Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт права и национальной безопасности
Кафедра социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры социально-гуманитарных
экономических и естественно-научных дисциплин
Протокол от « 30 » июня 2020 г.
№ 8

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

К.М.02.01.02 Математический анализ
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность
(код, наименование специальности)

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности
(направленность (специализация))

экономист
(квалификация)

Очная
(форма(ы) обучения)

Год набора - 2020

Москва, 2020 г.

Автор(ы)-составитель(и):

Профессор кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, профессор Резниченко Александр Васильевич
Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат экономических наук Жук Игорь Александрович

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, доцент Выжигин Александр Юрьевич

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы 6

3. Содержание и структура дисциплины 7

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 18

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 25

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 27

6.1. Основная литература 27
6.2. Дополнительная литература 27
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 27
6.4. Нормативные правовые документы 28
6.5. Интернет-ресурсы 28
6.6. Иные источники 28

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 28

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина К.М.02.01.02 "Математический анализ" обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую символи-ку при построении организаци-онно-управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные
ОПК-2	Способность использовать закономерности и методы экономической науки при решении профессиональных задач	ОПК-2.1	Способен применять математические методы в экономической науке

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
А. Деятельность по обеспечению экономической безопасности в составе подразделения (службы) **А/01.5** Участие в работе подразделения экономической безопасности по контролю исполнения законов, норм и правил экономической защиты собственности	ОПК-1.1.	**на уровне знаний:** - основы математического анализа, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач;
		на уровне умений: - применять аппарат математического анализа для решения типовых математических задач;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата математического анализа для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.2	**на уровне знаний:** - основы математического анализа, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых задач и формулирования выводов;

Трудовые действия **1**. Сбор информации по полученному заданию, анализ данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов **2**. Обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов **А/02.5** Разработка предложений для локальной документации, обеспечивающей функционирование системы управления экономической безопасности **Трудовые действия** **1**. Подготовка исходных данных для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность организации **2**. Расчет экономических и социально-экономических показателей на основе типовых методик с учетом действующей нормативно-правовой базы		**на уровне умений:** - применять аппарат математического анализа для решения типовых математических задач и формулировать выводы;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата математического анализа для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.3	**на уровне знаний:** - основы математического анализа, необходимые для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;
		на уровне умений: - применять аппарат математического анализа для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач;
	ОПК-1.4	**на уровне знаний:** - основные математические методы решения экономических задач, формулирования закономерностей, прогноза развития событий и их последствий и оценки полученных результатов;
		на уровне умений: - применять аппарат математического анализа для решения экономических задач; анализировать полученные результаты и формулировать адекватные выводы относительно динамики экономических показателей;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач;
	ОПК-1.5	**на уровне знаний:** - знать базовые экономические принципы и практику их применения
		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;
		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные;
	ОПК-1.6	**на уровне знаний:** - знать принципы расчета и оценки основных экономических показателей;

		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;
		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные и формулировать выводы.
	ОПК-2.1	**на уровне знаний:** - знать закономерности и методы экономической науки, задачи и цели профессиональной деятельности;
		на уровне умений: - понимать экономическую специфику профессиональной деятельности и верно подбирать математические методы решения профессиональных задач;
		на уровне навыков: - использовать математические методы и закономерности экономической науки для подготовки и обоснования решений в профессиональной деятельности;

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Трудоемкость дисциплины К.М.02.01.02 "Математический анализ" составляет 3 з.е. (108 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

лекции – 16 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 60 а.ч.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» (К.М.02.01.02) относится к Модулю 2 "Математика и статистика" и изучается на I курсе – 2 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика» и дисциплины «Линейная алгебра».

Дисциплина «Математический анализ» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами Модуля 2:

К.М.02.01.03 «Теория вероятностей», 3 семестр;

К.М.02.01.04 «Экономико-математические модели и методы», 4 семестр;

К.М.02.02.01 «Математическая статистика», 5 семестр;

К.М.02.02.03 «Эконометрика», 6 семестр.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: контрольная работа – 2 семестр.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Математический анализ								
Тема 1	Функции одной переменной	16	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 2	Дифференциальное исчисление	22	4		8		10	О, РЗ, КР
Тема 3	Интегральное исчисление	22	4		8		10	О, РЗ, КР
Тема 4	Ряды	16	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 5	Функции нескольких переменных	16	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 6	Дифференциальные уравнения.	16	2		4		10	О, РЗ, КР
Итого по 2 семестру		**108**	**16**		**32**		**60**	
Контрольная работа								
	Всего:	**108**	**16**		**32**		**60**	

Содержание дисциплины

Содержание лекционного материала

Математический анализ

Тема 1. Функции одной переменной.

Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

Тема 2. Дифференциальное исчисление.

Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Тема 3. Интегральное исчисление.

Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Тема 4. Ряды.

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.

Тема 5. Функции нескольких переменных.

Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Основные понятия. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Задания практических занятий

Математический анализ

Тема **1. Функции одной переменной**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а) $y=\sqrt{3x-x^3}$; **б)** $y=\log(x^2-4)$; **в)** $y=\sin(\sqrt{x})$

на дом **г)** $y=\sqrt{2+x-x^2}$; **д)** $y=\log_2\log_4 x$; **е)** $y=\dfrac{\sqrt{x}}{\sin\pi x}$.

3. Построить график функции $y=ax+b$, где $a,b\in\Re$.
4. Построить графики функций:

а) $y=-x^2$; б) $y=-2(x+3)^2+1$; в) $y=\dfrac{3}{x}$; г) $y=\dfrac{3}{x-1}-2$; д) $y=\log_{\frac{1}{2}}(2x)$; е) $y=\sin 2x$;

на дом

ж) $y=-2(x+3)^2$; з) $y=-2x^2+5x-2$; и) $y=-\dfrac{3}{x}$; к) $y=\dfrac{4x-3}{x-1}$; л) $y=\log_{\frac{1}{2}}(-2x)$;

м) $y=\log_{\frac{1}{2}}(3-2x)^2$; н) $y=-3\sin 2x$.

5. Найти:

а) $f[f(x)]$, если $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$; **б)** $f(x)$, если $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right)=x^2$;

на дом $f(x)$, если $f(x+1)=x^2-3x+2$.

6. Найти:

а) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{3x+5}{x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x+5}{x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; ***на дом*** г) $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{2x-7}{x-8}$; д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Вычислить пределы

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; **б)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; **в)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

3. Найти пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x+\sin x}{x-\cos x}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{2}{1-x^2}\right)$

д) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$; е) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$; ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+2x^3-1}{3x^2-2x^4+x}$;

на дом

з) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-x^3-15}{x^2-16}$; и) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^x-3^x}{2^x+3^x}$; к) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4^x+3^{x+1}}{4^{x+1}+3^x}$; л) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{6}{x^2-9}\right)$

м) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x-3}-\sqrt{x+2})$.

4. Найти пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 8x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^6}{\sin^5 x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}3x\,\mathrm{tg}\,2x$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x+1}\right)^x$;

на дом

е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; ж) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}^3 4x}{10x^3}$; з) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{4x^2}$; и) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2+1}{2x+5}\right)^{7x}$; к) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+3x}{1+x}\right)^{5}$.

Тема **2. Дифференциальное исчисление**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти производные функций:

а) $y = 5^{x^3} \ln^2 x$; б) $y = \dfrac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos 2x}}$; в) $y = x^3 \log_2 x$; г) $y = \dfrac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}$; д) $y = 3x \ln(1 - x^2)$;

на дом

е) $y = \sqrt[4]{1 + e^{4x}} + \sqrt{5}$; ж) $y = \dfrac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}$; з) $y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + \arcsin e^x$.

3. Найти производные функций и вычислить их значения при $\boldsymbol{x = x_0}$:

а) $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$; $x_0 = 1$; б) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12})$; $x_0 = 2$ *на дом* y в) $x = \sin$ [illegible] $\cos x$; $_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 3x^2$ в заданной точке $M(-2,\ 12)$.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти первую и вторую производные функций:

$y = \ln(tgx^2)$ ***на дом*** $y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$.

3. Найти производные $\boldsymbol{x'_y}$ обратных функций:

$y = x + \cos x$ *на дом* $y = x2\ x + {}^3$.

4. Найти производные $\boldsymbol{y'_x}$ от неявных функций:

$2x + y - 4 = 0$ *на дом* $x\ y\ y\ \ln\ + \ln\ = 0$.

5. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t^3. \end{cases} \quad \textit{на дом} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{t+1}, \\ y = \dfrac{t}{t+1}. \end{cases}$$

6. Найти дифференциалы первого порядка функций:

$y = \dfrac{1}{12} \ln \dfrac{x - 6}{x + 6}$; *на дом* $x = \arcsin\ {}^2$.

7. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$y = 4x^5 - 7x^2 + 3$ *на дом* $y = 4^{-x^2}$.

8. Найти производные ***n***-го порядка функций:

$y = xe^x$ *на дом* $y = 5^x$.

Занятие **3**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти дифференциалы второго порядка функций:

а) $y = \cos 2x$ *на дом* б) $x = {}^{3} - x3 \; {}^{2} + x3$; в) $x = \sin$.

3. Решить задачи:

а) Составить уравнение касательной и нормали к кривой $\boldsymbol{y} = 8/(4+\boldsymbol{x}^2)$ в точке $\boldsymbol{x} = 2$ и в точке пересечения с осью ***Oy.***

б) Составить уравнения касательных к кривой $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}^3 + 2\boldsymbol{x} + 1$, перпендикулярных прямой $5\boldsymbol{y} + \boldsymbol{x} - 4 = 0$.

на дом

в) Составить уравнения касательных к кривой $\boldsymbol{y} = (2\boldsymbol{x} - 7)/(\boldsymbol{x} - 3)$, параллельных прямой $4\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} - 2 = 0$, перпендикулярных прямой $2\boldsymbol{x} + 2\boldsymbol{y} - 5 = 0$.

4. Исследовать функции и построить их графики

а) $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$; **б**) $y = x + \dfrac{1}{x}$ ***на дом*** **в**) $y = \dfrac{3\sqrt{x}}{3x+1}$; **г**) $y = x^{2/3}(1 - 3x)$.

<u>Занятие **4**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = 2xe^{-x/2}$; **б**) $y = \dfrac{x^2}{4} - 2x^4$; ***на дом*** **в**) $y = x^2 + 2\sqrt{-x}$.

3. Решить задачи:

а) Тело движется прямолинейно по закону $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t})$. Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени $\boldsymbol{t}_0$:

$\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{t}^3 - 2\,\boldsymbol{t}^2 - \boldsymbol{t}$; $\boldsymbol{t}_0 = 2$; ***на дом*** $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t}) = (2\boldsymbol{t} + 1)/(\boldsymbol{t} + 3)$; $\boldsymbol{t}_0 = 7$.

б) Тело движется прямолинейно по закону $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t}) = (4\boldsymbol{t} + 3)/(\boldsymbol{t} + 4)$, где $\boldsymbol{s}$ измеряется в метрах, а $\boldsymbol{t}$ — в секундах. Найти скорость и ускорение тела в момент $\boldsymbol{t} = 6$.

на дом

в) Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{t}) = 9\boldsymbol{t} - 2\boldsymbol{t}^2$.
Найти начальную скорость и ускорение тела ($\boldsymbol{t}_0 = 0$) и максимальную высоту подъема, при которой скорость $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{t}) = 0$.

4*. Решить задачи с экономическим содержанием:

Объем продукции $\boldsymbol{u}$(ед.), произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением

$$u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50 \quad (\text{ед.}),\ 1 \leq t \leq 8,$$ где t – рабочее время, часы.

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

на дом

Объем производства зимней обуви ***u***(ед.), выпускаемой некоторой фирмой, может быть описан уравнением

$$u(t)=\frac{1}{3}t^3-\frac{7}{2}t^2+6t+2100 \text{ (ед.)}, \text{ где } t \text{ – календарный месяц года.}$$

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения в начале года (***t*** = 0) и в конце года (***t*** = 12).

Тема **3. Интегральное исчисление**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^3}}$; **б)** $\int\frac{3x^2+1}{x^2(x^2+1)}dx$; ***на дом*** **в)** $\int e^x 5^{4x}dx$.

3. Решить задачи:

а) $\int\frac{\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[4]{x}}dx$; б) $\int\frac{\cos 2x}{\cos^2 x\sin^2 x}dx$; ***на дом*** в) $\int\frac{(2\sqrt[3]{x}+1)^2}{\sqrt{x}}dx$; г) $\int\frac{x^3-x+2}{x^2-1}dx$.

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int\frac{2x}{1+x^4}dx$; **б)** $\int\frac{\ln^2 x}{x}dx$; ***на дом*** **в)** $\int\frac{\sqrt{x}}{x+1}dx$.

5. Решить задачи:

а) $\int\frac{dx}{9x^2+6x+5}$; б) $\int\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx,\ x=\sin t$;

на дом

в) $\int\frac{dx}{e^{-x}x^2}$, $t=-\frac{1}{x}$; г) $\int\frac{dx}{e^x+1}$, $t=1+e^{-x}$.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной:

а) $\int\frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+1}}$; б) $\int\frac{x^2dx}{x^2+3}$; ***на дом*** в) $\int\frac{x+2x^3}{\sqrt{x^2+9}}dx$; г) $\int\frac{dx}{\cos 2x}$.

3. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

а) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$; б) $\int e^{5x}\,dx$; ***на дом*** в) $\int \sqrt{2-x^2}\,dx$; г) $\int \ln\frac{1-x}{1+x}\,dx$.

4. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей:

а) $\int \frac{x^2dx}{(x-1)^2(x+1)}$; б) $\int \frac{dx}{(x-1)(x^2-x+1)}$;

на дом

в) $\int \frac{dx}{(x^2-1)(x+2)}$; г) $\int \frac{x^2-x}{x^2-6x+10}\,dx$.

Занятие **3**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int (1-x)\,dx$; б) $\int \sin 3x\,dx$; в) $\int \frac{dx}{x^4+x^2}$;

на дом

г) $\int (1+x^2)\,dx$; д) $\int \frac{\ln x}{(x+1)^2}\,dx$; е) $\int \frac{dx}{x^4-1}$.

3. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_e^{e^2} \frac{2\ln x+1}{x}\,dx$; б) $\int_1^e \ln x\,dx$; в) $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+5x+1}}$;

на дом

г) $\int_{-1}^{1} 2e^{-x}dx$; д) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x\cos x\,dx$.

4. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$y=-x^2+3,\ \ y=0$ ***на дом*** $y=-x^2+4x,\ \ y=2x$.

Занятие **4**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

а) $y=x^2-2x,\ \ y=4x-x^2$ ***на дом*** б) $y=x^2,\ \ y=\sqrt{x}$.

в) *б*) $y=x^2+3,\ xy=4,\ y=2,\ x=0$ ***на дом*** г) $y=3+2x-x^2,\ \ y=x+1$.

д) в) $y = 1/x,\ y = x,\ x = 2$ ***на дом*** е) г) $y = x^2 - 2x + 3,\ y = 3x - 1;$ д) $y = (x+1)^2,\ y^2 = x + 1.$ ж) г) $y = x^2 - 2x + 3,\ y = 3x - 1;$ д) $y = (x+1)^2,\ y^2 = x + 1.$

3. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а)}\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}\ ;\ \text{б)}\ \int_{0}^{5} \frac{dx}{(x-1)^2}\ .$$

4. Вычислить интегралы (если они сходятся):

$$a)\ \int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x^3}\ ;\quad б)\ \int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x}}\ ;\quad в)\ \int_{1}^{\infty} \frac{\ln x}{x^3}\, dx;$$

на дом

$$г)\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}\ ;\quad д)\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx;\quad е)\ \int_{0}^{3} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}\ ;\quad ж)\ \int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x}}\ .$$

Тема **4. Ряды**

<u>Занятие **1**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots \quad \textbf{\textit{на дом}} \quad \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \cdots$$

3. Найти частичную сумму ряда $\boldsymbol{S_n}$. В случае сходимости ряда найти его сумму $\boldsymbol{S}$:

$$a)\ \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \ldots \quad \textit{на дом}\quad б)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}\ ;\quad в)\ \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+2)} + \ldots$$

4. С помощью признаков сравнения исследовать сходимость рядов:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{3n^3+11}\quad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+7}}{n^5+12}\ ;\quad \textit{на дом}\quad \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3}};\quad \text{г)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+3)}{n^2}.$$

5. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}\ ;\quad б)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n\cdot n}\ ;\quad в)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}\ ;$$

$$\textbf{\textit{на дом}}\quad г)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}\ ;\quad д)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}\ ;\quad е)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}\ .$$

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Исследовать сходимость рядов:

а) $\sum\limits_{n=1} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$; *б)* $\sum\limits_{n=1} \frac{2n}{3^n+7}$; *в)* $\sum\limits_{n=2} \frac{\ln n}{n}$;

на дом *г)* $\sum\limits_{n=1} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2-1}\right)^n$ *д)* $\sum\limits_{n=1} \frac{n^n}{n!}$; *е)* $\sum\limits_{n=1} \frac{n^2+12n}{\sqrt[5]{n^8+n^3+2}}$.

3. Исследовать сходимость ряда (абсолютную или условную):

а) $\sum\limits_{n=1} \frac{(-1)^n}{2n+3}$; *б)* $\sum\limits_{n=1} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$; ***на дом*** *в)* $\sum\limits_{n=1} \frac{(-1)^n 10^n}{n^n+2}$; *г)* $\sum\limits_{n=1} (-1)^n \left(\frac{n+4}{n-7}\right)^n$.

4. Найти область сходимости степенных рядов:

а) $\sum\limits_{n=1} \frac{3^n x^n}{\sqrt{2^n}}$; *б)* $\sum\limits_{n=1} n!x^n$; *в)* $\sum\limits_{n=1} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$;

на дом *г)* $\sum\limits_{n=1} \frac{x^n}{n}$; *е)* $5x+\frac{5^2x^2}{2!}+\frac{5^3x^3}{3!}+\frac{5^4x^4}{4!}+\ldots$; *д)* $\sum\limits_{n=1} \frac{x^n}{3^n(n+1)}$.

5. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда:

а) $f(x)=(1+x)^n-1$; ***на дом*** *б)* $f(x)=\frac{\sin x - x}{x^3}$.

6. Разложить в степенной ряд по степеням ***x*** следующие функции:

а) $y=e^{-2x}$; *б)* $y=x^3\cos x$; *на дом* *в)* $y=\ln(5+2x)$; *г)* $y=\frac{e^x-1}{x}$.

7. Применяя разложение подынтегральной функции в ряд по степеням ***x*** и его почленное интегрирование, найти разложение в ряд функций:

а) $\int \frac{e^x}{x}dx$; *на дом* *б)* $\int \frac{1-\cos x}{x}dx$.

Тема **5. Функции нескольких переменных**

<u>Занятие **1**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти частные производные функций двух переменных $z=x^2y-\cos^2 xy$.

3. Найти частные производные функций:

а) $z=e^{x-y}(2x-1)$; *б)* $z=xe^y+x^y$; *в)* $z=\ln\sqrt{x+y^2}$;

на дом *г)* $z = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} + 1$ *д)* $z = xye^{xy}$; *е)* $y = \arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

4. Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0,\ z = f(x^2+y^2)$ ***на дом*** $x^2\frac{\partial z}{\partial x} - xy\frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0,\ z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$.

5. Найти производные функций по заданным направлениям ***l***:

а) $z = 3x^4 - xy + y^2$; ***l*** составляет с осью ***Ox*** угол 60^0.

б) $z = x + y^2$; ***l*** — биссектриса первого координатного угла.

на дом

в) $z = 5x^4 - 3x - y - 1$ в точке ***M***(2;1); ***l*** — прямая ***MN***, где ***N***(5,5).

6. Найти градиент функции $z = f(x,y)$ и его модуль для функций в указанных точках ***M***:

а) $z = 7 - x^2 - y^2$; ***M***(2;2) ***на дом*** *б)* $z = xye^{1+x+y}$; ***M***(0;-1); *в)* $z = \sin(x + y^2)$; $M(\frac{\pi}{2};\sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

7. Найти величину градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$:

$f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ M(1,2,1)$ ***на дом*** $f(x,y,z) = xyz,\ M(1,1,1)$.

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции на экстремум:

а) $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$; *б)* $z = xy(1 - x - y)$;

на дом *в)* $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$; *г)* $z = e^{y/2}(x^2 + y)$.

3. Исследовать функции на условный экстремум:

а) $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при $x + y = 2$; *б)* $z = x - y$ при $x^2 + y^2 = 1$;

на дом *в)* $z = xy^2$ при $x + 2y = 4$; *г)* $z = \frac{x - y - 4}{\sqrt{2}}$ при $x^2 + y^2 = 1$.

4*. Найти точки локального экстремума функции и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума:

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^2 + z^2 \quad .$$

5. Вычислить двойные интегралы $\iint\limits_G f(x,y)dxdy$ по области G, заданной границами

а) $f(x,y) = xy,\quad G:\ \{y = 0,\ y = x,\ x = 1\}$;

б) $f(x,y) = x + y^2,\ G:\ \{y = x,\ y = x^2\}$

на дом $f(x,y)=x-y$, G – треугольник с вершинами (1, 1), (4, 1), (4, 4).

6. Вычислить двойные интегралы:

а) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D ограничена прямыми $y=x,\ y=2x,\ y=-x+4$.

б) $\iint\limits_D xy\,dxdy$, где D ограничена гиперболой $xy=1$, осью абсцисс и прямыми $x=2,\ x=3$.

на дом

в) $\iint\limits_D \frac{x}{y}dxdy$, где D ограничена линиями $y=e^x,\ y=e^{2x},\ x=2$.

г) $\iint\limits_D (\sqrt{x}+\sqrt{y})dxdy$, где D ограничена параболами $y=x^2,\ y=4x^2$ и прямой $x=2$.

7. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$xy=1,\ \ x+y=2{,}5 \quad \textbf{\textit{на дом}} \quad y^2=2x+1,\ y^2=-2x+1.$$

Тема **6. Дифференциальные уравнения**

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

Показать, что функция $\boldsymbol{y}$ = 2tg(2$\boldsymbol{x}$ - 1) удовлетворяет уравнению $\boldsymbol{y''}$ = 2$\boldsymbol{yy'}$.

на дом

Показать, что функция $\boldsymbol{y}$ = (1 - $\boldsymbol{x}^2$/4)·cos $\boldsymbol{x}$ + (1 + $\boldsymbol{x}$/4)·sin $\boldsymbol{x}$ удовлетворяет уравнению $y''+y=x\cdot\sin x$.

3. Составить дифференциальные уравнения семейств кривых:

а) $y=Ce^x$; б) $x^2+Cy^2=2y$; *на дом* в) $Cy=\sin x$; г) $C^3=x_1(C+\ _2)^2$.

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными

$$а)\ y'=-\frac{2xy^2}{x^2-1} \quad б)\ y'+\frac{y}{x}=0;\ \textbf{\textit{на дом}}\ в)\ x^2y'-\sqrt{x}\cos^2 y=0.$$

5. Найти решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющих указанным начальным условиям:

а) $(1+x^2)y^3dx-(y^2-1)x^3dy=0,\ y(1)=-1$; б) $(\sqrt{xy}+\sqrt{x})y\,dy=0,\ y(1)=1$.

на дом в) $x^2(2yy'-1)=1,\ y(1)=0$; г) $ydx+\operatorname{ctg}x\,dy=0,\ y\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$.

6. Найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка:

$$а)\ y'+\frac{y}{x}=\frac{1}{x};\ \textbf{б)}\ y'-2xy=e^{x^2} \quad \textbf{\textit{на дом}}\ в)\ y'+x^2y=x^2.$$

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить уравнения:

$$а)\ 4y'' - \frac{2y}{x+1} = \frac{x^3}{y^2};\quad б)\ 1 - 2xyy'' = y^3y'';\quad на\ дом\quad в)\ y'' - 2y = e^{2x};\quad г)\ (y^2+x)y'' = 1.$$

3. Решить уравнения:

$$а)\ y'' = -\frac{x}{y'};\quad б)\ xy'' = y'\ln\frac{y'}{x};\quad на\ дом\quad в)\ yy'' - y'(1+y') = 0;\quad г)\ yy'' = (y')^2.$$

4. Решить уравнения:

$$а)\ y'' - 2y' + 2y = 0;\quad б)\ y'' - 2y' + y = 2e^x;$$

$$на\ дом\quad в)\ y'' - y' - 6y = xe^{2x};\quad г)\ y'' - y = \cos x;\quad д)\ y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{e^x+1}.$$

5. Решить уравнения:

$$y'' - 3y' = x + \cos x;\quad на\ дом\quad y'' - y' = \sin^2 x.$$

6. Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

$$а)\ y'' - y' - 2y = 0,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = -3;\quad б)\ y'' - y = 4\sin x;\quad y(0) = 0,\ \ y'(0) = -1;$$

$$на\ дом\quad в)\ y'' - 2y' - y = xe^{-x};\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = 0.$$

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины К.М.02.01.02 "Математический анализ" используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания, решение практических задач.

4.1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме контрольной работы.

Контрольная работа по дисциплине «Математический анализ» выполняется в письменном виде по индивидуальным вариантам, построенным по типовым заданиям.

Умения и навыки обучающегося на контрольной работе оцениваются как «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» с возможностью последующего конвертирования в систему ESTC и БРС.

Итоговая оценка по дисциплине является суммой баллов результатов текущего контроля и промежуточных аттестаций.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Вопросы для опроса на лекциях и практических занятиях

Таблица 2.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Вопросы
		Математический анализ
1	Функции одной переменной	1. Понятие функции. 2. Основные свойства функций и их классификация. 3. Элементарные функции. 4. Преобразование графиков. 5. Понятие числовой последовательности. 6. Предел функции и числовой последовательности. 7. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. 8. Основные теоремы о пределах. 9. Замечательные пределы. 10. Непрерывность функции.
2	Дифференциальное исчисление	1. Понятие производной функции. 2. Основные правила дифференцирования. 3. Производная сложной и обратной функций. 4. Производные неявной и параметрически заданной функции. 5. Понятие производных высших порядков. 6. Дифференциал функции. 7. Понятие о дифференциалах высших порядков. 8. Основные теоремы дифференциального исчисления. 9. Правило Лопиталя. 10. Возрастание и убывание функций. 11. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции) 12. Общая схема исследования функций и построения их графиков
3	Интегральное исчисление	1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла. 2. Свойства неопределенного интеграла. 3. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). 4. Понятие определенного интеграла. 5. Свойства определенного интеграла. 6. Определенный интеграл как функция верхнего предела. 7. Формула Ньютона-Лейбница. 8. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). 9. Несобственные интегралы. 10. Геометрические приложения определенного интеграла.
4	Ряды	1. Понятие числового ряда. 2. Основные свойства рядов. 3. Необходимый признак сходимости ряда. 4. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. 5. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. 6. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. 7. Степенные ряды. Теорема Абеля. 8. Свойства степенных рядов. 9. Радиус сходимости степенного ряда. 10. Ряды Маклорена и Тейлора.

5	Функции нескольких переменных	1. Понятия функции нескольких переменных. 2. Предел и непрерывность функции. 3. Частные производные и полный дифференциал функции. 4. Производная по направлению, градиент функции. 5. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. 6. Условный экстремум. 7. Метод множителей Лагранжа. 8. Понятие двойного интеграла. 9. Сведение двойного интеграла к повторному. 10. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.
6	Дифференциальные уравнения	1. Основные понятия. 2. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. 3. Дифференциальные уравнения первого порядка. 4. Задача Коши (условие существования и единственности решения). 5. Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. 6. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. 7. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. 8. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. 9. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

ОПК-2	Способность использовать закономерности и методы экономической науки при решении профессиональных задач	ОПК-2.1	Способен применять математические методы в экономической науке

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства (методы) оценивания
ОПК-1.1. способность применять математический инструментарий	Самостоятельно анализирует и оценивает информацию.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.2. решать типовые математические задачи	Самостоятельно оценивает информацию, формулирует выводы.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.3. решать специализированные математические задачи	Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.4. способность применять математические расчеты для решения экономических задач	Прогнозирует развитие событий и их последствия. Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.5. использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей	Знает базовые экономические, финансовые принципы, принципы бухгалтерского учета и практику их применения	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.6. обрабатывать эмпирические и экспериментальные	Знает принципы расчета и оценки основных экономических	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и	Опрос, решение задач, контрольная

данные	показателей и коэффициентов, методы финансового анализа	экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	работа
ОПК-2.1 способен применять математические методы экономической науки	Ориентируется в основных задачах специальности. Формулирует основные способы достижения профессиональных задач	Описание специальности раскрыто в полном объеме. Основные способы достижения профессиональных задач сформулированы верно	Опрос, решение задач, контрольная работа

4.3.3. Типовые оценочные средства.

4.3.3.1. Вариант задания для контрольной работы

Варианты контрольных работ формируются из типовых задач программы по темам дисциплины. Конкретное количество задач (от 6 до 8) и темы дисциплины, включаемые в контрольную, определяются преподавателем.

Задача 1. Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^3-3x+2}$.

Задача 2. Вычислить точечные значения производной для функции:

найти $f'(2)$ для $f(x)=3x^2-\dfrac{1}{2x^2}$.

Задача 3. Найти неопределенный интеграл: $\int x\cdot arctg\,2x\,dx$.

Задача 4. Исследовать сходимость числового ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n^2+2n}{n^3+5n-5}$.

Задача 5. Исследовать функции на экстремум: $z=x^3y^2(2-x-y)$.

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

$$2xy\,y'-y^2+x=0.$$

4.3.3.2. Перечень вопросов для подготовки к контрольной работе

1. Понятие функции. Основные свойства и классификация.
2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
3. Непрерывность функции.
4. Понятие производной функции.
5. Основные правила дифференцирования.
6. Дифференциал функции.
7. Основные теоремы дифференциального исчисления.
8. Правило Лопиталя.
9. Возрастание и убывание функций.
10. Характерные точки функций и характерные линии их графиков.
11. Общая схема исследования функций и построения их графиков.
12. Понятия первообразной и неопределенного интеграла.

13. Свойства неопределенного интеграла.
14. Методы интегрирования.
15. Понятие определенного интеграла.
16. Свойства определенного интеграла.
17. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
18. Методы вычисления определенного интеграла.
19. Геометрические приложения определенного интеграла.
20. Несобственные интегралы.
21. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
22. Понятие сходимости ряда. Необходимый признак сходимости ряда.
23. Признаки сравнения для исследования сходимости рядов с положительными членами.
24. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
25. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
26. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
27. Ряды Тейлора и Маклорена.
28. Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
29. Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
30. Производная по направлению, градиент функции.
31. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
32. Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
33. Двойные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
34. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.
35. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия.
36. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
37. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
38. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
39. Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
40. Частное решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

4.4. Шкала оценивания.

Успешность усвоения дисциплины «Математический анализ» характеризуется количественно-качественной оценкой сформированности компетенций, включающей совокупность критериев их освоения. Качественная оценка выражается рейтинговым показателем степени усвоения программы дисциплины, количественная – отметкой в пятибалльной шкале или шкале ECTS (Таблица 3):

Таблица 3.

Качество усвоения программы	**Отметка в 5-балльной шкале / ECTS**
91 - 100	«отлично» / «5 - A»

81 - 90	«отлично» / «5 - B»
72 - 80	«хорошо» /«4 - C»
66 - 71	«хорошо» /«4 - D»
51 - 65	«удовлетворительно» / «3 - E»
до 50	«неудовлетворительно» /«2 - F»

Оценка текущего контроля в течение семестра (за указанный период) по системе «аттестован - не аттестован», «P»/«NP» осуществляется по Таблице 4.

Таблица 4.

Результат текущего контроля	**Отметка в системе «зачтено - не зачтено»**
11 - 20	«аттестован» /«P»
до 10	«не аттестован» /«NP»

Интерпретация оценок ECTS:

1. *Традиционная балльная*

A (Excellent) – выдающиеся знания с возможными незначительными погрешностями;
B (Very Good) – знания выше среднего уровня, с некоторыми ошибками;
C (Good) – правильно выполненная работа с несколькими заметными ошибками;
D (Satisfactory) – работа, выполненная удовлетворительно, с заметными недостатками;
E (Sufficient) – знания, удовлетворяющие минимальным критериям;
F (Fail) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

2. *Бинарная*

P (Passed) – освоен необходимый объем дисциплины (модуля);
NP (Not passed) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

4.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Все используемые виды контрольно-оценочных средств (Таблица 5) по дисциплине «Математический анализ» формируют итоговую отметку в пятибалльной шкале с учетом качества усвоения программы дисциплины (сформированности компетенций):

Таблица 5.

Наименование контрольно-оценочного средства	**Краткая характеристика контрольно-оценочного средства**	**Представление контрольно-оценочного средства**	**Шкала оценки**
Посещаемость занятий	Средство проверки мотивированности студентов в посещении занятий	Журнал учета посещения занятий	до 10
Опрос и решение задач	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по теме, и умения их решать	Вопросы и задания для работы в аудитории и дома	до 10
Контрольная работа	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по дисциплине, и умений их решать	Вариант контрольного задания	до 80

Оценивание обучающихся в процессе поэтапного освоения ими компетенций, формируемых дисциплиной «Математический анализ», осуществляться следующим образом.

1. Оценка работы студента в течение семестра (текущий контроль за указанный период в системе «аттестован - не аттестован») складывается из результатов контроля посещения занятий (D_1) и результатов опросов по знанию материалов лекций и решения практических задач семинарских занятий (D_2) - таблица 4.

Первый показатель (посещаемость занятий) оценивается по формуле:

$$D_1 = \frac{1 \cdot n_1 + 0,5 \cdot n_2 + 0 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - количество посещений занятий;

n_2 - количество опозданий на занятия;

n_3 - количество пропущенных занятий;

$n = n_1 + n_2 + n_3$ - общее количество занятий.

Второй показатель (оценка теоретических знаний и практических умений и навыков) рассчитывается по формуле: $D_2 = K \cdot 10\%$, где K – коэффициент перевода средней оценки работы студента за оцениваемый период в размерность шкалы оценки:

$$D_2 = \frac{1 \cdot n_5 + 0,9 \cdot n_{5-} + \ldots + 0 \cdot n_2}{n} \cdot 100,$$

где n_5 - количество оценок "5";

n_{5-} - количество оценок "5-";

...

n_2 - количество оценок "2";

$n = n_5 + n_{5-} + \ldots + n_2$ - общее количество оценок.

Оценка	5	5-	4+	4	4-	3+	3	3-	2+	2
Коэффициент	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	0

2. При проверке контрольной работы оценка студента формируется как интегральная за правильно и теоретически аргументировано решенные задачи.

Правильно и аргументировано решенная задача помечается знаком "+" и оценивается в 1 балл; знаком "±" помечается задача, решение которой имеет расчетные (0,75 балла), расчетные и теоретические погрешности (0,5 балла), не влияющие серьезно на результат; знаком " m " (0,25 балла) – задача, у которой в решении отсутствует теоретическая аргументация, или дан ответ, а решение не представлено, или в неправильном (незавершенном) решении имеются разумные действия, и, наконец, знаком "–" (0 баллов) – нерешенная задача.

Доля правильно решенных задач в контрольной (D) рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1 \cdot n_1 + 0.75 \cdot n_{2(0,75)} + 0,5 \cdot n_{2(0,5)} + 0.25 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - число задач, помеченных знаком "+";

$n_2 = n_{2(0,75)} + n_{2(0,5)}$ - число задач, помеченных знаком "±";

n_3 - число задач, помеченных знаком "−";

n - общее число задач в контрольной.

3. Итоговая отметка в 5-балльной шкале промежуточного контроля определяется по Таблице 3 с учетом качества освоения дисциплины как сумма оценки работы студента в течение семестра (текущего контроля) и оценки за контрольную работу. При пересдаче контрольной оценка работы студента в течение семестра не учитывается.

На контрольной работе запрещается пользоваться мобильными средствами связи, собственными ПК, Интернетом, учебниками, конспектами лекций и рабочими тетрадями семинарских занятий. При нарушении данных требований обучаемый удаляется из аудитории с выставлением оценки «неудовлетворительно».

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций - обеспечить студенту оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Студентам необходимо ознакомиться: с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимся на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры.

Обучение по дисциплине «Математический анализ» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции и практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен в обязательном порядке готовиться к *лекциям*, поскольку они являются важнейшей формой организации учебного процесса: знакомят с новым учебным материалом; разъясняют учебные элементы, трудные для понимания; систематизируют учебный материал; ориентируют в учебном процессе.

Практические занятия дисциплины «Математический анализ» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Математический анализ» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и ориентирует студента на умение применять полученные знания на практике.

<u>Подготовка к лекции</u> заключается в следующем:

внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;

узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора); ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к практическим занятиям:

внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному практическому занятию; ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

выпишите основные понятия и теоремы;

самостоятельно решите примеры, разобранные в лекциях, и задачи, рекомендованные для самостоятельного изучения;

уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя.

Готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы. Рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована в качестве ориентира в организации обучения.

Подготовка к контрольной работе.

К контрольной работе необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты.

В самом начале учебного курса студенту необходимо познакомиться со следующей учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, практических и лабораторных занятий; контрольными мероприятиями; учебником, учебными пособиями по дисциплине, перечнем вопросов и задач для самоподготовки, а также электронными ресурсами (комплект презентаций и тестовые материалы, реализованные в системе Moodle).

После этого у студента должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для написания контрольной работы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. https://biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/74953.html.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65941.html.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

6.2. Дополнительная литература.

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: "Юрайт", 2016. – 909 с.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

3. Ахтямов, М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Тема 1. Функции одной переменной

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. https://biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

Тема 2. Дифференциальное исчисление

1. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/74953.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

Тема 3. Интегральное исчисление

1. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65941.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

Тема 4. Ряды

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

Тема 5. Функции нескольких переменных

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

6.4. Нормативные правовые документы.

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки (специальности) 080101 Экономическая безопасность (квалификация (степень) «специалист»). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «14» января 2011 г. № 19.
2. Приказ Министерства образования и науки российской Федерации (МИНОБРНАУКИ) «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программ бакалавриата, программ специалитета, программ магистратуры» от «19» декабря 2013г. № 1367 (зарегистрирован 24.02.2014 г. № 31402).
3. Положение об организации и осуществлении в РАНХиГС образовательной деятельности по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры. Утверждено Приказом РАНХиГС от «14» мая 2014 г. № 02-129.
4. Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (с изм. и доп. от 7 июня 2013г.). Утверждено Приказом РАНХиГС от «7» июня 2013 г. № 01-2694.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Лекционный материал по дисциплине «Математический анализ» на сайте РАНХиГС. http://www.ilns.ranepa.ru/studentam-i-slushatelyam/lektsionnye-materialy/ (в дистанционном режиме обучения – СДО)
2. http:/www.минобрнауки.рф – официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
3. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/lec
4. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/tv_nsu07.pdf
5. http://www.statsoft.ru
6. http://www.statistica.ru

6.6. Иные источники.

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RY.
2. Электронная библиотека система IPRBOORS.
3. Электронная библиотека образовательных и просветительских изданий «IQ Library».
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru.
5. Электронно-библиотечная система znanium.com издательства «ИНФРА-М».
6. Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт».
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ».

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для обеспечения наглядности и повышения доступности материала курса «Математический анализ» в ходе чтения лекций и проведения практических занятий используются вычислительная техника и мультимедийные средства отображения информации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием локальной сети для организации работы групп студентов.

Вычислительная техника необходима и для самостоятельной учебной работы студентов. Операционная система - *Microsoft Windows XP* и далее, программное обеспечение – *Microsoft Office*.