

# **АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)/ПРАКТИКИ**

## **Б1.О.01 Основы математического анализа**

*наименование дисциплин (модуля)/практики*

**Автор:** к.п.н., М.А. Федорова

**Код и наименование направления подготовки, профиля:**

41.03.05 Международные отношения

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр международных отношений

**Форма обучения:** очная

**Цель освоения дисциплины:** Сформировать представление о месте математики в современной системе научного знания, познакомить с основными особенностями математического знания: логической обоснованностью, единством абстрактного и конкретного, универсальностью и пр., показать необходимость и эффективность применения математических методов в современной экономике и других социальных науках; создать необходимую базу для последующего самостоятельного практического использования математических моделей и методов в экономике и управлении.

**План курса:**

### **Содержание дисциплины (модуля)**

#### **Тема 1. Элементы теории множеств. Комплексные числа.**

Общее понятие множества. Свойства числовых множеств. Понятие окрестности точки. Операции над множествами. Пересечение множеств. Объединение множеств. Дополнение. Разность множеств.

Комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение комплексного числа в натуральную степень. Формула Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа.

#### **Тема 2. Функции одной переменной. Применение функций в экономике.**

Функциональная зависимость. Понятие функции. Способы задания функций. Основные свойства функций. Четность и нечетность. Монотонность. Ограниченность. Периодичность. Графики основных элементарных функций. Обратная функция. Сложная функция.

Применение функций в экономике. Функция полезности. Производственная функция. Функция выпуска. Функция издержек. Функции спроса и предложения. Кривые безразличия. Линия бюджетного ограничения. Интерполирование функций.

#### **Тема 3. Числовая последовательность и ее предел.**

Числовая последовательность. Свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Геометрический смысл предела числовой последовательности.

#### **Тема 4. Предел функции. Непрерывность функции.**

Предел функции в точке и на бесконечности. Геометрический смысл предела функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малая величина. Свойства бесконечно малых величин. Бесконечно большие величины. Свойства бесконечно больших величин. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.

Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке и на отрезке. Глобальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке. Классификация точек разрыва.

#### **Тема 5. Производная и дифференциал функций одной переменной.**

Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной, задача о скорости движения, задача о производительности труда. Определение производной. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной. Зависимость между непрерывностью функции и дифференцируемостью. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Понятие производных высших порядков.

Понятие дифференциала функции. Свойства дифференциала и его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков.

#### **Тема 6. Исследование функций с помощью производных.**

Применение дифференциального исчисления к исследованию функций. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Схема исследования функции на экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость функции. Точки перегиба. Схема исследования функции на выпуклость и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций и построение их графиков.

#### **Тема 7. Приложения производной в экономике.**

Использование производной в экономике. Эластичность. Экстремальные задачи в экономике.

#### **Тема 8. Основные понятия функций нескольких переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных.**

Понятие функции нескольких переменных. Функции двух, трех переменных и области их определения. Линии уровня.

Понятие области. Открытая и замкнутая область. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.

#### **Тема 9. Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков.**

Дифференцирование функций нескольких переменных. Частные приращения и частные производные функции нескольких переменных. Полное приращение функции. Дифференцируемость функции нескольких переменных.

#### **Тема 10. Экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум**

Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Понятие условного экстремума.

#### **Тема 11. Первообразная функции и неопределенный интеграл.**

Первообразная функция. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.

#### **Тема 12. Основные методы интегрирования неопределенного интеграла.**

Основные методы интегрирования. Метод непосредственного интегрирования, внесение под знак дифференциала. Метод интегрирования подстановкой. Метод интегрирования по частям.

#### **Тема 13. Понятие определенного интеграла.**

Задача о площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Геометрический и экономический смысл определенного интеграла.

Свойства определенного интеграла. Оценки интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.

#### **Тема 14. Основные методы интегрирования определенного интеграла.**

Методы вычисления определенного интеграла: замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

#### **Тема 15. Геометрические приложения определенного интеграла.**

Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги плоской кривой, объем тела с заданным поперечным сечением, объем тела вращения.

#### **Тема 16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные определения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Неполные дифференциальные уравнения. Уравнения с разделяющимися переменными.

### **Тема 17. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка.**

Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

### **Тема 18. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.**

Метод решения уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

#### **Формы текущего контроля и промежуточной аттестации:**

В ходе реализации дисциплины используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа:  
Опрос, диспут.
- при проведении занятий семинарского типа:  
Опрос, диспут, тестирование,
- при проведении практических занятий:  
Тестирование, контрольная работа, реферат

**По дисциплине проводятся четыре контрольные работы и четыре коллоквиума по следующим темам:**

- Элементарные преобразования графиков.
- Нахождение пределов.
- Производные и исследование функций.
- Функции многих переменных.
- Линейная алгебра.
- Аналитическая геометрия.
- Интегрирование.
- Дифференциальные уравнения.
- Математические модели в экономике.

Контрольные работы и коллоквиумы, имеют свою удельную величину (в баллах) и являются составной частью зачетной оценки. За невыполнение задания ставится 0 баллов. Отдельные баллы начисляются за активную работу на занятиях и посещаемость лекций (не более 15 баллов).

Промежуточная аттестация проводится в форме зачет с оценкой

#### **Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.**

# ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

## Введение в математический анализ

1. Понятие множества. Объединение и пересечение множеств. Числовые множества. Модуль.
2. Понятие функции. Область определения, область значения, график функции.
3. Сложная функция. Обратная функция.
4. Элементарные функции. Графики. Элементарные преобразования графиков.
5. Числовые последовательности. Определение предела последовательности.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
7. Свойства пределов числовых последовательностей.
8. Предел функции. Свойства пределов функций.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых.
10. Два замечательных предела.
11. Понятие непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций.
12. Разрывы функций.
13. Непрерывность сложной функции. Использование непрерывности для вычисления пределов.
14. Теоремы Больцано-Коши (о нулевом значении и о промежуточных значениях непрерывной функции).
15. Теоремы Вейерштрасса (об ограниченности и достижении максимального и минимального значений непрерывной функцией).
16. Производная функции. Свойства производной.
17. Физическая и геометрическая интерпретация понятия производной.
18. Уравнение касательной к графику функции.
19. Связь понятий: дифференцируемость функции в точке и ее непрерывность.
20. Понятие дифференциала функции. Производная суммы, произведения и отношения двух функций.
21. Производная сложной функции.
22. Нахождение производных функции типа  $f(x)^{g(x)}$ .
23. Производная обратной функции.
24. Теорема Лагранжа.
25. Правило Лопиталя.
26. Производные высшего порядка. Формула Лейбница.
27. Нахождение асимптот графика функции.
28. Локальный и глобальный экстремумы. Исследование функции на экстремум.
29. Исследование функции на выпуклость.
30. Общая схема исследования функции и построения графика функции.
31. Предельные величины в экономике.
32. Эластичность спроса.
33. Экстремальные задачи в экономике.

## Функции многих переменных

1. Функции многих переменных. Область определения. Область значений.

2. Функции двух переменных. График функции. Линии уровня.
3. Пределы и непрерывность для функций многих переменных
4. Частные производные
5. Дифференциал функций многих переменных
6. Производные высшего порядка.
7. Сложная функция. Производная сложной функции
8. Производная по направлению и градиент.
9. Экстремум функции многих переменных.
10. Необходимые условия экстремума функций многих переменных.
11. Достаточные условия максимума (минимума) функций двух переменных.
12. Задача поиска экстремума функции с ограничениями. (Задача математического программирования).
13. Метод множителей Лагранжа.
14. Условия экстремума функции в случае одного ограничения.
15. Условный экстремум линейной функции.

### **Функции многих переменных в экономике**

1. Производственные функции. Изокванты. Функции Кобба–Дугласа, линейная, Леонтьева.
2. Функция полезности. Линии безразличия.
3. Производные в экономике. Предельные производительности. Вторые производные функций Кобба–Дугласа.
4. Задача максимизация выпуска продукции при ограничении на издержки.
5. Задача максимизация выпуска продукции при ограничении на издержки для неоклассических функций. Графические методы решения задач на определение условного экстремума.
6. Задача минимизация издержек при ограничении на выпуск продукции.
7. Задача минимизация издержек при ограничении на выпуск продукции для неоклассических функций.

### **Интегрирование**

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл
2. Таблица стандартных интегралов.
3. Свойства неопределенного интеграла
4. Замена переменных в неопределенных интегралах
5. Интегрирование по частям
6. Интегрирование рациональных функций
7. Определение определенного интеграла
8. Свойства определенного интеграла.
9. Теорема о среднем.
10. Интеграл с переменным верхним пределом.
11. Формула Ньютона-Лейбница
12. Замена переменных и интегрирование по частям определенного интеграла
13. Вычисление площадей. Коэффициент Джинни.

14.Вычисление объема тела вращения.

15.Несобственные интегралы.

### Ряды.

1. Числовые ряды. Геометрическая прогрессия.
2. Степенные ряды. Разложение в ряды Тейлора и Маклорена.

### Дифференциальные уравнения

1. Комплексные числа. Определение.
2. Тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексного числа.
3. Решение квадратного уравнения в комплексных числах. Основная теорема алгебры.
4. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема Коши. Задача Коши. Частное решение, интегральная кривая.
5. Решение уравнений вида  $y^{(n)} = f(x)$ .
6. Уравнения с разделяющимися переменными.
7. Линейные дифференциальные уравнения. Задача Коши.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Теорема об общем решении однородного уравнения.
9. Линейные дифференциальные уравнения. Теорема об общем решении неоднородного уравнения.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
11. Общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка при условии, что характеристическое уравнение имеет два различных действительных корня.
12. Общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка при условии, что характеристическое уравнение имеет кратный корень.
13. Общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка при условии, что характеристическое уравнение имеет комплексные корни.
14. Общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами высшего порядка ( $n > 2$ ).
15. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения при условии, что правая часть имеет вид  $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$ .
16. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения при условии, что правая часть многочлен  $n$ -й степени.
17. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения при условии, что правая часть имеет вид  $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$ .

18. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения при условии, что правая часть имеет вид  $f(x) = e^{ax} P_n(x)$ .
19. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении системы.
20. Нахождение общего решения системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью собственных значений матрицы коэффициентов (метод Эйлера).
21. Нахождение общего решения системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами в случае, когда корни характеристического уравнения действительны и различны.
22. Сведение системы двух дифференциальных уравнений к одному уравнению второго порядка.
23. Динамические модели в экономике. Модель естественного роста.
24. Динамические модели в экономике. Логистическая кривая.
- Возникновение жизни на Земле (Основные этапы)
  - Основные положения общей теории эволюции и концепции коэволюции
  - Современные проблемы цитологии
  - Эволюция в биологии и роль генной инженерии
  - Концепция ноосферы и ее научный статус
  - Значение синергетики для современной науки

#### **.Основная литература:**

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1: учебник. — СПб.: Лань, 2015. — 441 с.
2. Солодовников А.С. Математика в экономике. Ч.2. Математический анализ: учебник. — М.: Финансы и статистика, 2011. — 560 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5364>.
3. Будаев В. Д. Математический анализ. Функции одной переменной: учебник. — СПб.: Лань, 2012. — 544 с.
4. Горлач Б.А. Математический анализ: учебное пособие. — СПб.: Лань, 2013. — 601 с.
5. Протасов Ю.М. Математический анализ: учебное пособие. — М.: ФЛИНТА, 2012. — 164 с.
6. Иванов О. Математический анализ для первокурсников. — М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2014. — 136 с.
7. Столярова З.Ф. Как вычислять пределы: учебное пособие по курсу «Математический анализ». — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана (Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана), 2013. — 184 с.
8. Бесов О.В. Лекции по математическому анализу: учебник. — М.: Физматлит, 2015. — 476 с.
9. Асланов Р.М. Математический анализ. Краткий курс. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. — М.: Прометей (Московский Государственный Педагогический Университет), 2014. — 284 с.
10. Кондрашенкова Н.Е. Математический анализ. — СПб.: ИЭО САУ (Институт электронного обучения Санкт-Петербургского академического университета), 2011. — 162 с.
11. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды:



учебник. — М.: Физматлит, 2015. — 444 с.

12. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу. Часть 3: учебное пособие. — Казань: КФУ (Казанский (Приволжский) федеральный университет), 2014. — 168 с.

13. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу: учебное пособие. Ч.1. — Казань: КФУ (Казанский (Приволжский) федеральный университет), 2012. — 181 с.

14. Ганиев В.С. Математический анализ. Часть 1: учебное пособие. — Самара: СГАСУ (Самарский государственный архитектурно-строительный университет), 2013. — 172 с.

15. Балдин К.В. Математический анализ: учебник. — М.: ФЛИНТА, 2015. — 361 с.

16. Шведенко С.В. Начала математического анализа. Числа и множества чисел. Последовательности и их пределы. Пределы и непрерывность функций. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие для вузов: учебное пособие. — М.: НИЯУ МИФИ (Национальный исследовательский ядерный университет «Московский инженерно-физический институт»), 2011. — 324 с.

17. Тер-Криков А.М. Курс математического анализа: учебное пособие. — М.: "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2015. — 675 с.

18. Чуешева Н.А. Введение в математический анализ: учебное пособие. — Кемерово: Издательство КемГУ (Кемеровский государственный университет), 2015. — 112 с.

#### **Дополнительная литература.**

1. Глухова О.Ю. Основы математического анализа: учебно-методическое пособие. — Кемерово: Издательство КемГУ (Кемеровский государственный университет), 2015. — 72 с.

2. Бабайцев В.А. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3-х ч. Ч.2. Математический анализ. — М.: Финансы и статистика, 2013. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/28351>.

3. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. — СПб.: Лань, 2014. — 461 с.

4. Берман Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа: учебное пособие. — СПб.: Лань, 2011. — 608 с.

5. Родина Т.В. Курс лекций по математическому анализу – II. — Спб.: НИУ ИТМО (Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики), 2013. — 154 с.

6. Туганбаев А.А. Математический анализ: ряды: учебник. — М.: ФЛИНТА, 2012. — 48 с.

7. Плотникова Е.Г. Математический анализ: функция нескольких переменных: учебно-методическое пособие. — М.: ФЛИНТА, 2014. — 150 с.

8. Быкова О.Н. Практикум по математическому анализу: учебное пособие. — М.: Прометей (Московский Государственный Педагогический Университет), 2014. — 277 с.

9. Польшкина Е.А. Сборник заданий по высшей математике с образцами решений (математический анализ): учебно-методическое пособие. — М.: Прометей (Московский Государственный Педагогический Университет), 2013. — 200 с.

10. Лоссиевская Т.В. Математический анализ: функции нескольких переменных: учебное пособие. — М.: МИСИС, 2014. — 77 с.