Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Институт права и национальной безопасности
Кафедра социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры социально-гуманитарных
экономических и естественно-научных дисциплин
Протокол от « 30 » июня 2020 г.
№ 8

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

К.М.02.01.01 Линейная алгебра
(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность
(код, наименование специальности)

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности
(направленность (специализация))

экономист
(квалификация)

Очная
(форма(ы) обучения)

Год набора - 2020

Москва, 2020 г.

Автор(ы)-составитель(и):

Профессор кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, профессор Резниченко Александр Васильевич
Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат экономических наук Жук Игорь Александрович

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин
кандидат технических наук, доцент Выжигин Александр Юрьевич

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы 6

3. Содержание и структура дисциплины 6

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 20

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 27

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 28

6.1. Основная литература 28
6.2. Дополнительная литература 28
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 28
6.4. Нормативные правовые документы 29
6.5. Интернет-ресурсы 29
6.6. Иные источники 29

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 30

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина К.М.02.01.01 "Линейная алгебра" обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую символику при построении организационно управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
А. Деятельность по обеспечению экономической безопасности в составе подразделения (службы) **А/01.5** Участие в работе подразделения экономической безопасности по контролю исполнения законов, норм и правил экономической защиты собственности **Трудовые действия** **1**. Сбор информации по полученному заданию, анализ данных, необходимых для проведения	ОПК-1.1.	**на уровне знаний:** - основы линейной алгебры, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач;
		на уровне умений: - применять аппарат линейной алгебры для решения типовых математических задач;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата линейной алгебры для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.2	**на уровне знаний:** - основы линейной алгебры, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач и формулирования выводов;
		на уровне умений: - применять аппарат линейной алгебры для решения типовых математических задач и формулировать выводы;

конкретных экономических расчетов **2**. Обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов **А/02.5** Разработка предложений для локальной документации, обеспечивающей функционирование системы управления экономической безопасности **Трудовые действия** **1**. Подготовка исходных данных для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность организации **2**. Расчет экономических и социально-экономических показателей на основе типовых методик с учетом действующей нормативно-правовой базы		**на уровне навыков:** - навыки применения аппарата линейной алгебры для решения типовых математических задач;
	ОПК-1.3	**на уровне знаний:** - основы линейной алгебры, необходимых для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;
		на уровне умений: - применять аппарат линейной алгебры для формулирования закономерностей, решения специализированных математических задач и оценки полученных результатов;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач;
	ОПК-1.4	**на уровне знаний:** - основные математические методы решения экономических задач, формулирования закономерностей, прогноза развития событий и их последствий и оценки полученных результатов;
		на уровне умений: - применять математический аппарат линейной алгебры для решения экономических задач; анализировать полученные результаты и формулировать адекватные выводы относительно динамики экономических показателей;
		на уровне навыков: - навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач;
	ОПК-1.5	**на уровне знаний:** - знать базовые экономические принципы и практику их применения
		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;
		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные;
	ОПК-1.6	**на уровне знаний:** - знать принципы расчета и оценки основных экономических показателей;
		на уровне умений: - использовать математический язык и математическую символику при построении экономических и организационно-управленческих моделей;

		на уровне навыков: - собирать и обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные и формулировать выводы.

2. Объем дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Трудоемкость дисциплины К.М.02.01.01 "Линейная алгебра" составляет 3 з.е. (108 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

лекции – 16 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 60 а.ч.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Линейная алгебра» (К.М.02.01.01) относится к Модулю 2 "Математика и статистика" и изучается на I курсе – 1 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика».

Дисциплина «Линейная алгебра» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами Модуля 2:

К.М.02.01.02 «Математический анализ», 2 семестр;

К.М.02.01.03 «Теория вероятностей», 3 семестр;

К.М.02.01.04 «Экономико-математические модели и методы», 4 семестр;

К.М.02.02.01 «Математическая статистика», 5 семестр;

К.М.02.02.03 «Эконометрика», 6 семестр.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: контрольная работа – 1 семестр.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии								
Тема 1	Элементы теории множеств	8	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 2	Матрицы и определители	14	4		8		10	О, РЗ, КР
Тема 3	Системы линейных уравнений	8	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 4	Вектора на плоскости и в пространстве	16	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 5	Комплексные числа	10	2		4		10	О, РЗ, КР
Тема 6	Элементы аналитической геометрии	16	4		8		10	О, РЗ, КР
Итого по 1 семестру		**108**	**16**		**32**		**60**	
Контрольная работа								
	Всего:	**108**	**16**		**32**		**60**	

Содержание дисциплины

Содержание лекционного материала

Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятия множества, способы задания и графического представления, операции над множествами. Действительные числа и их основные свойства. Метрическое пространство.

Тема 2. Матрицы и определители.

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Основные понятия и определения. Система ***n*** линейных уравнений с ***n*** переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система ***m*** линейных уравнений с ***n*** переменными. Системы линейных однородных уравнений.

Тема 4. Вектора на плоскости и в пространстве.

Понятия ***n*** - мерного вектора и векторного пространства. Скалярное и векторное произведение. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные преобразования (операторы). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Тема 5. Комплексные числа.

Модели представления комплексных чисел. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Алгебраические линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. Алгебраические линии второго порядка. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Плоскость и прямая в пространстве.

Задания практических занятий

Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

Тема **1. Элементы теории множеств**.

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Равны ли следующие множества:

   а) {2, 4, 5} и {2, 4, 5, 2}; **б**) {1, 2} и {{1,2}};

   на дом **в**) {1, 2, 3} и {{1}, {2}, {3}}; **г**) {{1, 2}, 3} и {{1}, {2, 3}};
3. Пусть даны множества: E = {1, 2, 3, 4, 5}, X = {1, 5}, Y = {1, 2, 4}, Z = {2, 5}.

   Найти множества:

   а)X ▬ Y'; **б**) (X ▬ Z) ▮ Y'; **в**) X ▮ (Y ▬ Z).

   на дом **г**) (X ▮ Y) ▬ (X ▮ Z); **д**) (X ▮ Y)'; е) X' ▬ Y'.

4. Начертить диаграммы Венна, иллюстрирующие построение множеств, и показать, что эти утверждения не всегда верны:

а) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$; **б**) $(A \setminus B) \cup B = A$; **в**) $(A \cap B) \setminus A = \varnothing$;

на дом **г**) $(A \cup B) \setminus B = A$; **д**) $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$.

5. Определить множества $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$ и изобразить их на числовой оси (плоскости), если

а) $A = (-1,2]$; $B = [1,4)$;

б) $A = \{x: -4 < x < 1\}$; $B = \{x: 0 < x < 4\}$.

в) $A=\{(x, y) \in R^2 | x^2 + y^2 \le 1\}$;

$B=\{(x, y) \in R^2 | x^2 + (y - 1)^2 \le 1\}$, где $\Re^2$ – вещественная плоскость.

на дом **г**) $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$; $B = \{x: 6x - x^2 > 0\}$;

д) $A = \{x: \sin \pi x = 0\}$; $B = \{x: \cos \pi x/2 = 0\}$.

6. Доказать, что на множестве $\Re$* имеются единственные ноль и единица.

7. Решить уравнения:

а) $|x - 5| - |2x + 8| = -12$; **б**) $|5 + |x + 2|| = 10$; **в**) $|x| + |x - 1| + |x - 2| - 2{,}5 = 0$;

на дом

г) $x^2 + |x| - 2 = 0$; **д**) $|x + 1| + |x| + |x - 1| = 6$; **е**) $x|x + 2| - |x + 1| - (x + 1)|x| + 1 = 0$.

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Пусть $E = \{b, c, d, e, f\}$, $A = \{b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$.

Начертить диаграмму Венна, иллюстрирующую построение этих множеств.

3. Описать множество $A=\{x \in N \mid x^2 - 3x - 4 \le 0\}$ перечислением ее элементов.

4. Считая отрезок [0,1] универсальным множеством, найти и изобразить на числовой прямой дополнения множеств:

а) $\{0, 1\}$; **б**) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$; ***на дом*** **в**) $(0, \frac{1}{2}]$; **г**) $\{0\} \cup [\frac{3}{4}, 1)$.

5. Доказать, что для множеств A, B, C

а) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; **б**) $A \setminus B = A \cap B'$;

на дом

в) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \cap (A \cup C')$; **г**) $(A \cup B) \cap (A \cup B') = A$.

6. Доказать, что

а) уравнение $a + x = b$ имеет единственное решение $x = -a + b$;

на дом

б) уравнение $ax = b$ имеет единственное решение $x = a^{-1}b$.

7. Решить (доказать) неравенства:

а) $||x^3 - x - 1| - 5| \ge x^3 + x + 8$; **б**) $|x - y| \ge ||x| - |y||$;

на дом

в) $|x^2 - 3x + 2| + |2x + 1| \ge 5$; **г**) $|x + x_1 + x_2 + \ldots + x_n| \ge |x| - (|x_1| + |x_2| + \ldots + |x_n|)$.

Тема **2. Матрицы и определители**.

---

* $\Re$ - множество действительных чисел.

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны матрицы ***A*** и ***B***:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а) $A + B$; **б**) $A^{\mathrm{T}} + B$; **в**) $A + B^{\mathrm{T}}$; **г**) $A^{\mathrm{T}} + B^{\mathrm{T}}$; **д**) AB; **е**) $A^{\mathrm{T}}B$; **ж**) AB^{T}; **з**) BA^{T} .

на дом $$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Найти матрицу $\boldsymbol{C} = -5\boldsymbol{A} + 2\boldsymbol{B}$:

а) $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$ *Внеаудит.* $B = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

б) $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

4. Найти произведение матриц:

а) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ -4 & 1 & 1 & 2 & 5 \\ -5 & 3 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

на дом в) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & -5 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ г) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -28 & 93 & 3 \\ 5 & 38 & -126 & 1 \end{bmatrix}$

5. Найти из произведений матриц $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{BA}$, которые существуют:

а) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ *Внеаудит.* $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ A

б) $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$; *на дом* г) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ sib\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$; д) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}$.

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить матрицу $\boldsymbol{D} = (\boldsymbol{AB})' - \boldsymbol{C}^2$:

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ *на дом* Вычислить матрицу $D = ABC - 3E$:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $CE = (2\ 0\ 5)$, *единичная матрица* .

3. Вычислить A^3, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти матрицу $\boldsymbol{A}^n$:

а) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ $n = 4$ *на дом* б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 3$. в) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ n & -2 \end{pmatrix} = 5$.

5. Найти значение многочлена $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ от матрицы $\boldsymbol{A}$:

$f(x) = 3x^2 - 2x + 5$; $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ *на дом* $f(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 5$; $= \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

6. Убедится, что определитель матрицы равен определителю транспонированной матрицы:

$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$ ***на дом*** $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0{,}5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

7. Доказать тождества:

$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$ *на дом* $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ b & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-c)(a-c)(b-\ )$.

8. Решить уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0x \quad \text{на дом} \qquad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Занятие **3**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

1. Найти определитель матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \textbf{\textit{на дом}} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \quad \textit{на дом} \quad \begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 0 \\ b & 3 & 1 & 4 \\ c & 0 & 1 & 2 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

разлагая его по элементам третьей строки

разлагая его по элементам первого столбца

3. Вычислить определители:

$$a)\ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix};\ б)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix};\ \textit{на дом}\ в)\ \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & 3 & -2 \\ -7 & 8 & 4 & 5 \end{vmatrix};\ г)\ \begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 8 & 7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить матрицу $\boldsymbol{B} = 11(\boldsymbol{A}^{-1})' + \boldsymbol{A}'$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Найти обратную матрицу $\boldsymbol{A}^{-1}$ двумя способами: с помощью присоединенной матрицы и элементарных преобразований:

$$а)\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}\ б)\ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}\ \textit{на дом}\ в)\ \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\ г)\ \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Найти матрицу, обратную матрице $\boldsymbol{C}$, если она существует

$$C=\begin{pmatrix}1&0&4&1\\0&-2&2&-10\\0&0&3&13\\0&0&0&3\end{pmatrix}\quad \textit{на дом}\quad C=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&2&-10\\0&3&5&13\\-3&4&5&6\end{pmatrix}$$

7. Найти ранги матриц

$$A=\begin{pmatrix}2&1&-4\\4&2&0\\1&-3&4\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}-1&3&5\\2&-6&0\\1&-3&-5\end{pmatrix}\quad \textit{на дом}\quad C=\begin{pmatrix}-2&-1&3\\4&2&-6\\2&1&-3\end{pmatrix}$$

<u>Занятие **4**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти ранги матриц

$$а)\ \begin{pmatrix}2&1&4&5\\1&0&1&2\\1&2&4&0\end{pmatrix}\quad б)\ \begin{pmatrix}2&-1&-1\\3&1&-1\\-4&-3&1\end{pmatrix}\quad в)\ \begin{pmatrix}1&3&7&2&5\\1&0&4&8&3\\3&6&10&-4&7\end{pmatrix}$$

$$\textit{на дом}\quad г)\ \begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&2\\1&3&1\\1&1&0\end{pmatrix}\quad д)\ \begin{pmatrix}2&-1&-1&2\\3&1&-1&0\\-4&-3&1&1\end{pmatrix}\quad е)\ \begin{pmatrix}0&5&-1&1&5\\2&3&0&1&6\\-1&-3&1&3&0\\3&-1&0&4&6\end{pmatrix}$$

3. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц:

$$а)\ \begin{pmatrix}1&1&1\\2&-1&1\\1&-1&2\\3&-6&5\end{pmatrix}\quad б)\ \begin{pmatrix}2&1&4\\1&-1&3\\5&1&11\end{pmatrix}\quad \textit{на дом}\quad в)\ \begin{pmatrix}1&1&6\\2&-1&1&3\\1&-1&2&5\\3&-6&5&6\end{pmatrix}\quad г)\ \begin{pmatrix}2&0&3&5&1\\4&3&1&7&5\\0&3&-5&-3&3\\2&3&-2&2&4\end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых столбцов матриц:

$$а)\ \begin{pmatrix}2&3&1\\-3&-1&-4\\1&5&3\end{pmatrix}\quad \textit{на дом}\quad б)\ \begin{pmatrix}5&3&8\\4&3&7\\3&2&5\end{pmatrix}$$

5. Покажите, что сумма произведений элементов третьего столбца матрицы на алгебраические дополнения соответствующих элементов первого столбца равна нулю.

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\5&4&2\\1&-2&3\end{pmatrix}$$

6. Решить задачи с экономическим содержанием:

а) В некоторой отрасли $\boldsymbol{m}$ заводов выпускают $\boldsymbol{n}$ видов продукции. Матрица $\boldsymbol{A_{mn}}$ задает объем продукции на каждом заводе в первом квартале, а матрица $\boldsymbol{B_{mn}}$ — во втором; ($\boldsymbol{a_{ij}}$, $\boldsymbol{b_{ij}}$) — объемы продукции $\boldsymbol{j}$-го типа на $\boldsymbol{i}$-ом заводе в первом и втором кварталах соответственно.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Найти: объемы продукции; прирост объемов продукции во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам; стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в евро), если λ — курс евро по отношению к рублю.

б) Предприятие производит n типов продукции, объемы выпуска которых заданы матрицей A_{1n}. Цена реализации единицы i-го типа продукции в j-ом регионе задана матрицей B_{nk}, где k — число регионов, в которых реализуется продукция.

Найти матрицу выручки C по регионам, если $A_{13} = (100\ 200\ 100)$, $B_{3,4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

на дом

в) Три завода выпускают четыре вида продукции.

Необходимо найти: матрицу выпуска продукции за квартал, если заданы матрицы помесячных выпусков A_1, A_2 и A_3; матрицы прироста выпуска продукции за каждый месяц B_1 и B_2 и проанализировать результаты.

$$Дано:\ A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

г) Найти C — матрицу выручки C по регионам по условиям задачи 6б), если

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 40 & 10 & 20 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Тема **3. Системы линейных уравнений**.

<u>Занятие **1**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить системы уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 = 5, \\ x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$ *на дом* в) $\begin{cases} x_1 - \sqrt{5}x_2 = 0, \\ \sqrt{5}x_1 - 5x_2 = -10. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$

3. Решить системы уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$; в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$.

на дом

г) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ 9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$; д) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$; е) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$.

4. Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 1 & \\ 1 & \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $AXB = C$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ & 8 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

на дом

в) $X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 11 \end{cases}$ *на дом*; б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$.

3. Решить (любым методом) системы уравнений, заданные в виде ***AX* = *B***, где ***A*** - матрица системы; ***B*** - столбец свободных членов:

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ *на дом* б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. Найти базисные и общие решения систем уравнений:

а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases}$

на дом в) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ -x_1 - x_2 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$

5. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 - 8x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

дом в) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$ г) $\begin{cases} 8x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

Тема **4. Вектора на плоскости и в пространстве**.

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти косинус угла между векторами x и y, принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

а) $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ***на дом*** **б)** $x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

3. Решить задачи:

а) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$.

б) Даны три вектора $\boldsymbol{a} = (2; -2)$, $\boldsymbol{b} = (2; -1)$, $\boldsymbol{c} = (2; 4)$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{p} = 2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и разложить его по векторам $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.

на дом

в) Определить длины векторов, на которых построен параллелограмм с диагоналями $\boldsymbol{c} = 2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{d} = 2\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$.

г) Даны четыре вектора $\boldsymbol{a} = (2; 1; 0)$, $\boldsymbol{b} = (1; -1; 2)$, $\boldsymbol{c} = (2; 2; -1)$, $\boldsymbol{d} = (3; 7; -7)$. Разложить $\boldsymbol{a}$ по векторам $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{d}$.

4. Решить задачи:

а) В некотором базисе заданы векторы $\boldsymbol{a_1} = (-2; 0; 1)$, $\boldsymbol{a_2} = (1; -1; 0)$, $\boldsymbol{a_3} = (0; 1; 2)$. Выяснить, является ли вектор $\boldsymbol{a_4} = (2; 3; 4)$ линейной комбинацией векторов $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$.

б) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы: $\boldsymbol{a_1} = (-7; 5; 19)$, $\boldsymbol{a_2} = (-5; 7; -7)$, $\boldsymbol{a_3} = (-8; 7; 14)$.

в) Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства $\boldsymbol{R^3}$ векторы: $\boldsymbol{a_1} = (1; 1; 1)$, $\boldsymbol{a_2} = (1; 0; 1)$, $\boldsymbol{a_3} = (2; 1; 2)$.

г) Дана матрица перехода

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

от базиса ($\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$) к базису ($\boldsymbol{e}^*_1, \boldsymbol{e}^*_2, \boldsymbol{e}^*_3$). Найти координаты вектора $\boldsymbol{e}^*_2$ в базисе ($\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$).

на дом

д) В некотором базисе заданы векторы $\boldsymbol{a_1}$ = (2; 1), $\boldsymbol{a_2}$ = (-1; 3). Найти все значения $\boldsymbol{m}$, при которых вектор $\boldsymbol{b}$ = (1; $\boldsymbol{m}$) в том же базисе является линейной комбинацией векторов $\boldsymbol{a_1}$ и $\boldsymbol{a_2}$.

е) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы: $\boldsymbol{a_1}$ = (1; 8; -1), $\boldsymbol{a_2}$ = (-2; 3; 3), $\boldsymbol{a_3}$ = (4; -11; 9).

ж) Выяснить, образуют ли базис четырехмерного пространства $\boldsymbol{R}^4$ векторы: $\boldsymbol{a_1}$ = (1; 1; 1; 1), $\boldsymbol{a_2}$ = (1; 0; 1; 0), $\boldsymbol{a_3}$ = (0; -1; 0; 1), $\boldsymbol{a_4}$ = (1; 0; 0; 1).

з) Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

перехода от базиса ($\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$) к базису ($\boldsymbol{e}^*_1, \boldsymbol{e}^*_2, \boldsymbol{e}^*_3$). Найти координаты векторов $\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$ в базисе ($\boldsymbol{e}^*_1, \boldsymbol{e}^*_2, \boldsymbol{e}^*_3$).

и) Найти матрицу перехода от базиса ($\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}, \boldsymbol{e_4}$) к базису ($\boldsymbol{e_3}, \boldsymbol{e_4}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_1}$).

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах a и b, если $|a| = 2\sqrt{2}$, $|b| = 1$, $\varphi = \pi/4$.

на дом

Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $c = -m + 2n$, $d = 3m - n$, если $|m| = 5, |n| = 4, \varphi = \pi/6$.

6. Даны вершины треугольника $\boldsymbol{A}$(0; 2; 0), $\boldsymbol{B}$(-2; 5; 0), $\boldsymbol{C}$(-2; 2; 6). Найти его площадь.

на дом

Проверить, будут ли коллинеарными следующие векторы: c (4, -2; 1), d (8; -4; 4).

<u>Занятие **2**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \textbf{\textit{на дом}} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор $\boldsymbol{x}$ двухмерного векторного пространства в вектор $\boldsymbol{y}$ по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой $\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{x}_2$;

б) поворот на 45° по часовой стрелке;

в) симметричное отображение относительно прямой $\boldsymbol{x}_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

на дом

г) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

д) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

4. Выяснить является ли оператор $\tilde{A}(x)$ линейным, если вектор $x = (x_1; x_2; x_3)$:

$$\tilde{A}(x) = (x_2 - 2x_3;\ x_1 + x_2;\ x_1) \quad \textit{на дом} \quad \tilde{A}(x) = (x_1 x_2;\ x_2 x_3,\ x_1 x_3).$$

5. Найти координаты вектора $y = \tilde{A}(x)$, если оператор $\tilde{A}$ задан матрицей A (в этом базисе):

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad x = -e_1 + 2e_2 + e_3 \quad \textit{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = (2; -1).$$

6. Найти матрицу A^* линейного оператора в базисе (e^*_1, e^*_2, e^*_3), заданного матрицей A в базисе (e_1, e_2, e_3):

$$\textit{На дом} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e^*_1 = e_2; \\ e^*_2 = e_1 + e_2. \end{matrix} \qquad e \quad e \quad e = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e^*_1 = 2e_1 + e_2 - e_3; \\ e^*_2 = 2e_1 - e_2 + 2e_3; \\ e^*_3 = 3e_1 + e_3; \end{matrix}$$

7. Найти собственные значения и собственные вектора линейного оператора $\tilde{A}$ (матрица A):

$$\text{а)}\ A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{б)}\ \textit{На дом}\ A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{в)}\ A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{г)}\ A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Тема **5. Комплексные числа**.

<u>Занятие **1**</u>

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны комплексные числа $z_1 = 15 + 8i$, $z_2 = 4 - 3i$. Найти: а) $z_1 \pm z_2$; б) $z_1 z_2$; в) z_1 / z_2.

3. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$. Представить в тригонометрической форме и найти:

а) $z_1 z_2$; б) z_1^{28} ***на дом*** в) z_1 / z_2; г) $\sqrt[3]{z_2}$.

4. Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ представить в показательной форме и найти:

а) $z_1 z_2$; б) z_1 / z_2.

на дом

Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ представить в показательной форме и найти:

а) $z_1 z_2$; б) z_1 / z_2.

5. Построить множество точек z по условиям:

а) $|z| < 3$; б) $|z| < 2$ и $\pi/2 < \varphi < \pi$ ***на дом*** в) $2 < |z| < 4$ и $-\pi < \varphi < \pi/2$.

6. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$. ***на дом*** Вычислить $(4 - 3i)/(4 + 3i)$.

7. Даны комплексные числа $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -2 + \sqrt{5}\,i$. Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также

$$z_1 + z_2, \quad z_1 - z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad z_1 / z_2.$$

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 12i$, $z_2 = -6 + 8i$. Найти: а) $z_1 \pm z_2$; б) $z_1 z_2$; в) z_1 / z_2.

3. Вычислить:

а) $(a+bi) - (a-bi)^3$; б) $\dfrac{(1+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}$; *на дом* в) $(1-i)^6$; г) $(2+i\sqrt{12})^5$; д*) $\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{9}}$.

4. Решить уравнения:

а) $x^2 + 16 = 0$; б) $x^4 + 3x^2 + 4 = 0$; в) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$;

на дом г) $x^2 + x + 4 = 0$; д) $x^6 - 64 = 0$.

Тема **6. Элементы аналитической геометрии**.

Занятие **1**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) На оси абсцисс найти точку, отстоящую на расстояние $d = 10$ от точки $A(2, 6)$.

б) На осях абсцисс и ординат найти точки, равноудаленные от точек $A(2, 3)$ и $B(5, 6)$.

в) Даны три вершины параллелограмма: точки $A(3, -5)$, $B(5, -3)$, $C(-1, 3)$. Определить четвертую вершину D, противоположную B.

г) Точки $A(-2, 1)$, $B(2, 3)$, $C(4, -1)$ – середины сторон треугольника. Найти координаты его вершин.

д) Найти центр масс однородной пластинки, имеющей форму треугольника с вершинами $A(2, 4)$, $B(0, 1)$, $C(4, -2)$.

е) Лежат ли на одной прямой три данные точки $A(2, 0)$, $B(6, 4)$, $C(11, 9)$.

на дом

ж) Отрезок, ограниченный точками $A(1, -3)$ и $B(4, 3)$, разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.

з) Даны вершины треугольника: $A(3, 5)$, $B(-3, 3)$, $C(5, -8)$. Определить длину медианы, проведенной из вершины C.

и) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от двух данных точек: $M_1(-4, 3)$ и $M_2(2, 5)$.

к) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от оси Oy и точки $F(4, 0)$.

л) Составить уравнение траектории точки $M(x, y)$, которая при своем движении остается вдвое ближе к точке $A(0, -1)$, чем к точке $B(0, -4)$.

м) Треугольник координатами вершин: $A(3, 5)$, $B(9, -3)$, $C(0, 1)$. Найти длину биссектрисы угла A.

Занятие **2**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $A(-4, 1)$ параллельно осям координат.

б) Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-4, 2)$ и $B(3, -1)$.

в) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2, 3)$ под угол 45° к прямой $5x + 2y - 4 = 0$.

г) Через вершины треугольника $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(0, 4)$ проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составить их уравнение.

д) Даны середины сторон треугольника $P(1, 2)$, $Q(5, -1)$, $R(-4, 3)$. Составить уравнения его сторон.

е) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $5x - y + 10 = 0$ и $8x + 4y + 9 = 0$ параллельно прямой $x + 3y = 0$.

на дом

ж) Найти угол между прямой $3x + y - 6 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(-3, 1)$ и $B(3, 3)$.

з) Дана прямая $2x + 5y - 1 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1, 3)$: параллельно данной прямой; перпендикулярно данной прямой.

и) Даны две прямые $y = 3x - 2$ и $3x - y + 12 = 0$. Составить уравнение прямой, проведенной параллельно данным на равном расстоянии между ними.

к) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + y - 7 = 0$ перпендикулярно к прямой $x = 2y$.

л) Составить уравнение перпендикуляра к прямой $8x + 4y - 3 = 0$ в точке пересечения ее с прямой $x - y = 0$.

Занятие **3**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Найти центр и радиус окружности $3x^2 + 3y^2 - 6x + 8y = 0$.

б) Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(-1, 5)$, $B(-2, -2)$, $C(5, 5)$.

в) Составить каноническое уравнение эллипса, если его большая полуось равна 12, а эксцентриситет – 0,5. Найти расстояние между фокусами эллипса.

г) Составить каноническое уравнение гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$. Найти координаты ее фокусов и вершин, эксцентриситет и уравнения асимптот.

д) Составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки $A(2, 1)$, $B(-4, \sqrt{7})$.

е) Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки $A(2; -2)$ равно ее расстоянию от прямой $x + 1 = 0$.

ж) Вычислить длину хорды, образуемой пересечением прямой $y = 4x$ и параболой $y = 3 + 2x - y^2$.

на дом

з) Задано уравнение окружности $x^2 + y^2 + 4x + 12y + 15 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через ее центр параллельно прямой $x + y = 0$.

и) Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между вершинами его большой и малой осей.

к) Составить уравнения асимптот равносторонней гиперболы $y = (2x + 3)/(x - 3)$ и найти координаты ее вершин.

л) Составить уравнения осей симметрии равносторонней гиперболы $y = (4 - 3x)/(x - 1)$.

м) Составить уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы $y^2 = 2px$ и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.

Занятие **4**

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $A(1, -1, 3)$.

б) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2, 3, 4)$ и отсекающей на осях Ox и Oy отрезки $a = 1$, $b = -1$.

в) Из точки $M(1, -1, 4)$ опущен на плоскость перпендикуляр, его основание $N(2, 1, 3)$. Составить уравнение плоскости.

г) Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3, -1, 2)$, $M_2(4, -1, -1)$ и $M_3(2, 0, 2)$.

д) Составить уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2, -1, -1)$ и $M_2(3, 3, -1)$.

на дом

е) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $B(2, 1, -1)$.

ж) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(4, -4, 2)$ параллельно плоскости xOz.

з) Плоскость проходит через ось Oz и образует с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}\,z = 0$ угол $\pi/3$. Составить уравнение плоскости.

и) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2, 7, 3)$ параллельно плоскости $x - 4y + 5z + 1 = 0$.

к) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2, -3, 1)$ параллельно векторам $a = (-3, 2, -1)$ и $b = (1, 2, 3)$.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины К.М.02.01.01 "Линейная алгебра" используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания, решение практических задач.

4.1.2. Промежуточная аттестация проводится в форме контрольной работы.

Контрольная работа по дисциплине «Линейная алгебра» выполняется в письменном виде по индивидуальным вариантам, построенным по типовым заданиям.

Умения и навыки обучающегося на контрольной работе оцениваются как «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» с возможностью последующего конвертирования в систему ESTC и БРС.

Итоговая оценка по дисциплине является суммой баллов результатов текущего контроля и промежуточных аттестаций.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Вопросы для опроса на лекциях и практических занятиях

Таблица 2.

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Вопросы
Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии		
1	Элементы теории множеств	1. Понятие множества. 2. Абсолютная величина действительного числа. 3. Действительные числа и их основные свойства. 4. Метрическое пространство.
2	Матрицы и определители	1. Матрицы и операции над ними. 2. Определители и их свойства. 3. Вычисление определителей. 4. Обратная матрица. 5. Ранг матрицы. 6. Миноры и алгебраические дополнения. 7. Разложение определителя матрицы по элементам строки или столбца.
3	Система линейных уравнений.	1. Основные понятия и определения. 2. Система n линейных уравнений с ***n*** переменными. 3. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. 4. Система ***m*** линейных уравнений с n переменными. 5. Метод Гаусса. 6. Система линейных однородных уравнений. 7. Фундаментальная система решений.

4	Вектора на плоскости и в пространстве	1. Понятия ***n*** - мерного вектора и векторного пространства. 2. Скалярное и векторное произведение. 3. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. 4. Переход к новому базису. 5. Евклидово пространство. 6. Линейные операторы. 7. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
5	Комплексные числа	1. Модели представления комплексных чисел. 2. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. 3. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.
6	Элементы аналитической геометрии.	1. Системы координат. 2. Простейшие задачи аналитической геометрии. 3. Алгебраические линии первого порядка. 4. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. 5. Алгебраические линии второго порядка. 6. Окружность и эллипс. 7. Гипербола и парабола. 8. Плоскость и прямая в пространстве.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Способность применять математический инструментарий
		ОПК-1.2	Решать типовые математические задачи
		ОПК-1.3	Решать специализированные математические задачи
		ОПК-1.4	Способность применять математические расчеты для решения экономических задач
		ОПК-1.5	Использовать математический язык и математическую символику при построении организационно управленческих моделей
		ОПК-1.6	Обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные

4.3.2 Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап освоения компетенции	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Средства (методы) оценивания
ОПК-1.1. способность применять математический инструментарий	Самостоятельно анализирует и оценивает информацию.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.2. решать типовые математические задачи	Самостоятельно оценивает информацию, формулирует выводы.	Правильно решены типовые математические задачи.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.3. решать специализированные математические задачи	Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения специализированных математических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.4. способность применять математические расчеты для решения экономических задач	Прогнозирует развитие событий и их последствия. Формулирует выявленные закономерности и полученные результаты	Продемонстрированы навыки использования математического языка и математической символики для решения экономических задач.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.5. использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей	Знает базовые экономические, финансовые принципы, принципы бухгалтерского учета и практику их применения	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	Опрос, решение задач, контрольная работа
ОПК-1.6. обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные	Знает принципы расчета и оценки основных экономических показателей и коэффициентов, методы финансового анализа	Собраны эмпирические и инструментальные данные, сгруппированы эмпирические и экспериментальные данные, проанализированы эмпирические и экспериментальные данные, сформулированы выводы.	Опрос, решение задач, контрольная работа

4.3.3. Типовые оценочные средства.

4.3.3.1. Вариант задания для контрольной работы

Варианты контрольных работ формируются из типовых задач программы по темам дисциплины. Конкретное количество задач (от 6 до 8) и темы дисциплины, включаемые в контрольную, определяются преподавателем.

Задача 1. Начертить диаграмму Венна, иллюстрирующую построение множества:

$$X \cap Y'.$$

Задача 2. Найти определитель произведения двух матриц $\det(A \cdot D)$ и $\det(A \cdot D^{-1})$:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Задача 3. Найти ранг матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

Задача 4. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор ***x*** двухмерного линейного пространства в вектор ***y*** по следующему алгоритму:

Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке.

Задача 6. Даны вершины треугольника $A(3,1)$, $B(-13,-11)$, $C(-6,-3)$.

Составить:

а) уравнения медианы и высоты треугольника ***ABC***, проведенные из вершины ***A***;

б) уравнение биссектрисы внутреннего угла ***B***.

4.3.3.2. Перечень вопросов для подготовки к контрольной работе

1. Понятие множества. Способы задания.
2. Подмножество. Мощность конечного множества.
3. Диаграмма Венна-Эйлера.
4. Операции над множествами.
5. Свойства множеств.
6. Действительные числа и их основные свойства
7. Метрическое пространство
8. Основные сведения о матрицах.
9. Операции над матрицами.
10. Определители квадратных матриц.
11. Свойства определителей.
12. Обратная матрица.

13. Ранг матрицы.
14. Система n линейных уравнений с n переменными.
15. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
16. Метод Гаусса.
17. Системы линейных однородных уравнений.
18. Понятия n-мерного вектора и векторного пространства.
19. Скалярное и векторное произведение.
20. Размерность и базис векторного пространства.
21. Переход к новому базису.
22. Евклидово пространство.
23. Линейные операторы.
24. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
25. Модели представления комплексных чисел.
26. Алгебраическая форма представления комплексных чисел.
27. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.
28. Системы координат.
29. Простейшие задачи аналитической геометрии.
30. Уравнение линии на плоскости.
31. Уравнение прямой.
32. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
33. Расстояние от точки до прямой.
34. Окружность и эллипс.
35. Гипербола и парабола.
36. Полярные координаты.
37. Плоскость и прямая в пространстве.

4.4. Шкала оценивания.

Успешность усвоения дисциплины «Линейная алгебра» характеризуется количественно-качественной оценкой сформированности компетенций, включающей совокупность критериев их освоения. Качественная оценка выражается рейтинговым показателем степени усвоения программы дисциплины, количественная – отметкой в пятибалльной шкале или шкале ECTS (Таблица 3):

Таблица 3.

Качество усвоения программы	**Отметка в 5-балльной шкале / ECTS**
91 - 100	«отлично» / «5 - A»
81 - 90	«отлично» / «5 - B»
72 - 80	«хорошо» /«4 - C»
66 - 71	«хорошо» /«4 - D»
51 - 65	«удовлетворительно» / «3 - E»
до 50	«неудовлетворительно» /«2 - F»

Оценка текущего контроля в течение семестра (за указанный период) по системе «аттестован - не аттестован», «P»/«NP» осуществляется по Таблице 4.

Таблица 4.

Результат текущего контроля	Отметка в системе «зачтено - не зачтено»
11 - 20	«аттестован» /«Р»
до 10	«не аттестован» /«NP»

Интерпретация оценок ECTS:

1. *Традиционная балльная*

A (Excellent) – выдающиеся знания с возможными незначительными погрешностями;
B (Very Good) – знания выше среднего уровня, с некоторыми ошибками;
C (Good) – правильно выполненная работа с несколькими заметными ошибками;
D (Satisfactory) – работа, выполненная удовлетворительно, с заметными недостатками;
E (Sufficient) – знания, удовлетворяющие минимальным критериям;
F (Fail) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

2. *Бинарная*

P (Passed) – освоен необходимый объем дисциплины (модуля);
NP (Not passed) – не освоен минимальный (базовый) объем дисциплины (модуля).

4.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Все используемые виды контрольно-оценочных средств (Таблица 5) по дисциплине «Линейная алгебра» формируют итоговую отметку в пятибалльной шкале с учетом качества усвоения программы дисциплины (сформированности компетенций):

Таблица 5.

Наименование контрольно-оценочного средства	Краткая характеристика контрольно-оценочного средства	Представление контрольно-оценочного средства	Шкала оценки
Посещаемость занятий	Средство проверки мотивированности студентов в посещении занятий	Журнал учета посещения занятий	до 10
Опрос и решение задач	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по теме, и умения их решать	Вопросы и задания для работы в аудитории и дома	до 10
Контрольная работа	Средство проверки знаний, необходимых для решения задач определенного типа по дисциплине, и умений их решать	Вариант контрольного задания	до 80

Оценивание обучающихся в процессе поэтапного освоения ими компетенций, формируемых дисциплиной «Линейная алгебра», осуществляться следующим образом.

1. Оценка работы студента в течение семестра (текущий контроль за указанный период в системе «аттестован - не аттестован») складывается из результатов контроля посещения занятий (D_1) и результатов опросов по знанию материалов лекций и решения практических задач семинарских занятий (D_2) - таблица 4.

Первый показатель (посещаемость занятий) оценивается по формуле:

$$D_1 = \frac{1 \cdot n_1 + 0,5 \cdot n_2 + 0 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - количество посещений занятий;

n_2 - количество опозданий на занятия;

n_3 - количество пропущенных занятий;

$n = n_1 + n_2 + n_3$ - общее количество занятий.

Второй показатель (оценка теоретических знаний и практических умений и навыков) рассчитывается по формуле: $D_2 = K \cdot 10\%$, где K – коэффициент перевода средней оценки работы студента за оцениваемый период в размерность шкалы оценки:

$$D_2 = \frac{1 \cdot n_5 + 0,9 \cdot n_{5-} + \ldots + 0 \cdot n_2}{n} \cdot 100,$$

где n_5 - количество оценок "5";

n_{5-} - количество оценок "5-";

...

n_2 - количество оценок "2";

$n = n_5 + n_{5-} + \ldots + n_2$ - общее количество оценок.

Оценка	5	5-	4+	4	4-	3+	3	3-	2+	2
Коэффициент	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1	0

2. При проверке контрольной работы оценка студента формируется как интегральная за правильно и теоретически аргументировано решенные задачи.

Правильно и аргументировано решенная задача помечается знаком "+" и оценивается в 1 балл; знаком "±" помечается задача, решение которой имеет расчетные (0,75 балла), расчетные и теоретические погрешности (0,5 балла), не влияющие серьезно на результат; знаком " m " (0,25 балла) – задача, у которой в решении отсутствует теоретическая аргументация, или дан ответ, а решение не представлено, или в неправильном (незавершенном) решении имеются разумные действия, и, наконец, знаком "–" (0 баллов) – нерешенная задача.

Доля правильно решенных задач в контрольной (D) рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1 \cdot n_1 + 0.75 \cdot n_{2(0,75)} + 0,5 \cdot n_{2(0,5)} + 0.25 \cdot n_3}{n} \cdot 100,$$

где n_1 - число задач, помеченных знаком "+";

$n_2 = n_{2(0,75)} + n_{2(0,5)}$ - число задач, помеченных знаком "±";

n_3 - число задач, помеченных знаком " m";

n - общее число задач в контрольной.

3. Итоговая отметка в 5-балльной шкале промежуточного контроля определяется по Таблице 3 с учетом качества освоения дисциплины как сумма оценки работы студента в течение семестра (текущего контроля) и оценки за контрольную работу. При пересдаче контрольной оценка работы студента в течение семестра не учитывается.

На контрольной работе запрещается пользоваться мобильными средствами связи, собственными ПК, Интернетом, учебниками, конспектами лекций и рабочими тетрадями семинарских занятий. При нарушении данных требований обучаемый удаляется из аудитории с выставлением оценки «неудовлетворительно».

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций - обеспечить студенту оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Студентам необходимо ознакомиться: с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимся на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания кафедры.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции и практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен в обязательном порядке готовиться к *лекциям*, поскольку они являются важнейшей формой организации учебного процесса: знакомят с новым учебным материалом; разъясняют учебные элементы, трудные для понимания; систематизируют учебный материал; ориентируют в учебном процессе.

Практические занятия дисциплины «Линейная алгебра» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Линейная алгебра» способствует более глубокому усвоению изучаемого курса, формирует навыки использования изучаемого математического аппарата и ориентирует студента на умение применять полученные знания на практике.

Подготовка к лекции заключается в следующем:

внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;

узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора); ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к практическим занятиям:

внимательно прочитайте материал лекций, относящихся к данному практическому занятию; ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

выпишите основные понятия и теоремы;

самостоятельно решите примеры, разобранные в лекциях, и задачи, рекомендованные для самостоятельного изучения;

уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя.

Готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы. Рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована в качестве ориентира в организации обучения.

Подготовка к контрольной работе.

К контрольной работе необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты.

В самом начале учебного курса студенту необходимо познакомиться со следующей учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, практических и лабораторных занятий; контрольными мероприятиями; учебником, учебными пособиями по дисциплине, перечнем вопросов и задач для самоподготовки, а также электронными ресурсами (комплект презентаций и тестовые материалы, реализованные в системе Moodle).

После этого у студента должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для написания контрольной работы.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. https://biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/74953.html.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65941.html.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

6.2. Дополнительная литература.

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: "Юрайт", 2016. – 909 с.

2. Красс М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

3. Ахтямов М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Тема 1. Элементы теории множеств

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд.,

перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. https://biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

Тема 2. Матрицы и определители

1. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/74953.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

Тема 3. Системы линейных уравнений

1. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/65941.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

Тема 4. Вектора на плоскости и в пространстве

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

Тема 5. Комплексные числа

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

Тема 6. Элементы аналитической геометрии

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр.

Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с. https://s.11klasov.ru/7701-matematika-dlja-jekonomistov-krass-ms-chuprynov-bp.html

6.4. Нормативные правовые документы.

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки (специальности) 080101 Экономическая безопасность (квалификация (степень) «специалист»). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «14» января 2011 г. № 19.
2. Приказ Министерства образования и науки российской Федерации (МИНОБРНАУКИ) «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программ бакалавриата, программ специалитета, программ магистратуры» от «19» декабря 2013г. № 1367 (зарегистрирован 24.02.2014 г. № 31402).
3. Положение об организации и осуществлении в РАНХиГС образовательной деятельности по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры. Утверждено Приказом РАНХиГС от «14» мая 2014 г. № 02-129.
4. Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (с изм. и доп. от 7 июня 2013г.). Утверждено Приказом РАНХиГС от «7» июня 2013 г. № 01-2694.

6.5. Интернет-ресурсы.

1. Лекционный материал по дисциплине «Линейная алгебра» на сайте РАНХиГС. http://www.ilns.ranepa.ru/studentam-i-slushatelyam/lektsionnye-materialy/ (в дистанционном режиме обучения – СДО)
2. http:/www.минобрнауки.рф – официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
3. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/lec
4. http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/tv_nsu07.pdf
5. http://www.statsoft.ru
6. http://www.statistica.ru

6.6. Иные источники.

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RY.
2. Электронная библиотека система IPRBOORS.
3. Электронная библиотека образовательных и просветительских изданий «IQ Library».
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru.
5. Электронно-библиотечная система znanium.com издательства «ИНФРА-М».
6. Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт».
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ».

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для обеспечения наглядности и повышения доступности материала курса «Линейная алгебра» в ходе чтения лекций и проведения практических занятий используются вычислительная техника и мультимедийные средства отображения информации.

Практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием локальной сети для организации работы групп студентов.

Вычислительная техника необходима и для самостоятельной учебной работы студентов. Операционная система - *Microsoft Windows XP* и далее, программное обеспечение – *Microsoft Office*.