

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Институт государственной службы и управления

Кафедра зарубежного регионоведения и международного сотрудничества

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры зарубежного
регионоведения и международного
сотрудничества

Протокол от «05» сентября 2016 г. № 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.13 Основы математического анализа

(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

ОМА

(краткое наименование дисциплины (модуля))

41.03.01 «Зарубежное регионоведение»

(код, наименование направления подготовки)

Информационно-аналитическое обеспечение международного
сотрудничества

(направленность (профиль))

бакалавр

(квалификация)

очная

(форма(ы) обучения)

Год набора - 2016

Москва, 2016 г.

Автор–составитель:

Доцент кафедры ИПМ, кандидат технических наук, доцент Н.В. Свертилова

Заведующий кафедрой

Заведующий кафедрой зарубежного регионоведения и международного сотрудничества (ЗРиМС), доктор социологических наук В.В.Комлева

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы	4
3. Содержание и структура дисциплины	4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине	7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	14
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	14
6.1. Основная литература	14
6.2. Дополнительная литература	15
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы	15
6.4. Нормативные правовые документы	15
6.5. Интернет-ресурсы	15
6.6. Иные источники	15
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	16

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1 Дисциплина Б1.Б.13 Основы математического анализа обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-1.2	Способность демонстрировать применение знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладных профессиональных задач

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта или по результатам форсайт-сессии)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
работать с российскими и зарубежными базами данных, применять технологии поиска информации осуществлять сбор и обработку необходимой информации	ОПК-1.2	на уровне знаний: демонстрирует знания методов решения прикладных профессиональных задач
		на уровне умений: решает прикладные профессиональные задачи с использованием знаний основ математического анализа
		на уровне навыков: оценивает возможности применения знаний в области атематического анализа для решения прикладных профессиональных задач

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость Б1.Б.13 Основы математического анализа составляет 2 зачётные единицы, 72 часа. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем, составляет 36 часов: лекционные занятия – 18 часов, практические занятия – 18 часа. Самостоятельная работа составляет 36 часов.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.13 Основы математического анализа предусмотрена на 1 курсе, во 2 семестре.

Дисциплина Б1.Б.13 Основы математического анализа относится к дисциплинам Блока 1 «Дисциплины (модули)».

В содержательном плане дисциплина опирается предыдущий уровень образования и Б1.Б.11 Информатика (1 семестр)

Достижение планируемых результатов обучения служит основой для Б1.Б.4 Экономическая теория (2 семестр).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачет.

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины , час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1.	Матрицы и определители	10	4		2		4	О
Тема 2.	Системы линейных алгебраических уравнений	8	2		2		4	О
Тема 3.	Линейные пространства и преобразования	8	2		2		4	О
Тема 4.	Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды	8	2		2		4	О
Тема 5.	Дифференциальное исчисление	8	2		2		4	О
Тема 6.	Неопределенный и определенный интегралы	8	2		2		4	О
Тема 7.	Функции нескольких переменных	8	2		2		4	О
Тема 8.	Случайные события. Случайные величины	14	2		4		8	О,КР
Промежуточная аттестация								3
Всего:		72	18		18		36	

Примечание:

** – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР).

*** - формы промежуточной аттестации: зачет (З).

Содержание дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.

Тема 3. Линейные пространства и преобразования

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства.

Линейные преобразования (операторы). Способы нахождения матрицы линейного преобразования.

Тема 4. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности.

Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные элементарные функции. Сложные и взаимно обратные функции. Неявные функции. Основные свойства функций.

Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Понятия функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.

Тема 5. Дифференциальное исчисление

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций. Уравнение касательной и нормали к графику функции.

Тема 6. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Понятие и геометрическая интерпретация определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 7. Функции нескольких переменных

Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла

Тема 8. Случайные события

Случайные величины

Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Вероятность события. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные испытания. Формула Бернулли.

Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное.

Многомерные случайные величины. Функция распределения и плотность двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.Б.13 Основы математического анализа используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)		Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1.	Матрицы и определители	опрос
Тема 2.	Системы линейных алгебраических уравнений	опрос
Тема 3.	Линейные пространства и преобразования	опрос
Тема 4.	Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды	опрос
Тема 5.	Дифференциальное исчисление	опрос
Тема 6.	Неопределенный и определенный интегралы	опрос
Тема 7.	Функции нескольких переменных	опрос

Тема 8.	Случайные события. Случайные величины	Опрос, решение контрольной работы
---------	---------------------------------------	-----------------------------------

4.1.2. Зачет в устной форме проводится с применением следующих методов (средств): в устной форме по вопросам.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- выступление с докладами по вопросам к опросам (дискуссиям),
- участие в обсуждении докладов.

Критерии оценивания доклада:

- степень усвоения понятий и категорий по теме;
- умение работать с документальными и литературными источниками;
- грамотность изложения материала;
- самостоятельность работы, наличие собственной обоснованной позиции.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, выступления с докладами, участия в обсуждениях докладов других обучающихся, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, защита реферата.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждается на заседании кафедры.

Вопросы темы для подготовки к опросам (дискуссиям) (темы докладов):

Тема 1. Матрицы и определители

- 1 Определение и виды матриц.
- 2 Векторы.
- 3 Операции над матрицами.
- 4 Определитель квадратной матрицы.
- 5 Минор.
- 6 Алгебраическое дополнение.
- 7 Вычисление и свойства определителей.
- 8 Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы.
- 9 Обратная матрица.
- 10 Ранг матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений

- 1 Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
- 2 Запись и решение СЛАУ в матричном виде.
- 3 Формулы Крамера.
- 4 Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы.
- 5 Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
- 6 Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений.
- 7 Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.

Тема 3. Линейные пространства и преобразования

- 1 Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве.

- 2 Определение и примеры линейного пространства.
- 3 Линейная зависимость и независимость векторов.
- 4 Базис.
- 5 Координаты.
- 6 Размерность.
- 7 Скалярное произведение.
- 8 Ортонормированный базис.
- 9 Евклидовы пространства.
- 10 Линейные преобразования (операторы).
- 11 Способы нахождения матрицы линейного преобразования.

Тема 4. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

- 1 Понятие числовой последовательности.
- 2 Предел последовательности.
- 3 Основные свойства сходящихся последовательностей.
- 4 Признаки существования предела последовательности.
- 5 Понятие действительной функции действительной переменной.
- 6 График функции.
- 7 Основные элементарные функции.
- 8 Сложные и взаимно обратные функции.
- 9 Неявные функции.
- 10 Основные свойства функций.
- 11 Предел функции в бесконечности и в точке.
- 12 Односторонние пределы.
- 13 Признаки существования предела функции.
- 14 Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
- 15 Два замечательных предела.
- 16 Непрерывность функции в точке.
- 17 Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
- 18 Понятие числового ряда.
- 19 Основные свойства рядов.
- 20 Необходимый признак сходимости ряда.
- 21 Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
- 22 Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
- 23 Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
- 24 Понятия функционального ряда.
- 25 Свойства равномерно сходящихся рядов.
- 26 Степенные ряды.
- 27 Теорема Абеля.
- 28 Свойства степенных рядов.
- 29 Радиус сходимости степенного ряда.
- 30 Ряды Маклорена и Тейлора.

Тема 5. Дифференциальное исчисление

- 1 Производная функции и дифференциал.
- 2 Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала.
- 3 Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций.
- 4 Производная сложной и обратной функций.
- 5 Производные основных элементарных функций.
- 6 Производные высших порядков.

- 7 Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.
- 8 Правило Лопиталя.
- 9 Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции.
- 10 Асимптоты.
- 11 Общая схема исследования функций.
- 12 Уравнение касательной и нормали к графику функции.

Тема 6. Неопределенный и определенный интегралы

- 1 Первообразная и неопределенный интеграл.
- 2 Свойства неопределенного интеграла.
- 3 Интегралы от основных элементарных функций.
- 4 Основные методы интегрирования.
- 5 Интегрирование рациональных дробей.
- 6 Понятие и геометрическая интерпретация определенного интеграла.
- 7 Свойства определенного интеграла.
- 8 Формула Ньютона-Лейбница.
- 9 Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
- 10 Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 7. Функции нескольких переменных

- 1 Понятия функции нескольких переменных.
- 2 Предел и непрерывность функции.
- 3 Частные производные и полный дифференциал функции.
- 4 Производная по направлению, градиент функции.
- 5 Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
- 6 Кратные интегралы.
- 7 Сведение кратного интеграла к повторному.
- 8 Геометрическая интерпретация двойного интеграла

Тема 8. Случайные события. Случайные величины

- 1 Основные понятия теории вероятностей.
- 2 Случайные события.
- 3 Вероятность события.
- 4 Теоремы сложения вероятностей.
- 5 Условная вероятность.
- 6 Теоремы умножения вероятностей.
- 7 Независимые события.
- 8 Формула полной вероятности.
- 9 Формула Байеса.
- 10 Повторные испытания.
- 11 Формула Бернулли.
- 12 Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 13 Функция распределения случайной величины.
- 14 Плотность распределения непрерывной случайной величины.
- 15 Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
- 16 Их свойства.
- 17 Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное.
- 18 Многомерные случайные величины.

- 19 Функция распределения и плотность двумерной случайной величины.
- 20 Зависимые и независимые случайные величины.
- 21 Условные законы распределения.
- 22 Числовые характеристики двумерных случайных величин.
- 23 Ковариация, коэффициент корреляции.

Практические занятия

Тема 1. Матрицы и определители

Даны матрицы A и B .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.
 д) AB ; е) A^TB ; ж) AB^T ; з) BA^T .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.
 д) AB ; е) A^TB ; ж) AB^T ; з) BA^T .

Найти определитель матрицы

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу, обратную матрице C , если она существует

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Найти ранг матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

а) $f(x) = x^2 + x - 2$;

б) $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений

Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases} .$$

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Тема 3. Линейные пространства и преобразования

Найти косинус угла между векторами x и y , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} .$$

Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый

$$\begin{array}{l} \text{вектор} \end{array} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix} .$$

Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой $xI = x2$;

б) поворот на 45° по часовой стрелке;

в) симметричное отображение относительно прямой $xI = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

Тема 4. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

Определить области существования и области значений следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{3x - x^3} ; \quad \text{б) } y = \log(x^2 - 4) ; \quad \text{в) } y = \sin(\sqrt{x})$$

$$\text{а) } y = \sqrt{2 + x - x^2} ; \quad \text{б) } y = \log_2 \log_4 x ; \quad \text{в) } y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}.$$

Построить график функции

$$y = ax + b, \quad a \in \mathbb{R}, \quad b \in \mathbb{R}_1.$$

Найти:

$$\begin{aligned} \text{а) } f[f(x)], \text{ если } f(x) = \frac{1}{1-x}; \quad \text{б) } f(x), \text{ если } f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2; \\ \text{в) } f(x), \text{ если } f(x+1) = x^2 - 3x + 2. \end{aligned}$$

Вычислить пределы

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots \quad \text{на дом} \quad \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$$

Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}; \\ \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}. \end{aligned}$$

Исследовать сходимость знакочередующегося числового ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1000}{3n+1} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+100};$$

Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

1 - множество действительных чисел.

$$\text{а) } f(x) = (1+x)^n ; \text{ б) } f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3} .$$

Тема 5. Дифференциальное исчисление

Найти первую и вторую производные функций:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x^2) \quad \text{на дом} \quad y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}$$

Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 3x^2$ в заданной точке $M(-2, 12)$.

Исследовать функции и построить их графики

$$\text{а) } y = \frac{x^2}{x^2 - 1} ; \text{ б) } y = x + \frac{1}{x}$$

$$\text{а) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x+1} ; \text{ б) } y = x^{2/3}(1-3x) .$$

Тема 6. Неопределенный и определенный интегралы

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}} ; \text{ б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx ; \text{ в) } \int e^x 5^{4x} dx .$$

Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{а) } \int \frac{2x}{1+x^4} dx ; \text{ б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx ; \text{ в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx .$$

Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

$$\text{а) } y = -x^2 + 3, \quad y = 0 ; \quad \text{б) } y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2$$

$$\text{а) } y = -x^2 + 4x, \quad y = 2x ; \quad \text{б) } y = x^2, \quad y = \sqrt{x} .$$

Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} ; \text{ б) } \int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2} .$$

Тема 7. Функции нескольких переменных

Найти частные производные функций двух переменных

$$z = x^2 y - \cos^2 xy .$$

Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = f(x^2 + y^2)$$

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$$

Найти величину и направление градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad M(1, 2, 1)$$

$$f(x, y, z) = xyz, \quad M(1, 1, 1)$$

Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$$

$$\iint f(x, y) dx dy$$

Вычислить двойные интегралы G по области G , заданной границами

$$a) f(x, y) = xy, \quad G: \{y = 0, y = x, x = 1\},$$

$$б) f(x, y) = x + y^2, \quad G: \{y = x, y = x^2\}$$

$$f(x, y) = x - y, \quad G - \text{треугольник с вершинами } (1, 1), (4, 1), (4, 4).$$

С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$xy = 1, \quad x + y = 2,5, \quad y^2 = 2x + 1, \quad y^2 = -2x + 1$$

Тема 9. Случайные события. Случайные величины

Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся две девушки и двое юношей?

В одной группе Γ_1 студентов, из которых O_1 учатся на «отлично». В другой – Γ_2 студентов, из которых на «отлично» учатся O_2 . Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что оба учатся на «отлично»?

$$a) \Gamma_1=18; O_1=9; \Gamma_2=16; O_2=4$$

$$б) \Gamma_1=15; O_1=5; \Gamma_2=20; O_2=6.$$

В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?

По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачетная работа принадлежит студенту первой группы?

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,4. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит первому стрелку.

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

Вероятность, что малое предприятие станет банкротом в течение года равна 0,2. Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся два предприятия.

Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся более двух предприятий.

Построить функцию распределения, найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение исходных и полученных случайных величин.

Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из числа выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа возвращенных кредитов.

Случайные величины X и Y независимы и имеют один и тот же закон распределения.

Значение	1	2	4
Вероятность	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайных величин $Z=2X$ и $W=X+Y$. Найти их математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Контрольные работы

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Выполняются контрольная работа № 1 и расчетно-графическая работа по 5 задач в каждой и контрольная работа № 2 из 2 задач.

По выданному преподавателем номеру варианта задания с помощью таблицы вариантов, приведенной на следующей странице, определяются номера варианты входящих в задание задач.

Образец оформления титульного листа работы приведен в Приложении.

Сроки сдачи работ:

- контрольная № 1 – 8 неделя (до 25 марта);
- расчетно-графическая – 15 неделя (до 13 мая);
- контрольная № 2 – 17 неделя (до 27 мая).

Сроки зачета заданий (с учетом исправления ошибок):

- контрольная № 1 – 9 неделя (до 1 апреля);
- расчетно-графическая – 16 неделя (до 20 мая);
- контрольная № 2 – 18 неделя (до 1 июня).

Таблица вариантов

<i>Задача</i>	1	2	3	4	5	6
<i>№ варианта задания</i>	<i>Номера вариантов задач</i>					
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7

8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10
11	1	2	3	4	5	6
12	2	3	4	5	6	7
13	3	4	5	6	7	8
14	4	5	6	7	8	9
15	5	6	7	8	9	10
16	6	7	8	9	10	1
17	7	8	9	10	1	2
18	8	9	10	1	2	3
19	9	10	1	2	3	4
20	10	1	2	3	4	5
21	1	3	5	7	9	2
22	2	5	7	9	2	4
23	3	7	9	2	4	6
24	4	9	2	4	6	8
25	5	2	4	6	8	10
26	6	4	6	8	10	1
27	7	6	8	10	1	3
28	8	8	10	1	3	5
29	9	10	1	3	5	7
30	10	1	3	5	7	9
31	1	6	7	8	9	10
32	2	7	8	9	10	1

Контрольная работа №1

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице A

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8

$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

Задача 2. Найти ранг матрицы

$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10

Задача 3. Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$
Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Задача 4. Представить вектор \mathbf{x} в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$, если система векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ линейно независима. В случае линейной зависимости векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ заменить один из них на вектор \mathbf{x} так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x^1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x^1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$.
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x^1 = 0$.
Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x^1 = 0$.
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$.
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на 90° , а затем симметричное отображение относительно прямой $x^2 = 0$.
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x^1 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.

Расчетно-графическая работа

Задача 1. Вычислить пределы функций

Вариант 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

Вариант 6

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

Вариант 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

Вариант 7

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

Вариант 3

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}}$$

Вариант 8

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

Вариант 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$$

Вариант 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x} - 1}$$

Вариант 5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$$

Вариант 10

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{3}{x}}$$

Задача 2. Исследовать функцию и построить график.

Вариант 1

$$y = \frac{x^4}{4} + 2\sqrt{x}$$

Вариант 2

$$y = x^2 e^{-2x}$$

Вариант 3

$$y = \frac{x^2}{2} - x$$

Вариант 4

$$y = \frac{x}{4} - 2x^2$$

Вариант 5

$$y = x\sqrt{1+x}$$

Вариант 6

$$y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$$

Вариант 7

$$y = \sqrt{x}e^{-x}$$

Вариант 8

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1} + 2x^2$$

Вариант 9

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 2} - 2x^2$$

Вариант 10

$$y = x^2 + 2\sqrt{-x}$$

Задача 3. Найти неопределенный интеграл.

Вариант 1 $\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x \, dx$	Вариант 6 $\int \ln(3x+2) \, dx$
Вариант 2 $\int x \cdot \ln 3x \, dx$	Вариант 7 $\int x \cdot e^{2x-1} \, dx$
Вариант 3 $\int x^2 e^{-x} \, dx$	Вариант 8 $\int (x+2) \cdot \cos 3x \, dx$
Вариант 4 $\int \cos^3 2x \, dx$	Вариант 9 $\int \frac{x \, dx}{x^2 + 3x - 4}$
Вариант 5 $\int \ln^2 2x \, dx$	Вариант 10 $\int \sin^3 3x \, dx$

Задача 4. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми

Вариант 1 $y = \sqrt{1-x},$ $y = x+1, y = 0$	Вариант 2 $y = e^x, y = e^{x/2},$ $y = e^2$	Вариант 3 $xy = 1, y = 0,$ $x = 3, y = x^2$
---	--	--

Вариант 4 $y = x^2 + 2, x = 0,$ $y = 1 - x^2, x = 1$	Вариант 5 $y = 4/x^2, x = 1,$ $y = x - 1$	Вариант 6 $y = 2 - x^4,$ $y = x^2$
Вариант 7 $y = -x^2, y = 2e^x,$ $x = 0, x = 1$	Вариант 8 $y = \sin x, y = \cos x,$ $x = 0$	Вариант 9 $y = x^2,$ $y = 1 + 0.75x^2$
Вариант 10 $x = 0, x = 2, y = 2^x,$ $y = 2x - x^2$		

Задача 5. Исследовать функции на экстремум

Вариант 1 $z = x^3 y^2 (2 - x - y)$	Вариант 6 $z = x^2 y^3 (1 - x - y)$
Вариант 2 $z = x^3 y^2 (1 - x + y)$	Вариант 7 $z = x^2 y^2 (1 - 2x - y)$
Вариант 3 $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 + y)$	Вариант 8 $z = e^{\frac{y}{2}} (x^2 - y)$
Вариант 4 $z = e^x (y^2 - 2x)$	Вариант 9 $z = e^x (y^2 + 2x)$
Вариант 5 $z = xy - \ln(x + y)$	Вариант 10 $z = -xy - \ln(x - y)$

Контрольная работа № 2

Задача 1. В одном сосуде находятся B_1 белых и $Ч_1$ черных шаров. Во втором – B_2 белых и $Ч_2$ черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго.

Вариант		
1	$B_1=7; Ч_1=6;$ $B_2=5; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
2	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
3	$B_1=6; Ч_1=5;$ $B_2=7; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
4	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
5	$B_1=5; Ч_1=6;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

6	B1=5; Ч1=9; B2=7; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
7	B1=5; Ч1=7; B2=6; Ч2=9	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
8	B1=5; Ч1=7; B2=9; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
9	B1=4; Ч1=8; B2=9; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
10	B1=8; Ч1=4; B2=6; Ч2=9	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

Задача 2. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y) задан таблицей:

X \ Y	0	1	2	3
	0	1	2	3
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,2	0,16	0,1
1	0,05	0,1	0,15	0,05

Найти условные законы распределения:

Вариант	
1	случайной величины X при условии Y=0 и случайной величины Y при условии X=-1
2	случайной величины X при условии Y=0 и случайной величины Y при условии X=0
3	случайной величины X при условии Y=0 и случайной величины Y при условии X=1
4	случайной величины X при условии Y=1 и случайной величины Y при условии X=1
5	случайной величины X при условии Y=1 и случайной величины Y при условии X=0
6	случайной величины X при условии Y=1 и случайной величины Y при условии X=-1
7	случайной величины X при условии Y=2 и случайной величины Y при условии X=-1
8	случайной величины X при условии Y=3 и случайной величины Y при условии X=0
9	случайной величины X при условии Y=2 и случайной величины Y при условии X=1
10	случайной величины X при условии Y=3 и случайной величины Y при условии X=1

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
-----------------	--------------------------	--------------------------------	---

ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-1.2	Способность демонстрировать применение знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладных профессиональных задач
-------	---	---------	--

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-1.2 Способность демонстрировать применение знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладных профессиональных задач	Выбор методологии и инструментов Определяет методы решения прикладной профессиональной задачи Поиск информации на основе знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа Оценивает возможности применения знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладной профессиональной задачи	Определены методы решения прикладной профессиональной задачи Оценены возможности применения знаний в области социальных, гуманитарных и экономических наук, информатики и математического анализа для решения прикладной профессиональной задачи

4.3.2. Типовые оценочные средства

Вопросы к зачету

- 1 Матрицы и основные операции над ними.
- 2 Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
- 3 Умножение матриц.
- 4 Определители матриц второго и третьего порядка.

- 5 Обратная матрица и ее нахождение.
- 6 Свойства определителей.
- 7 Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
- 8 Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
- 9 Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
- 10 Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
- 11 Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
- 12 Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений.
- 13 Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
- 14 Линейное пространство.
- 15 Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
- 16 Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
- 17 Линейные преобразования. Свойства.
- 18 Нахождение матрицы линейного преобразования.
- 19 Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
- 20 Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
- 21 Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные свойства функций.
- 22 Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
- 23 Предел функции в бесконечности и в точке.
- 24 Непрерывность функции действительной переменной в точке и на отрезке.
- 25 Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 26 Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала.
- 27 Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
- 28 Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
- 29 Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
- 30 Нахождение асимптот функции.
- 31 Уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
- 32 Первообразная функции и неопределенный интеграл.
- 33 Свойства неопределенного интеграла.
- 34 Понятие определенного интеграла. Свойства и геометрическая интерпретация определенного интеграла.
- 35 Формула Ньютона-Лейбница.
- 36 Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
- 37 Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
- 38 Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
- 39 Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
- 40 Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда.
- 41 Ряды Тейлора и Маклорена.
- 42 Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.

- 43 Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
- 44 Производная по направлению, градиент функции.
- 45 Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
- 46 Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
- 47 Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных событий.
- 48 Основные формулы для вычисления вероятностей.
- 49 Независимые и зависимые события. Условная вероятность.
- 50 Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
- 51 Формула Бернулли.
- 52 Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 53 Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
- 54 Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
- 55 Основные законы распределения случайных величин: равномерное, Бернулли, Пуассона, экспоненциальное.
- 56 Функция распределения и плотность двумерной случайной величины.
- 57 Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения.
- 58 Числовые характеристики двумерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции.

Шкала оценивания.

Выполнение всех заданий текущего контроля является обязательным для всех обучающихся.

Критерии оценки:

Оценка	Критерий оценки
«зачтено»	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний по дисциплинам, включенным в государственный экзамен, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
«не зачтено»	Обучающийся показывает слабые знания лекционного материала, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по самостоятельной подготовке к занятиям лекционного, практического (семинарского) типа:

Подготовка к занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования преподавателя. Обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с Интернет-источниками (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Вопросы для самостоятельной подготовки (самопроверки):

1. Матрицы. Операции над матрицами.
2. Понятие определителя. Свойства определителей.
3. Критерий обратимости матрицы.
4. Определение линейного пространства. Примеры. Следствия из аксиом.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, их свойства.
6. Конечномерные линейные пространства.
7. Координаты вектора в базисе. Замена базиса.
8. Подпространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.
11. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
12. Свойства ранга матрицы.
13. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение совместной системы линейных уравнений.
14. Пространство решений однородной системы линейных уравнений.
15. Линейные отображения и операторы. Теорема существования и единственности.
16. Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора.
17. Изменение матрицы линейного отображения при замене базиса.
18. Образ и ядро линейного отображения.
19. Действия над линейными отображениями.
20. Характеристический многочлен.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы простой структуры.
22. Евклидовы пространства. Аксиомы, примеры, следствия из аксиом.
23. Длины векторов и углы между векторами.
24. Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации.
25. Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.
26. Самосопряженные операторы.
27. Квадратичные формы. Матричное представление. Замена переменных.
28. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа.
29. Приведение вещественных квадратичных форм к главным осям.

30. Знакоопределенные квадратичные формы.

Методические указания по подготовке докладов:

Подготовка обучающихся к опросу предполагает изучение в соответствии тематикой дисциплины основной/ дополнительной литературы, нормативных документов, интернет-ресурсов.

Обучающийся готовит доклад в форме устного сообщения по теме дисциплины.

Предлагается следующая структура доклада:

1. Введение:

- указывается тема и цель доклада;
- обозначается проблемное поле, тематические разделы доклада.

2. Основное содержание доклада:

- последовательно раскрываются тематические разделы доклада.

3. Заключение:

- приводятся основные результаты и суждения автора по поводу путей возможного решения рассмотренной проблемы, которые могут быть оформлены в виде рекомендаций.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

- 1 Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики - М. : Юрайт, 2011 - 656 с.
- 2 Математика в экономике / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов, И. Г. Шандра - М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2011 - 575 с.
- 3 Шапкин А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию - М.: Дашков и К, 2015 - <http://www.iprbookshop.ru.ezproxy.ranepa.ru:3561/5103> — ЭБС «IPRbooks»

6.2. Дополнительная литература

- 1 Березина Н.А. Высшая математика // Саратов: Научная книга - <http://www.iprbookshop.ru.ezproxy.ranepa.ru:3561/8233> — ЭБС «IPRbooks»
- 2 Дюженкова Л.И. Практикум по высшей математике // М.: БИНОМ. Лаборатория знаний - <http://www.iprbookshop.ru.ezproxy.ranepa.ru:3561/6524>.— ЭБС «IPRbooks»

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Агапов, В. С. Социально-психологические детерминанты креативной компетентности студентов : монография / Агапов, Валерий Сергеевич, Давлетова, Рада Уеловна. - М. : Макеев Игорь Вячеславович, 2016. - 163 с.
2. Модель позиционного обучения студентов [Электронный ресурс]: теоретические основы и методические рекомендации/ И.Б. Шиян [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский городской педагогический университет, 2012.— 152 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru.ezproxy.ranepa.ru:3561/27375.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Образовательные инновации и практики карьеры : сборник методических материалов и статей / РАНХиГС при Президенте РФ. - М. : Дело, 2015. - 192 с.
4. Психология адаптации и социальная среда. Современные подходы, проблемы, перспективы [Электронный ресурс]/ Л.Г. Дикая [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Пер Сэ, 2007.— 624 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru.ezproxy.ranepa.ru:3561/7431.html>.— ЭБС «IPRbooks»

5. Социально-психологические аспекты формирования культуры самообучающейся организации / А. Я. Николаев [и др.] // Вопросы психологии. - 2014. - № 6. - С. 44-52.

6.4. Нормативные правовые документы

1. Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации до 2020 года. (Утв. распоряжением Правительства РФ от 8 декабря 2011 г. N 2227-р).

6.5. Интернет-ресурсы

1. Центральная библиотека образовательных ресурсов. Режим доступа: <http://www.edulib.ru/>
2. Сводный каталог электронных библиотек. Режим доступа: <http://www.lib.msu.ru/journal/Unilib/main.htm>
3. Базы данных ИНИОН. Режим доступа: <http://www.inion.ru/product/db.htm>
4. Библиотека образовательного портала «Экономика, социология, менеджмент». Режим доступа: <http://ecsocman.edu.ru/>
5. Библиотека федерального портала «Российское образование». Режим доступа: <http://www.edu.ru/>
6. Библиотека учебной и научной литературы русского гуманитарного интернет университета. Режим доступа: <http://www.i-u.ru/biblio/default.aspx>

6.6. Иные источники

- 1 Винс Р. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров - М. : АЛЬПИНА Паблишер, 2012. – 408 с.
- 2 Малинецкий Г.Г., Посашков С.А., Капелько О.Н. ОБРАЗОВАНИЕ—НАУКА—ГОСУДАРСТВО. ПРОБЛЕМЫ И НАДЕЖДЫ Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2013. № 4. С. 3-29. - ЭБС elibrary <http://elibrary.ru/item.asp?id=21063062>
- 3 Нариньяни А. С. Математика XXI - радикальная смена парадигмы. Модель, а не Алгоритм Вопросы философии. - 2011. - № 1. - С. 71-82.
- 4 Солодовников А. С. Математика в экономике : учебник : рекомендовано М-вом образования РФ для студентов экономических специальностей вузов. Ч. 2 : Математический анализ - М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2011. – 556 с.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 10 LTSB 1607, Microsoft Office Professional 2016.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: <http://lib.ranepa.ru/>; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>; Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru; Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru; Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru; Электронная библиотека Grebennikon. URL: <http://grebennikon.ru/>; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: <http://e.lanbook.com>; Электронно-библиотечная система ЮПАЙТ. URL: <http://www.biblio-online.ru/>.