

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Экономический факультет
Кафедра эконометрики и математической экономики

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры эконометрики и
математической экономики

Протокол от «___» _____ 201_ г.

№ _____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.Б.15 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(индекс и наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

по направлению подготовки
38.03.05 Бизнес-информатика
(код и наименование направления подготовки)

Бизнес-аналитика
направленность (профиль)

Бакалавр
квалификация выпускника

Очная
форма обучения

набор 2018 г

Москва, 2017 г.

Автор—составитель:

к.пед.н., доцент

(ученое звание, ученая степень, должность)

Соломатина Т. Б.

(Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой эконометрики и математической экономики

(наименование кафедры)

к.ф.-м.н., доцент

(ученая степень и(или) ученое звание)

Носко В. П.

(Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ
(НУЖНО УКАЗАТЬ СВОИ СТРАНИЦЫ)

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....с.
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....
.с.
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).....
с....
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....
с.
- 6.1. Основная литература.....
- 6.2. Дополнительная литература.....
- 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....
- 6.4. Нормативные правовые документы.....
- 6.5. Интернет-ресурсы.....
- 6.6. Иные источники.....
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК-17		17.2	способности к использованию математических методов и основ математического моделирования при решении профессиональных задач; развитие у будущих специалистов математического мышления и математической культуры.

Менеджер продуктов в области информационных технологий. Приказ Минтруда России от 20.11.2014 N 915н (Зарегистрировано в Минюсте России 18.12.2014 N 35273)

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
С - Управление серией продуктов и группой их менеджеров. Заказ и анализ результатов технологических исследований в интересах серии продуктов (С/01.6) Разработка бизнес-планов, ценовой политики и стратегии развития серии продуктов (С/02.6) Заключение партнерских соглашений и развитие отношений с партнерами (С/01.3) Управление бюджетом серии продуктов (С/01.4) Управление группой менеджеров продуктов (С/01.5) Продвижение продуктов(С/016) Заказ и контроль выполнения программы проектов по созданию, развитию, выводу на рынок и продажам продуктов серии (С/01.7) Управление патентами на технологии, создаваемые в рамках продуктов (С/01.8)	17.3	на уровне знаний: Знает иметь представление о множестве решаемых задач, , -
		на уровне умений : Умеет - знать основные способы их решения
		на уровне навыков: владеет владеть методами постановки подобных задач.

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Разработка предложений по приобретению и продаже технологических, продуктовых и прочих интеллектуальных активов и организаций (С/01.9)		

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» имеет индекс Б1.Б.15, объем . 108 академических часов, 3 з.е., изучается на 1 курсе в 2 семестре в соответствии с учебным планом. Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем - 36 часов, на самостоятельную работу обучающихся – 72 часов; форма промежуточной аттестации – зачет.

Для изучения данной дисциплины необходимы знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Наименования последующих учебных дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика»,

Наименования последующих учебных дисциплин: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрика».

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости ⁴ , промежуточн ой аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Очная форма обучения								
Раздел 1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	64	10	2	10		42	КР
Раздел2	Разностные уравнения	44	8	2	4		30	КР
	Промежуточная аттестация			-	-			зачет
	Всего по дисциплине	108	18	4	14		72	

** – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР), коллоквиум (К), эссе (Э), реферат (Р), диспут (Д) и др.

Содержание дисциплины (модуля)

Указывается название темы. Содержание темы, основные вопросы и положения раскрывающие содержание темы.

Раздел I. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ). ДУ первого порядка, его решения. Частные и общие решения. Интегральные кривые. Задача Коши для ДУ

первого порядка. Теорема Коши о существовании и единственности решения ДУ (без доказательства).

Тема 2. Решение ДУ первого порядка: с разделяющимися переменными, однородных, линейных, Бернулли. Геометрическая интерпретация решения ДУ. Поле направлений. Изоклины. Геометрическое решение ДУ с помощью изоклин. Особые точки и особые решения ДУ первого порядка.

Тема 3. Дифференциальные уравнения n -го порядка, однородные и неоднородные. Теорема о существовании и единственности решения. Теорема о структуре общего решения ОЛДУ. Понижение порядка ОЛДУ (при известном частном решении).

Тема 4. Однородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение ОЛДУ. Построение общего решения по корням характеристического уравнения (вывод только для $n=2$). Неоднородные линейные ДУ (НЛДУ). Структура общего решения НЛДУ. Теорема о наложении частных решений. Метод Лагранжа вариации постоянных. Структура частного решения НЛДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Раздел II. Разностные уравнения

Тема 5. Линейные разностные уравнения 1 порядка. Решение линейных однородных разностных уравнений 1 порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 6. Линейные уравнения n порядка. Линейные однородные разностные уравнения n порядка с постоянными коэффициентами.

Практические занятия

1. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

$$(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\sqrt{1-y^2}dx - ydy = 0$$

$$e^{-y}(1+y') = 1.$$

2. Найти частные решения дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях:

$$(1+y^2)dx = xydy \quad y_0 = 1, x = 2;$$

$$x^2(2yy' - 1) = 1 \quad y_0 = 0, x_0 = 1.$$

3. Найти общие решения однородных дифференциальных уравнений:

$$y' = \frac{x+y}{x-y}$$

$$y' = \frac{x^2 + y^2}{2x^2}$$

$$xy - x^2y' = y^2.$$

4. Найти общие решения линейных дифференциальных уравнений:

$$y' = x + y$$

$$y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$$

$$xy' + y = \ln x + 1$$

$$y' + \frac{y}{x+1} = x^2$$

$$y' = \frac{1}{2x - y^2}.$$

5. Найти решение уравнения Бернулли $y' + y = xy^3$.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

4.1.1. В ходе реализации дисциплины . используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся: при проведении занятий лекционного типа: беседа (диалог) с обучающимися, при проведении занятий семинарского типа: контрольная работа

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Контрольная работа 1.
Тема 2	Беседа (диалог)

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Приводятся методические материалы, обеспечивающие оценивание знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

4.2.1. Материалы текущего контроля успеваемости

В течение семестра выполняется 1 контрольная работа. Результаты выполнения работы являются основанием для выставления оценок текущего контроля. Выполнение всех работ является обязательным для всех студентов. Обучающиеся не выполнившие в полном объеме все эти работы, не допускаются к сдаче зачета, как не выполнившие график учебного процесса по данной дисциплине.

После изучения темы "Обыкновенные дифференциальные уравнения" проводится контрольная работа. Она содержит 4 задания:

- 1) проинтегрировать дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными
- 2) решить задачу Коши для дифференциального уравнения 1 порядка
- 3) проинтегрировать дифференциальное уравнение, допускающее понижение порядка производной
- 4) решить задачу Коши для дифференциального уравнения II порядка

Положительная оценка за выполненную работу является «допуском» к зачету.

Вариант1.

1) $xydy = (1 + y^2)dx$

2) $x^2 y' + y^3 = 0$ $y(\frac{1}{2}) = 1$

3) $y'' + 2y' - 3y = 0$ $y(0) = 1$
 $y'(0) = 5$

4) $y'' = 12x - 2$ $y(1) = 4$
 $y'(1) = 2$

Вариант2.

1) $(x+1)dy = e^{-2y}dx$

2) $2\sqrt{x}y' = y$ $y(4) = 1$

3) $y'' - 5y' + 4y = 0$ $y(0) = 5$
 $y'(0) = 8$

4) $y'' = 12x + 4$ $y(1) = 1$
 $y'(1) = 4$

Вариант3.

1) $(x+1)dy = (y^2 + 1)dx$

2) $(1 + x^2)y' - xy = 0$ $y(0) = e$

3) $y'' + 4y' = 0$ $y(0) = 7$
 $y'(0) = 4$

4) $y'' = 6x + 2$ $y(1) = 3$
 $y'(1) = 4$

Вариант4.

1) $(2x+3)y' + y^2 = 0$

2) $y' = (y-3)e^{3x}$ $y(0) = 4$

3) $y'' + 9y = 0$ $y(0) = -2$
 $y'(0) = 3$

4) $y'' = 6x - 8$ $y(2) = 12$
 $y'(2) = 5$

Вариант 5.

1) $x^2 y' + y^3 = 0$ $y(\frac{1}{2}) = 1$

2) $xy \partial y = (1 + y^2) dx$

3) $y'' = 12x - 2$ $y(1) = 4$

$y'(1) = 2$

4) $y'' + 2y' - 3y = 0$ $x = 0 \quad y = 1$

$x = 0 \quad y = 5$

Вариант 6.

1) $2\sqrt{x} \partial y = y dx$ $x = 4$

$y = 1$

2) $(x + 1) \partial y = e^{-2y} \partial x$

3) $y'' = 12x + 4$ $x = 1$

$y = 1$

$y' = 4$

4) $y'' - 5y' + 4y = 0$ $y(0) = 1$

$y'(0) = 8$

Вариант 7.

1) $(1 + x^2) y' - xy = 0$ $x = 0$

$y = e$

2) $(x + 1) \frac{dy}{dx} = y^2 + 1$

3) $y'' = 6x + 2$ $x = 1$

$y = 3$

$y' = 4$

4) $y'' - 4y' = 0$ $y(0) = 7$

$y'(0) = 4$

Вариант 8.

$$1) \quad y' = (y - 3)e^{3x} \quad x = 0$$

$$y = 4$$

$$2) \quad (2x + 3)\partial y + y^2 \partial x = 0$$

$$3) \quad y'' + 8 = 6x \quad x = 2$$

$$y = 12$$

$$y' = 5$$

$$4) \quad y'' + 9y = 0 \quad y(0) = -2$$

$$y'(0) = 3$$

Шкала оценивания текущего контроля.

10-бальная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/ «Не зачтено»	Определение
10	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, знакомство с дополнительной литературой, полный и правильный ответ, творческий подход в понимании и изложении учебного материала, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
9	Отлично	Зачтено	Полные, глубокие и систематические знания, полный и правильный ответ, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
8	Отлично	Зачтено	Полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, полное выполнение мероприятий текущего контроля.
7	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля.
6	Хорошо	Зачтено	Достаточно полные и систематические знания, отсутствие существенных неточностей в ответе, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля и при ответе.
4	Удовлетворительно	Зачтено	Знание основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы и работы, имеются погрешности при выполнении мероприятий промежуточного контроля и при ответе.

10-бальная шкала	Традиционная шкала	«Зачтено»/ «Не зачтено»	Определение
3	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются существенные погрешности при выполнении мероприятий текущего контроля, допущены существенные ошибки при ответе, необходима некоторая дополнительная работа.
2	Неудовлетворительно	Не зачтено	Имеются пробелы в знаниях по значительной части учебного материала, допущены существенные ошибки при ответе, необходима значительная дополнительная учебная работа.
1	Неудовлетворительно	Не зачтено	Не выполнены предусмотренные программой задания, не отработаны практические или лабораторные занятия, необходимы дополнительные занятия по соответствующей дисциплине.
0	Неудовлетворительно	Не зачтено	Нарушение академических норм (плагиат и т.п.)

4.3. Формы, методы (средства) промежуточной аттестации.

4.3.1. Для контроля усвоения данной дисциплины учебным планом предусмотрен *зачет (в соответствии с учебным планом)*, который проводится в устной форме. Оценка за зачет является итоговой по дисциплине и проставляется в приложение к диплому. Пересдача зачета (в случае получения студентом оценки "незачтено") осуществляется в установленном порядке. Задания содержат вопросы, в которых необходимо использовать теоретические знания и практическое задание, демонстрирующие способность ... к использованию математических методов и основ математического моделирования при решении профессиональных задач; развитие у будущих специалистов математического мышления и математической культуры. На зачет выносятся основные вопросы, рассматриваемые в рамках всего курса. Основой для определения оценки на зачете служит объем и уровень усвоения студентами материала, предусмотренного программой данного курса и подведения итогов по результатам выполнения заданий текущего контроля успеваемости.

4.3.2. Оценочные средства промежуточной аттестации.

Список вопросов для подготовки к зачету.

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Модели макроэкономической динамики Харрода-Домара и Р. Солоу.
2. Дать основные определения: собственно дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
3. Виды дифференциального уравнения первого порядка. Случаи их использования.
4. Уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной. Геометрический смысл уравнения и его решения. Общее и частное решения. Метод изоклин.
5. Уравнение с разделяющимися переменными. Способ решения.
6. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Сформулировать теорему существования и единственности решения задачи Коши.
7. Линейные уравнения первого порядка.
8. Однородные дифференциальные уравнения 1 порядка
9. Нахождение решения ЛДУ методом вариации произвольной постоянной (Лагранжа). Структура общего решения ЛДУ.
10. Метод Бернулли нахождения общего решения ЛДУ. Уравнение Бернулли.
11. Дифференциальные уравнения высших порядков. Простейшее уравнение n -го порядка, допускающее n -кратное интегрирование. Количество произвольных постоянных и их роль в решении.

12. Уравнения, допускающие понижение порядка: не содержащие искомую функцию в явном виде и не содержащие независимую переменную в явном виде.
13. Линейные уравнения n -го порядка: однородные и неоднородные (определения и вид).
14. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение общего решения при различных корнях характеристического уравнения
15. Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Структура общего решения. Отыскание частного решения по виду правой части.
16. Нахождение общего решения дифференциального уравнения n -го порядка методом вариации произвольной постоянной.
17. Понятие разностного уравнения. Понятие решения разностного уравнения.
18. Линейное разностное уравнение 1 порядка. Частное и общее решение уравнения.
19. Линейное однородное разностное уравнение P порядка с постоянными коэффициентами.
20. Линейное неоднородное разностное уравнение P порядка с постоянными коэффициентами.

4.4. Методические материалы по проведению промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с графиком учебного процесса с учетом проведения мониторинга уровня освоения компетенции по результатам выполнения самостоятельных заданий и контрольных работ. Оценивание осуществляется в соответствии со шкалой оценивания. Студентам, не выполнившим домашние задания и (или) контрольные работы, по уважительным причинам, предоставляется возможность их выполнения и сдачи.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа проводится:

1. В процессе аудиторных занятий - на лекциях, семинарах, во время выполнения контрольных, самостоятельных работ.
2. На консультациях по учебным вопросам, при выполнении индивидуальных заданий.
3. В библиотеке, дома.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов:

1. работа с учебной литературой;
2. выполнение домашних заданий: решение примеров и задач;
3. изучение и осмысление лекционного материала;
4. выполнение индивидуальных заданий по решению примеров и задач повышенной трудности;
5. работа по исправлению ошибок в самостоятельных, контрольных работах;
6. подготовка к коллоквиумам, зачетам, экзаменам.

Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины: Изучение конспекта лекции в тот же день после лекции – 10-15 минут. Повторение лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут. Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю. Подготовка к практическому занятию – 1 час. Тогда общие затраты времени на освоение курса студентами составят около 2,5 часа в неделю. При подготовке к нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий структурного программирования, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

При выполнении домашних заданий и подготовке к контрольной работе необходимо сначала прочитать теорию и изучить примеры по каждой теме. Решая конкретную задачу, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать, наметить общую схему решения. Если задача решается «по образцу» рассмотренного на практическом занятии

или в методическом пособии примера, то желательно после этого обдумать процесс решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно. Контрольная работа оформляется в соответствии с установленными требованиями

В течении курса преподаватель вправе предлагать студентам дополнительные задания повышенной сложности для начисления дополнительных баллов. Правила выполнения данных заданий и начисления баллов объявляются преподавателем индивидуально для каждого задания повышенной сложности.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

6.1 Основная литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов гриф МО / под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010.
2. Высшая математика для экономистов: Практикум для студентов / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. (Золотой фонд российских учебников).

6.2. Дополнительная литература

1. Геворкян П. С. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения./ Электронный ресурс. - Москва: Физматлит, 2007.
2. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата. Учебник и практикум 4-е изд., перераб. и доп./Электронный ресурс. - Москва: ЮРАЙТ, 2008.
3. Софус Ли и др. Дифференциальные уравнения с фундаментальными решениями. – М.: Аتكнига, 2006.
4. Треногин В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Учебник для вузов/ Электронный ресурс. - Москва: Физматлит, 2008.
5. Шипачев В. С. Высшая математика: базовый курс. 8-е изд. Учебное пособие для вузов/ Электронный ресурс.- Москва: ЮРАЙТ, 2008.

6.3 Интернет-ресурсы, справочные системы.

6.4. Нормативные правовые документы.

1. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 13.07.2015) "Об образовании в Российской Федерации" (с изм. и доп.).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика (квалификация (степень) «бакалавр»), утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «11» августа 2016 г. № 1002.
3. Нормативно-методические документы Минобрнауки России.
4. Устав Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ».

7. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины (модуля)

Для реализации данной дисциплины (модуля), необходимы специализированные компьютерные аудитории для проведения всех видов контактной и самостоятельной работы. Аудитории должны быть оборудованы компьютерами в соответствии с минимальными техническими требованиями разработчиков программного обеспечения компании AnyLogic. Количество рабочих мест обучаемых должно быть не менее количества студентов в учебной группе. При использовании виртуальных машин должен быть единый защищенный сетевой ресурс, на котором обучаемые смогут сохранять результаты своей работы. В обязательном порядке в аудитории должна присутствовать проекционная аппаратура, обеспечивающая как показ презентаций по теме занятий, так и демонстрацию работы преподавателя в среде разработки в реальном режиме времени. Оборудование класса должно обеспечивать выход преподавателя и обучаемых в глобальную сеть Интернет для выполнения учебных занятий. К обязательному

программному обеспечению для поддержки образовательного процесса необходимо отнести:
Пакет AnyLogic Personal Learning E