в течение дня в ремонт поступает 10 приборов.

Определить основные показатели данной СМО: вероятность того, что очередной поступивший в ремонт прибор застанет всех мастеров занятыми; среднее время ремонта

каждого прибора; среднее время ожидания прибора в очереди; среднюю длину очереди; коэффициент загрузки мастеров.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины К.М.02.01.03 "Теория вероятностей" используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания, решение практических задач.

4.1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме контрольной работы.

Контрольная работа по дисциплине «Теория вероятностей» выполняется в письменном виде по индивидуальным вариантам, построенным по типовым заданиям.

Умения и навыки обучающегося на контрольной работе оцениваются как «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» с возможностью последующего конвертирования в систему ESTC и БРС.

Итоговая оценка по дисциплине является суммой баллов результатов текущего контроля и промежуточных аттестаций.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Вопросы для опроса на лекциях и практических занятиях

Таблица 2.

№ п/п	Наименование темы или раздела дисциплины (модуля)	Вопросы
		Теория вероятностей
1	Случайные события	1. Основные понятия теории вероятностей. 2. Случайные события. 3. Вероятность события (классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности). 4. Теоремы сложения вероятностей. 5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. 6. Независимые события. 7. Формула полной вероятности. Формула Байеса. 8. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. 9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
2	Случайные величины	1. Дискретные и непрерывные случайные величины. 2. Функция распределения случайной величины. 3. Плотность распределения непрерывной случайной величины. 4. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства. 5. Начальные и центральные моменты случайных величин. 6. Основные законы распределения случайных величин. 7. Распределения случайных величин, представляющих

		функции нормальных величин. 8. Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева, Бернулли и Пуассона. 9. Центральная предельная теорема. 10. Многомерные случайные величины. 11. Функция распределения и плотность двумерной случайной величины. 12. Зависимые и независимые случайные величины. 13. Условные законы распределения. 14. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.
3	Случайные процессы и элементы теории массового обслуживания.	1. Случайные процессы и их характеристики. 2. Марковские процессы. 3. Потоки событий. 4. Уравнения Чепмена-Колмогорова. 5. Основные понятия теории массового обслуживания. 6. Процессы гибели и размножения. 7. Системы массового обслуживания с отказом и ожиданием.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
УК ОС-2	Способность применять проектный подход при решении профессиональных задач	УК ОС-2.2	Способность определять ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения
		УК ОС-2.3	Способность оценивать ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения
		УК ОС-2.4	Способность в рамках разработки проекта выбирать оптимальные способы решения задач в рамках поставленной цели
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую символику при

			построении организационно-управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства (методы) оценивания
УК ОС-2.2 Способность определять ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения.	Количество способов решения задач, определенных в рамках поставленной цели проекта, исходя из существующих ограничений	Нахождение определенного количества способов решения задач, в рамках поставленной цели проекта, исходя из существующих ограничений	Опрос, решение задач, контрольная работа
УК ОС-2.3 Способность оценивать ресурсы и существующие ограничения проекта с качественной и количественной точек зрения	Количество выбранных способов решения задач, определенных в рамках поставленной цели проекта, исходя из существующих ресурсов и ограничений	Прогнозы о развитии событий, на основе выбранных способов решения задач, определенных в рамках поставленной цели проекта, исходя из существующих ресурсов и ограничений	Опрос, решение задач, контрольная работа
УК ОС-2.4 Способность в рамках разработки проекта выбирать оптимальные способы решения задач в рамках поставленной цели	Осуществляет оценку эффективности разработки проекта по количественным показателям ресурсов в рамках существующих ограничений	Определено необходимое количество ресурсов для оптимальной реализации проекта в рамках существующих ограничений	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.1. способность применять математический инструментарий	Самостоятельно анализирует и оценивает информацию.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.2. решать типовые математические задачи	Самостоятельно оценивает информацию, формулирует выводы.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа

ОПК-1.3. решать специализированные математические задачи	Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.4. способность применять математические расчеты для решения экономических задач	Прогнозирует развитие событий и их последствия. Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.5. использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей	Знает базовые экономические, финансовые принципы, принципы бухгалтерского учета и практику их применения	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.6. обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные	Знает принципы расчета и оценки основных экономических показателей и коэффициентов, методы финансового анализа	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	Опрос, решение задач, контрольная работа

4.3.3. Типовые оценочные средства.

4.3.3.1. Вариант задания для контрольной работы

Варианты контрольных работ формируются из типовых задач программы по темам дисциплины. Конкретное количество задач (от 6 до 8) и темы дисциплины, включаемые в контрольную, определяются преподавателем.

Задача 1. Бросают два кубика. Суммируют число очков, выпавших на верхних гранях.

Построить множество элементарных событий ▶ и его подмножество, соответствующее событию **А**={сумма очков больше 3}. Найти вероятность события А.

Построить подмножество, соответствующее событию $\overline{A}$ (дополнение А). Найти его вероятность.

Задача 2. В одном сосуде находятся **7** белых и **6** черных шаров. Во втором – **5** белых и **9** черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго.

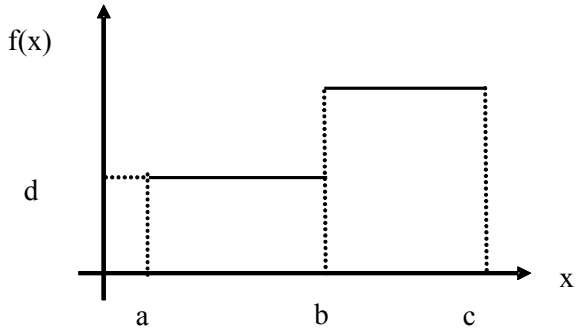
Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

Задача 3. Какие из функций

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases},\qquad g(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-x^2, & 0\le x<1\\ 0, & x\ge 1\end{cases}$$

являются функциями распределения случайных величин? Пояснить. Построить графики.

Задача 4. Случайная величина ***X*** задана плотностью распределения вероятностей



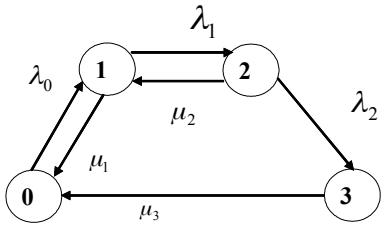
Построить график функции распределения вероятностей, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины для **a** = 0; **b** = 0.3; **c** = 1.15; **d** = 0.5.

Задача 5. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (***X***, ***Y***) задан таблицей:

X \ ***Y***	0	1	2	3
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,2	0,16	0,1
1	0,05	0,1	0,15	0,05

Найти условные законы распределения и условные математические ожидания: случайной величины ***X*** при условии ***Y*** = 3 и случайной величины ***Y*** при условии ***X*** = -1.

Задача 6. Найти стационарные вероятности для случайного процесса ***N***, заданного графом переходов состояний:



где $\boldsymbol{\lambda_0}$ = 1; $\boldsymbol{\lambda_1}$ = 1; $\boldsymbol{\lambda_2}$ = 1; $\boldsymbol{\mu_1}$ = 1; $\boldsymbol{\mu_2}$ = 2; $\boldsymbol{\mu_3}$ =3.

4.3.2.2. Перечень вопросов для подготовки к контрольной работе

1. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их классификация.
2. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения.
3. Основные понятия комбинаторики.
4. Действия над событиями.

5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
6. Условная вероятность. Зависимые и независимые события.
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
8. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теорема Пуассона.
9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
10. Случайная величина и ее закон распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины.
11. Основные законы распределения случайных величин.
12. Распределения случайных величин, представляющих функции нормальных величин.
13. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Их свойства.
14. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства.
15. Мода, медиана, квантили. Начальные и центральные моменты случайных величин.
16. Неравенства Маркова и Чебышева.
17. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли. Теорема Пуассона.
18. Центральная предельная теорема.
19. Многомерные случайные величины.
20. Функция и плотность распределения двумерной случайной величины. Их свойства.
21. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения.
22. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.
23. Случайные процессы и их характеристики.
24. Марковские процессы.
25. Потоки событий.
26. Уравнения Чепмена-Колмогорова.
27. Основные понятия теории массового обслуживания.
28. Процессы гибели и размножения.
29. Системы массового обслуживания с отказом
30. Системы массового обслуживания с ожиданием.
31. Методы теории массового обслуживания в решении экономических задач.

4.4. Шкала оценивания.

Успешность усвоения дисциплины «Теория вероятностей» характеризуется количественно-качественной оценкой сформированности компетенций, включающей совокупность критериев их освоения. Качественная оценка выражается рейтинговым показателем степени усвоения программы дисциплины, количественная – отметкой в пятибалльной шкале или шкале ECTS (Таблица 3):

Таблица 3.

Качество усвоения программы	**Отметка в 5-балльной шкале / ECTS**
91 - 100	«отлично» / «5 - A»
81 - 90	«отлично» / «5 - B»
72 - 80	«хорошо» /«4 - C»
66 - 71	«хорошо» /«4 - D»
51 - 65	«удовлетворительно» / «3 - E»
до 50	«неудовлетворительно» /«2 - F»

Оценка текущего контроля в течение семестра (за указанный период) по системе «аттестован - не аттестован», «P»/«NP» осуществляется по Таблице 4.

Таблица 4.

Результат текущего контроля	Отметка в системе «зачтено - не зачтено»
11 - 20	«аттестован» /«P»
до 10	«не аттестован» /«NP»

Интерпретация оценок ECTS:

1. *Традиционная балльная*

A (Excellent) – выдающиеся знания с возможными незначительными погрешностями;
B (Very Good) – знания выше среднего уровня, с некоторыми ошибками;
C (Good) – правильно выполненная работа с несколькими заметными ошибками;
D (Satisfactory) – работа, выполненная удовлетворительно, с заметными недостатками;
E (Sufficient) – знания, удовлетворяющие минимальным критериям;
F (Fail) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

2. *Бинарная*

P (Passed) – освоен необходимый объем дисциплины (модуля);
NP (Not passed) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

4.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Все используемые виды контрольно-оценочных средств (Таблица 5) по дисциплине «Теория вероятностей» формируют итоговую отметку в пятибалльной шкале с учетом качества усвоения программы дисциплины (сформированности компетенций):

Таблица 5.

Наименование контрольно-оценочного средства	Краткая характеристика контрольно-оценочного средства	Представление контрольно-оценочного средства	Шкала оценки
Посещаемость занятий	Средство проверки мотивированности студентов в посещении занятий	Журнал учета посещения занятий	до 10
Опрос и решение задач	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по теме, и умения их решать	Вопросы и задания для работы в аудитории и дома	до 10
Контрольная работа	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по дисциплине, и умений их решать	Вариант контрольного задания	до 80

Оценивание обучающихся в процессе поэтапного освоения ими компетенций, формируемых дисциплиной «Теория вероятностей», осуществляться следующим образом.

1. Оценка работы студента в течение семестра (текущий контроль за указанный период в системе «аттестован - не аттестован») складывается из результатов контроля посещения занятий (D_1) и результатов опросов по знанию материалов лекций и решения практических задач семинарских занятий (D_2) - таблица 4.

Первый показатель (посещаемость занятий) оценивается по формуле:

$$D_1 = \frac{1 \cdot n_1 + 0,5 \cdot n_2 + 0 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - количество посещений занятий;

n_2 - количество опозданий на занятия;

n_3 - количество пропущенных занятий;

$n = n_1 + n_2 + n_3$ - общее количество занятий.

Второй показатель (оценка теоретических знаний и практических умений и навыков) рассчитывается по формуле: $D_2 = K \cdot 10\%$, где K – коэффициент перевода средней оценки работы студента за оцениваемый период в размерность шкалы оценки:

$$D_2 = \frac{1 \cdot n_5 + 0,9 \cdot n_{5-} + \ldots + 0 \cdot n_2}{n} \cdot 100,$$

где n_5 - количество оценок "5";

n_{5-} - количество оценок "5-";

...

n_2 - количество оценок "2";

$n = n_5 + n_{5-} + \ldots + n_2$ - общее количество оценок.

Оценка	5	5-	4+	4	4-	3+	3	3-	2+	2
Коэффициент	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	0

2. При проверке контрольной работы оценка студента формируется как интегральная за правильно и теоретически аргументировано решенные задачи.

Правильно и аргументировано решенная задача помечается знаком "+" и оценивается в 1 балл; знаком "±" помечается задача, решение которой имеет расчетные (0,75 балла), расчетные и теоретические погрешности (0,5 балла), не влияющие серьезно на результат; знаком "m" (0,25 балла) – задача, у которой в решении отсутствует теоретическая аргументация, или дан ответ, а решение не представлено, или в неправильном (незавершенном) решении имеются разумные действия, и, наконец, знаком "–" (0 баллов) – нерешенная задача.

Доля правильно решенных задач в контрольной (D) рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1 \cdot n_1 + 0.75 \cdot n_{2(0,75)} + 0,5 \cdot n_{2(0,5)} + 0.25 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - число задач, помеченных знаком "+";

$n_2 = n_{2(0,75)} + n_{2(0,5)}$ - число задач, помеченных знаком "±";

n_3 - число задач, помеченных знаком "m";

n - общее число задач в контрольной.

3. Итоговая отметка в 5-балльной шкале промежуточного контроля определяется по Таблице 3 с учетом качества освоения дисциплины как сумма оценки работы студента в течение семестра (текущего контроля) и оценки за контрольную работу. При пересдаче контрольной оценка работы студента в течение семестра не учитывается.

На контрольной работе запрещается пользоваться мобильными средствами связи, собственными ПК, Интернетом, учебниками, конспектами лекций и рабочими тетрадями семинарских занятий. При нарушении данных требований обучаемый удаляется из аудитории с выставлением оценки «неудовлетворительно».

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций - обеспечить студенту оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Студентам необходимо ознакомиться: с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимся на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры.

Обучение по дисциплине «Теория вероятностей» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции и практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен в обязательном порядке готовиться к *лекциям*, поскольку они являются важнейшей формой организации учебного процесса: знакомят с новым учебным материалом; разъясняют учебные элементы, трудные для понимания; систематизируют учебный материал; ориентируют в учебном процессе.

Практические занятия дисциплины «Теория вероятностей» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Теория вероятностей» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и ориентирует студента на умение применять полученные знания на практике.

<u>Подготовка к лекции</u> заключается в следующем:

внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;

узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора); ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

<u>Подготовка к практическим занятиям</u>:

внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному практическому занятию; ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

выпишите основные понятия и теоремы;

самостоятельно решите примеры, разобранные в лекциях, и задачи, рекомендованные для самостоятельного изучения;

уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя.

Готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы. Рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована в качестве ориентира в организации обучения.

<u>Подготовка к контрольной работе</u>.

К контрольной работе необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты.

В самом начале учебного курса студенту необходимо познакомиться со следующей учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, практических и лабораторных занятий; контрольными мероприятиями; учебником, учебными пособиями по дисциплине, перечнем вопросов и задач для самоподготовки, а также электронными ресурсами (комплект презентаций и тестовые материалы, реализованные в системе Moodle).

После этого у студента должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для написания контрольной работы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под ред. А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 434 с. — (Серия : Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01009-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/2657E488-ADFB-4941-9BB2-D919CAB898A2.

2. Попов, А. М. Теория вероятностей : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 215 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-9791-0. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/D808FE8D-7D98-4739-BEA8-9E99588AA131.

3. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата, специалитета и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 284 с. — (Серия : Бакалавр. Специалист. Магистр). — ISBN 978-5-534-01082-4. — www.biblio-online.ru/book/B7C35CEE-D884-4E72-9410-1EAAE23A47B0.

6.2. Дополнительная литература.

1. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник и практикум для академического бакалавриата. / Н.Ш. Кремер. – 4-е изд. – М.: Издательство "Юрайт", 2016. – 514 с.

2. Татарников, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.

3. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общ. ред. Г. А. Медведева. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 284 с

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Тема 1. Случайные события

1. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под ред. А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 434 с. — (Серия :

Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01009-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/2657E488-ADFB-4941-9BB2-D919CAB898A2.

2. Татарников, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.

Тема 2. Случайные величины

1. Попов, А. М. Теория вероятностей : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 215 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-9791-0. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/D808FE8D-7D98-4739-BEA8-9E99588AA131.

2. Татарников, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.

Тема 3. Случайные процессы

1. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата, специалитета и магистратуры / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев ; под общ. ред. Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 284 с. — (Серия : Бакалавр. Специалист. Магистр). — ISBN 978-5-534-01082-4. — www.biblio-online.ru/book/B7C35CEE-D884-4E72-9410-1EAAE23A47B0.

2. Татарников, О. В. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник / О. В. Татарников, Е. В. Швед. – М. : КноРус, 2018. – 206 с.

6.4. Нормативные правовые документы.

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки (специальности) 080101 Экономическая безопасность (квалификация (степень) «специалист»). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «14» января 2011 г. № 19.
2. Приказ Министерства образования и науки российской Федерации (МИНОБРНАУКИ) «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программ бакалавриата, программ специалитета, программ магистратуры» от «19» декабря 2013г. № 1367 (зарегистрирован 24.02.2014 г. № 31402).
3. Положение об организации и осуществлении в РАНХиГС образовательной деятельности по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры. Утверждено Приказом РАНХиГС от «14» мая 2014 г. № 02-129.
4. Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (с изм. и доп. от 7 июня 2013г.). Утверждено Приказом РАНХиГС от «7» июня 2013 г. № 01-2694.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Лекционный материал по дисциплине «Теория вероятностей» на сайте РАНХиГС. http://www.ilns.ranepa.ru/studentam-i-slushatelyam/lektsionnye-materialy/ (в дистанционном режиме обучения – СДО)
2. http:/www.минобрнауки.рф – официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
3. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/lec
4. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/tv_nsu07.pdf

5. http://www.statsoft.ru
6. http://www.statistica.ru

6.6. Иные источники.

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RY.
2. Электронная библиотека система IPRBOORS.
3. Электронная библиотека образовательных и просветительских изданий «IQ Library».
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru.
5. Электронно-библиотечная система znanium.com издательства «ИНФРА-М».
6. Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт».
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ».

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для обеспечения наглядности и повышения доступности материала курса «Теория вероятностей» в ходе чтения лекций и проведения практических занятий используются вычислительная техника и мультимедийные средства отображения информации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием локальной сети для организации работы групп студентов.

Вычислительная техника необходима и для самостоятельной учебной работы студентов. Операционная система - *Microsoft Windows XP* и далее, программное обеспечение – *Microsoft Office*.