

## АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.04.01 Математический анализ

**Автор: Федорова Марина Александровна**

**Код и наименование направления подготовки, профиля: 38.03.01 Экономика, Экономика в топливно-энергетическом комплексе**

**Квалификация (степень) выпускника: бакалавр**

**Форма обучения: очная**

#### **Цель освоения дисциплины:**

Основной целью образования по дисциплине «Математический анализ» является формирование у студентов фундаментальных знаний в следующих областях:

- множества, отображения, функции и операции предельного перехода;
- понятия непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости;
- многомерные пространства и функции нескольких переменных;
- числовые и функциональные ряды;
- методы дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных.

#### **План курса:**

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
<b>Тема 1</b>	Множества и их отображения. Множество действительных чисел	Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства. Множество действительных чисел. Верхние и нижние грани. Предельные точки.	<b>Осн.[1] глава 1. Осн.[4] раздел 1. Доп.[1] главы 1 и 2.</b>
<b>Тема 2</b>	Предел последовательности, предел функции	Предел последовательности, предел функции. Бесконечно малые последовательности и функции. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ . Предел монотонной ограниченной функции. Число $e$ . Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Понятие о числовом ряде и о его сходимости.	<b>Осн.[1] главы 2 и 3. Осн.[4] раздел 1. Доп.[1] главы 3 - 6</b>
<b>Тема 3</b>	Непрерывность функции	Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Асимптотические формулы. Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции. Ограниченность непрерывной на отрезке функции. <i>Равномерная непрерывность.</i>	<b>Осн.[1] глава 4. Осн.[4] раздел 1 Доп.[1] главы 7 - 9</b>

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
		<i>Теорема Кантора.</i>	
<b>Тема 4</b>	Производная и дифференциал	Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Предельные величины. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность и её свойства	<b>Осн.[1] глава 5. Осн.[4] раздел 2. Доп.[1] главы 10 - 12</b>
<b>Тема 5</b>	Основные теоремы дифференциального исчисления. Исследование свойств функций и построение их графиков	Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Разложения функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x), (1+x)^\mu$ . Правила Лопиталя. Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость графика функции. <i>Функции спроса Торнквиста. Функция полезности. Закон убывающей предельной полезности</i> .	<b>Осн.[1] глава 5. Осн.[4] раздел 2. Доп.[1] главы 13 - 17</b>
<b>Тема 6</b>	Функции нескольких переменных и их экстремумы.	Пространство $\mathbb{R}^n$ . Открытые, замкнутые, компактные множества в $\mathbb{R}^n$ . Функции и отображения, их пределы и непрерывность. <i>Функции Кобба-Дугласа.</i> Дифференцируемость функции многих переменных, Частные производные. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость. Производная по направлению, Градиент. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана. Производные высших порядков. Свойства производственной функции. Дифференциалы высших порядков. Гессиан. Формулы Тейлора для функции нескольких переменных. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные условия существования экстремума. <i>Метод наименьших квадратов обработки данных.</i>	<b>Осн.[1] главы 13 и 14. Осн.[4] раздел 6. Доп.[1] главы 18 - 20</b>

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
<b>Тема 7</b>	Неявная функция. Условный экстремум	<p>Неявная функция. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции, определяемой уравнением. Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции <math>y = f(x_1, \dots, x_n)</math> определяемой уравнением. Формулировка теоремы о неявных функциях, определяемых системой уравнений.</p> <p>Условный экстремум. Необходимые условия. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймлённый гессиан.</p>	<b>Осн.[1] глава 14. Осн.[4] раздел 6Доп.[1] главы 21 - 22</b>
<b>Тема 8</b>	Неопределённый интеграл	<p>Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций.</p>	<b>Осн.[1] глава 6. Осн.[4] раздел 3. Доп.[1] глава 25</b>
<b>Тема 9</b>	Определённый интеграл. Приложения определённого интеграла	<p>Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.</p> <p>Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Интегрируемость ограниченной монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость кусочно-непрерывной функции.</p> <p>Свойства определённого интеграла: интеграл- аддитивная функция отрезка, интеграл – линейный функционал, сохранение неравенств при интегрировании, Интегрируемость модуля интегрируемой функции. Теоремы о среднем значении.</p> <p>Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в</p>	<b>Осн.[1] главы 7 и 8. Осн.[4] раздел 4. Доп.[1] главы 23,24,26</b>

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
		<p>полярных координатах; <i>длина дуги</i>; объём пространственного тела (принцип Кавальери); <i>площадь поверхности вращения</i>.</p> <p><i>Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции; коэффициент Джини; дисконтированный доход.</i></p>	
<b>Тема 10</b>	Несобственный интеграл	<p>Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования. Несобственный интеграл от неограниченных функций. Критерий Коши. Обобщение понятия площади. Сходимость и расходимость интегралов</p> $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, p > 0,$ $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}.$ <p>Замена переменной, интегрирование по частям, несобственный интеграл с переменным верхним пределом. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости.</p>	<p><b>Осн.[1]</b> <b>глава 9.</b> <b>Осн.[4]</b> <b>раздел 4.Доп.[1]</b> <b>глава 27</b></p>
<b>Тема 11</b>	Кратные интегралы	<p>Двойной интеграл, его свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. <i>Несобственный двойной интеграл. Нормальное распределение; плотность; вычисление моментов одномерного нормального распределения. Нормальное распределение на плоскости; вычисление моментов.</i> Тройной интеграл, его свойства. <i>Интегралы в n-мерном пространстве. Многомерное нормальное распределение, его моменты.</i></p>	<p><b>Осн.[1]</b> <b>глава 19.</b> <b>Осн.[4]</b> <b>раздел 8.Доп.[1]</b> <b>главы 28,29,31</b></p>
<b>Тема 12</b>	Числовые ряды	<p>Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Признак Гаусса(без доказательства). Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши. Знакопеременные ряды. Признак</p>	<p><b>Осн.[1]</b> <b>глава 15.</b> <b>Осн.[4]</b> <b>раздел 5.</b> <b>Доп.[1]</b> <b>главы 33-37</b></p>

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
		Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства). Абсолютная сходимость ряда. Условная сходимость ряда. Перестановки членов ряда.	
<b>Тема13</b>	Функциональные последовательности и ряды	<p>Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.</p> <p>Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.</p> <p>Ряд Тейлора. Разложения основных элементарных функций.</p> <p>Ряд Фурье. Ортонормированные системы функций. <i>Теорема о сходимости ряда Фурье</i>. Примеры разложений в ряд Фурье.</p>	<b>Осн.[1] главы 16 и 18. Осн.[4] раздел 5. Доп.[1] главы 38-43</b>
<b>Тема 14</b>	Интегралы, зависящие от параметра	<p>Собственные интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Дифференцирование под знаком интеграла. Случай, когда пределы интегрирования зависят от <math>u</math>; пример. Интегрирование под знаком собственного интеграла.</p> <p>Несобственные интегралы с параметром. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса. <i>Признаки Абеля и Дирихле</i>. Несобственные интегралы по ограниченному промежутку, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра. Дифференцирование под знаком интеграла. Правило Лейбница. Интегрирование под знаком интеграла. <i>Вычисление моментов случайной величины с нормальным распределением методом дифференцирования по параметру</i></p>	<b>Осн.[1] глава 17. Осн.[4] раздел 7. Доп.[1] главы 30,44-47,48</b>
<b>Тема 15</b>	Дифференциальные уравнения	<p>Уравнения первого порядка. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения.</p>	<b>Осн.[5] главы 1-6., Осн.[6]</b>

№ пп	Название темы	Основные вопросы и положения, раскрывающие содержание темы	Литература
		<p>Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения порядка выше первого. Понижение порядка уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Принцип суперпозиции решений. Уравнения с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.</p>	
<b>Тема 16</b>	Разностные уравнения	Основные определения. Структура решений рекуррентных уравнений.	<b>Доп.[4]</b>

#### **Основная литература.**

1. Лекции по математическому анализу. Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков.-М. 2004.-640с.
2. Математический анализ. В.А. Ильин, В.А.Садовничий, Б.Х. Сендов ч.1и2.- Изд-во МГУ, М. : 1985.- 662с, 1987.- 358с.
3. Основы математического анализа. Г.М. Фихтенгольц. Т.1.-Лань.-Спб.-2008.- 461с.,Т.2.-Лань 2015.-Спб.-448с.
4. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.. Б.П.Демидович.- Астрель.-М.:2003.-559 с.
5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004
6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.-М.:2000