

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

**Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике
2022 – 2023 учебный год
10-11 класс
Заключительный этап
Вариант 1.**

Задание 1. Максимум 20 баллов

Пусть в стране А есть только две фирмы, которые занимаются научно-исследовательскими разработками в некоторой сфере. Сейчас каждая из них независимо от другой решает, участвовать ли в разработке новой технологии. Известно, что если фирма разработает новую технологию, то в будущем это принесет ей V ден. ед. дохода, если вторая фирма при этом будет не успешна либо не будет участвовать в разработке. Если обе фирмы разработают новую технологию, то каждая из них получит $0,5V$ ден. ед. Инвестиционные затраты на научно-исследовательские разработки каждой фирмы будут составлять IC ден. ед. вне зависимости от успешности разработки. Пусть вероятность успеха каждой фирмы составляет α , $0 < \alpha < 1$. Тогда можем записать ожидаемый доход каждой фирмы как $\alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V$, если в разработках участвуют обе фирмы, или αV , если в разработках участвует только данная фирма.

- (а) При каких условиях в разработках будут участвовать обе фирмы?
(б) Сколько фирм будет участвовать в разработках, если $V = 16$, $\alpha = 0,5$ и $IC = 5$?
(в) Будем считать, что общественное благосостояние можно оценить как суммарную прибыль фирм. Будет ли найденное число фирм в п. (б) общественно оптимальным? Прокомментируйте полученный результат.

Решение и схема оценивания:

(а) Чтобы каждая фирма приняла решение об участии в разработках, необходимо, что ожидаемая прибыль каждой от участия была больше 0 (используем формулу для ожидаемого дохода для случая, когда обе фирмы заняты в разработках):

$$\alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC \geq 0 \text{ (4 балла)}$$

(б) Подставим в неравенство п. (а) известные переменные и проверим его выполнение:

$$0,5^2 \cdot 16 + 0,5 \cdot 0,5^2 \cdot 16 - 5 \geq 0$$

$$4 + 2 - 5 > 0 \text{ (4 балла)}$$

Проверять равновесие, в котором одна фирма занимается разработками, нет смысла, т.к. должны одновременно выполняться два неравенства:

$$\alpha V - IC \geq 0 \text{ и } \alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC < 0.$$

Про второе мы знаем, что оно не выполняется. (2 балла)

(в) Рассчитаем, в каком случае суммарная прибыль будет больше:

1) обе фирмы участвуют в разработках:

$$\pi_1 + \pi_2 = 2((1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC) = 2(6 - 5) = 2 \text{ (3 балла)}$$

2) одна фирма участвует в разработках.

$$\pi_{\text{одна}} = \alpha V - IC = 0,5 \cdot 16 - 5 = 8 - 5 = 3. \text{ (3 балла)}$$

Видим, что эффективнее, чтобы одна фирма занималась разработками. Это вызвано тем, что в случае участия двух фирм дублирование затрат на исследования приводит к большему росту издержек, чем увеличение потенциального дохода фирм из-за роста вероятности открытия. **(4 балла)**

Задание 2. Максимум 30 баллов

В некоторой стране есть два региона — северный и южный. В северном регионе живет 24 жителя, а в южном в четыре раза меньше. Оба региона способны производить товары Икс в количестве x и Игрек в количестве y . Из-за климатических особенностей производственные возможности регионов отличаются. Кривая производственных возможностей одного представителя северного региона задается уравнением $y = 13,5 - 9x$, а южного — $y = 24 - 1,5 \cdot x^2$. Оба товара производятся только для продажи за рубеж, причём продажа возможна исключительно в комплектах. Каждый комплект состоит из 1 ед. товара Икс и 9 ед. товара Игрек, количество комплектов может быть нецелым. Цена комплекта 6 000 денежных единиц. Каждый регион максимизирует суммарный доход от продажи комплектов. Весь доход, заработанный регионом, равномерно распределяется между жителями данного региона.

(а) Найдите коэффициент Джини в стране, если оба региона работают отдельно друг от друга.

(б) Южный регион предложил северному объединить производственные усилия в создании комплектов и поделить между собой заработанные деньги, распределив их равномерно между жителями всей страны. Администрация северного региона отказалась от этого предложения, так как сочла, что это может уменьшить совокупный доход региона. Однако внимательно все посчитав, она заявила, что северный регион готов отдать свои производственные ресурсы, если южный регион заплатит сумму, равную предыдущему совокупному доходу северного региона, и символическую плату в размере 1983 денежной единицы. Определите, как изменится коэффициент Джини, если южный регион согласится на условия северного.

Решение:

(а) В северном регионе живет 24 жителя, а в южном $\frac{24}{4} = 6$. Оба региона работают отдельно друг от друга. Найдём производственные возможности каждого региона. С учетом того, что индивидуальная кривая производственных возможностей (КПВ) каждого жителя северного региона имеет линейный вид и совпадает с КПВ других жителей, суммарная КПВ северного региона имеет вид $y = 13,5 \cdot 24 - 9x = 324 - 9x$. Пусть k_n и k_s — количество комплектов, которое производят северный и южный регионы. Известно, что для северного региона

верно равенство $k_n = x = \frac{y}{9}$. Найдём максимальное количество комплектов, которое производит северный регион: $9k_n = 324 - 9k_n$, $k_n = 18$. Продав комплекты, северный регион получит доход в размере $18 \cdot 6000 = 108000$ денежных единиц, доход на одного жителя составит $\frac{108000}{24} = 4500$ денежных единиц. Индивидуальные КПВ жителей южного региона имеют квадратичный вид и совпадают между собой, альтернативные издержки строго возрастают. Для достижения максимального суммарного дохода любой объём производства товаров должен распределяться равномерно между всеми жителями. Суммарная КПВ южного региона имеет вид $y = 24 \cdot 6 - 1,5 \cdot 6 \cdot \left(\frac{x}{6}\right)^2 = 144 - 0,25x^2$. Для производства максимального количества комплектов в южном регионе должно выполняться равенство $k_s = x = \frac{y}{9}$. $9k_s = 144 - 0,25k_s^2$. Очевидно, что $k_s > 0$. Подходящим корнем уравнения является $k_s = 12$. Продав комплекты, южный регион получит доход в размере $12 \cdot 6000 = 72000$ денежных единиц, доход на одного жителя 12000. Определим коэффициент Джини. Коэффициент Джини можно определить, используя общеизвестную формулу для двух групп населения $G = x - y$, где x — доля населения менее обеспеченной группы в общей численности населения, y — доля дохода относительно менее обеспеченной группы в общем доходе всего населения. Эту формулу можно применять, если доходы внутри группы распределены равномерно. Житель северного региона является менее обеспеченным относительно жителя южного региона, так как $4500 < 12000$: $x = \frac{24}{24+6} = 0,8$; $y = \frac{108000}{108000+72000} = 0,6$. $G = 0,8 - 0,6 = 0,2$.

Ответ: коэффициент Джини равен 0,2.

(b) Если южный регион согласится получить производственные возможности северного, то в распоряжении южного окажутся КПВ $y = 144 - 0,25x^2$ и $y = 324 - 9x$. Стремясь получить максимальный доход от реализации продукции, южный регион будет выбирать точку на суммарной КПВ. Построим суммарную КПВ. $AI_1 = 0,5x_1$, $AI_2 = 9$. Первые 18 единиц x южному региону выгодно производить на собственной КПВ, следующие 36 единиц x на производственных возможностях северного региона, после чего продолжить производить x на КПВ южного региона. Получаем, что суммарная КПВ имеет вид:

$$y = 468 - 0,25x^2, x \in [0; 18]$$

$$y = 549 - 9x, x \in (18; 54]$$

$$y = 18x - 0,25x^2 - 180, x \in (54; 60]$$

Максимальный доход от продажи комплектов достигается при выполнении равенства $x = \frac{y}{9}$. Данное равенство достигается на втором участке суммарной КПВ при $x = 30,5$. Используя ресурсы обоих регионов, максимально можно произвести $k_s = 30,5$. Доход от продажи комплектов составит 183000 денежных единиц. Согласно условию сделки, южный регион должен заплатить северному $108000 + 1983 = 109983$ денежных единиц. В распоряжении южного региона остается 73017 денежных единиц. Житель северного региона остается менее обеспеченным, чем житель южного региона, так как $\frac{109983}{24} < \frac{73017}{6}$.

Найдём коэффициент Джини: $G = \frac{24}{30} - \frac{109983}{183000} = 0,199$. Получаем, что коэффициент Джини уменьшился на **0,001**.

Ответ: коэффициент Джини уменьшился на 0,001.

Критерии оценивания:

(a):

- определено количество жителей южного региона (1 балл)
- определено оптимальное количество комплектов для северного региона (2 балла)
- определено оптимальное количество комплектов для южного региона (4 баллов)
- определен максимальный доход северного региона (1 балл)
- определен максимальный доход южного региона (2 балла)
- обосновано разделение населения по доходу (1 балл)
- определен коэффициент Джини (4 балла)

(b):

- определены производственные возможности южного региона (4 баллов)
- определено оптимальное количество комплектов (2 балла)
- определен суммарный доход южного региона (1 балл)
- определен суммарный доход северного региона (2 балла)
- обосновано разделение населения по доходу (1 балл)
- определен коэффициент Джини (3 балла)
- определено, как изменился коэффициент Джини (2 балла)

Альтернативные способы решения при полном и верном обосновании оцениваются в полный балл.

Задание 3. Максимум 20 баллов

На конференции «Экономика современности» проводился турнир интеллектуалов, в котором участвовало более 198, но менее 230 ученых – докторов и кандидатов наук. В рамках одного боя участникам нужно было в течение определенного времени задавать друг другу вопросы и фиксировать правильные ответы. Каждый участник сыграл с каждым по одному разу. Победитель боя получал одно очко, побежденный очков не получал; при ничейном исходе партии оба участника получали по пол-очка. По окончании турнира выяснилось, что в партиях против докторов наук каждый участник набрал половину всех своих очков. Сколько кандидатов наук участвовало в турнире? Приведите в качестве ответа наименьший из всех возможных.

Решение: Пусть в турнире участвовало n ученых, из них m – докторов и $n-m$ – кандидатов наук. Всеми участниками было проведено $n(n-1)/2$ боев и набрано $n(n-1)/2$ очков. Из них доктора наук между собой соревновались в $m(m-1)/2$ боях и набрали столько же очков. Кандидаты же провели между собой $(n-m)(n-m-1)/2$ боев и набрали, играя между собой $(n-m)(n-m-1)/2$ очков.

Так как по условию каждый участник набрал против докторов наук половину всех своих очков, то и все доктора наук против докторов наук набрали половину своих очков, а значит всего очков они набрали вдвое больше: $m(m-1)$.

Поскольку кандидаты наук половину всех своих очков набрали против докторов наук, то соревнуясь между собой, они также набрали половину своих очков, а всего они набрали $(n-m)(n-m-1)$ очков. Общее количество очков, набранное участниками, равно:

$$m(m-1) + (n-m)(n-m-1) = n(n-1)/2.$$

После ряда преобразований получаем:

$$n^2 - 4nm + 4m^2 = n$$

Откуда $(n - 2m)^2 = n$, то есть n является квадратом натурального числа.

Из условия $198 < n < 230$, находим, что $n = 225$, тогда $(225 - 2m)^2 = 225$, отсюда $m = 105$ либо $m = 120$.

Количество участников турнира 225; количество кандидатов наук 105, либо 120. Наименьшее значение 105.

Критерии.

- приведено верное решение задачи и получен правильный ответ – 20 баллов (максимум),
- приведено верное решение задачи, но получен неправильный ответ или нет ответа – 8 баллов (округленная до целого половина максимума),
- ошибка в решении, но получен правильный ответ – 7 баллов (округленная до целого половина максимума без единицы),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом получен правильный ответ – 2 балла (при любом стечении обстоятельств),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом приведен неправильный ответ, или нет ответа – 0 баллов.

Задание 4. Максимум 15 баллов

Несколько лет назад российская национальная платежная система «Мир» запустила специальную бонусную программу. Для участия в этой программе лояльности карты «Мир» клиентов банка должны пройти регистрацию на специальном портале. После завершения регистрации карта автоматически становится участником этой бонусной программы, в рамках которой владельцы карт платежной системы «Мир» могут получать кэшбэк в рублях, скидки за покупки товаров и услуг, доступ к различным акциям компаний и даже призы. В программе могут участвовать держатели карт «Мир» многих банков России, в ней принимают участие несколько десятков компаний различных регионов страны, которые предоставляют различные товары и услуги, регистрация и участие в программе бесплатны. При этом владелец нескольких карт этой платежной системы может зарегистрировать в программе карты «Мир» всех банков страны, которые принимают в ней участие.

- (а) Приведите не менее двух различных аргументов, которые могли бы обосновать заинтересованность Центрального банка РФ в использование описанной программы лояльности. Обоснуйте свои предположения.
- (б) Приведите не менее двух различных аргументов, обосновывающих выгоду банков, чьи карты клиентов участвуют в такой программе лояльности. Обоснуйте свои предположения.
- (в) Как вы полагаете, почему при таком широком ассортименте различных бонусов для клиентов и большом количестве компаний-участников в платежной системе требуется регистрация карт «Мир» клиентов, почему бы не предоставить возможность получения

этих бонусов всем держателям карт этой платежной системы? Обоснуйте свои предположения, используя экономические аргументы.

Решение:

(а) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

1. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей в структуре своих расходов. Проведение безналичных расчетов с компаниями облегчает государству контроль и отслеживание передвижения денежных средств от контрагента к контрагенту. Значительно труднее, а иногда и вовсе невозможно отслеживать и контролировать передвижение наличных денежных средств, которое характерно, например, для теневой экономики. Контроль за безналичными транзакциями позволяет, например, различным фискальным ведомствам формировать общую картину движения денежных средств, отслеживать законность происхождения денежных средств у различных организаций.
2. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей, направленных в определенные отрасли экономики. Таким образом, организуя и/или участвуя в такой программе лояльности государство может стимулировать клиентов повышать расходы в той отрасли, которая в текущий момент времени нуждается в притоке денежных средств, увеличении количества клиентов, стимулировании развития отрасли. Примером такого направления денежного потока может быть недавняя программа кэшбэка за поездку по России, так называемый туристический кэшбэк.

Критерии проверки пункта (а). 2 балла за первый аргумент, 3 балла за второй аргумент. Аргументы должны быть различными, не противоречить экономической логике, давать развернутое пояснение. Аргументы должны быть относительно программы лояльности, а не национальной платежной системы в целом. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

(б) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

1. Конкуренция между банками за клиентов стимулирует банки использовать различные программы лояльности, в том числе и программы с кэшбэком. Возвращая клиентам часть денежных средств в виде кэшбэка, банк фактически платит за лояльность клиентов, привлекая новых клиентов.
2. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей в структуре своих расходов. За проведение безналичных транзакций банки получают комиссию от платежных систем, что увеличивает доходы банков в этой категории их деятельности.
3. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов отказаться от снятия наличных денежных средств со своих счетов, а значит, увеличивать объем средств, которые остаются на счетах клиентов. Банки могут использовать эти средства для получения дополнительной прибыли.

Критерии проверки пункта (а). 2 балла за первый аргумент, 3 балла за второй аргумент. Аргументы должны быть различными, не противоречить экономической логике, давать развернутое пояснение. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

(в) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

С одной стороны, такие программы лояльности привлекают большое количество клиентов, увеличивая безналичный оборот денежных средств, выгода от которого описана выше. С другой стороны, предоставление кэшбеков каждому клиенту оказывается весьма затратным для организаций, которые эти программы реализуют. Необходимость регистрации можно сравнить с «платой за доступ к товару» (или «платой за вход») при осуществлении ценовой дискриминации второго типа, при которой осуществляется так называемый самоотбор (или самовыявление) клиентов. Клиент, который готов пройти регистрацию в системе, вполне может считать, что предоставление информации о себе, затраченное на регистрацию время, отслеживание системой безналичных платежей по зарегистрированной карте клиента – приемлемая плата за возможность получения им кэшбека. Но есть и такие держатели банковских карт, которые ценят личную информацию выше экономии денежных средств при участии в описанной программе лояльности. Кроме того, какая-то часть держателей банковских карт «Мир» вообще не знает о подобных программах лояльности и/или не готова приложить усилия для поиска информации о возможной выгоде. Автоматическая регистрация карт таких клиентов в системе предполагала бы необходимость выплат им кэшбека по каким-то платежным операциям, без которого они вполне могли бы обойтись из-за отсутствия информированности о программе лояльности. Выплаты кэшбека таким клиентам снижают доходы организаций от безналичных денежных операций.

Критерии проверки пункта (в). 5 баллов за развернутое пояснение, которое не противоречит экономической логике. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

Задание 5. Максимум 15 баллов

В хранилище казны Волшебного королевства хотели бы заменить все старые банкноты на новые. Всего старых банкнот в казне 3 628 800. Аппарат, который печатает новые банкноты, к сожалению, требует капитального ремонта и каждый день он может выпустить все меньше банкнот: в первый день он может выпустить только половину банкнот от того количества, которое требует замены; во второй день только треть от того количества старых банкнот, что остались в хранилище; в третий день только четверть и т. д. Каждый его запуск в любом состоянии обходится казне в 90 000 денежных единиц (д.е.), а капитальный ремонт обойдется в 800 000 д.е. После капремонта аппарат способен выпустить не более одного миллиона банкнот в день. На обновление купюр из хранилища королевства выделено не более 1 млн. д.е.

(а) Через сколько дней будет заменено 80% старых банкнот?

(б) Смогут ли в королевстве заменить все старые банкноты в хранилище?

Решение:

(а) Если проводить капремонт, то эффективно проводить его на второй день, т.к. это позволит увеличить выпуск новых банкнот с 604800 до 1 млн в этот день, в последующие также выпуск будет 1 млн, что больше возможностей без капремонта. В первый день капремонт проводить неэффективно, т.к. выпуск без него составляет 1 814 400 купюр. **(9 баллов).**

При капремонте бюджета хватит на сам ремонт и 2 запуска аппарата, таким образом максимально можно заменить $1\,814\,400 + 1\,000\,000 = 2\,814\,400$ банкнот, что менее 80% от числа старых банкнот **(2 балла).**

Рассмотрим вариант, что аппарат не будут чинить. У нас достаточно средств только на 11 запусков. В процентном соотношении тогда остается:

После первого дня: 50%.

После второго дня: 200/3.

После третьего: 25%.

После четвертого: 20%.

Значит потребуется 4 дня (будут заменены 2 903 040 банкнот), что составляет 80% банкнот. **(2 балла)**

(б) После 11 запусков мы сможем поменять только 3 326 400 банкнот, т. е. в любом случае мы не сможем, не чиня аппарат перечеканить все банкноты.

Также можно заметить, что при любом запуске всегда остается часть незамененных банкнот. **(2 балла)**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

2022 – 2023 учебный год

10-11 класс

Заключительный этап

Вариант 2.

Задание 1. Максимум 20 баллов

Пусть в стране А есть только две фирмы, которые занимаются научно-исследовательскими разработками в некоторой сфере. Сейчас каждая из них независимо от другой решает, участвовать ли в разработке новой технологии. Известно, что если фирма разработает новую технологию, то в будущем это принесет ей V ден. ед. дохода, если вторая фирма при этом будет не успешна либо не будет участвовать в разработке. Если обе фирмы разработают новую технологию, то каждая из них получит $0,5V$ ден. ед. Инвестиционные затраты на научно-исследовательские разработки каждой фирмы будут составлять IC ден. ед. вне зависимости от успешности разработки. Пусть вероятность успеха каждой фирмы составляет α , $0 < \alpha < 1$. Тогда можем записать ожидаемый доход каждой фирмы как $\alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V$, если в разработках участвуют обе фирмы, или αV , если в разработках участвует только данная фирма.

(а) При каких условиях в разработках будут участвовать обе фирмы?

(б) Сколько фирм будет участвовать в разработках, если $V = 24$, $\alpha = 0,5$ и $IC = 7$?

(в) Будем считать, что общественное благосостояние можно оценить как суммарную прибыль фирм. Будет ли найденное число фирм в п. (б) общественно оптимальным? Прокомментируйте полученный результат.

Решение и схема оценивания:

(а) Чтобы каждая фирма приняла решение об участии в разработках, необходимо, что ожидаемая прибыль каждой от участия была больше 0 (используем формулу для ожидаемого дохода для случая, когда обе фирмы заняты в разработках):

$$\alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC \geq 0 \text{ (4 балла)}$$

(б) Подставим в неравенство п. (а) известные переменные и проверим его выполнение:

$$0,5^2 \cdot 24 + 0,5 \cdot 0,5^2 \cdot 24 - 7 \geq 0$$

$$6 + 3 - 7 > 0 \text{ (4 балла)}$$

Проверять равновесие, в котором одна фирма занимается разработками, нет смысла, т.к. должны одновременно выполняться два неравенства:

$$\alpha V - IC \geq 0 \text{ и } \alpha(1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC < 0.$$

Про второе мы знаем, что оно не выполняется. **(2 балла)**

(в) Рассчитаем, в каком случае суммарная прибыль будет больше:

1) обе фирмы участвуют в разработках:

$$\pi_1 + \pi_2 = 2((1 - \alpha)V + 0,5\alpha^2V - IC) = 2(9 - 7) = 4 \text{ (3 балла)}$$

2) одна фирма участвует в разработках.

$$\pi_{\text{одна}} = \alpha V - IC = 0,5 \cdot 24 - 7 = 12 - 7 = 5. \text{ (3 балла)}$$

Видим, что эффективнее, чтобы одна фирма занималась разработками. Это вызвано тем, что в случае участия двух фирм дублирование затрат на исследования приводит к большему росту издержек, чем увеличение потенциального дохода фирм из-за роста вероятности открытия. **(4 балла)**

Задание 2. Максимум 30 баллов

В некоторой стране есть два региона — северный и южный. В северном регионе живет 24 жителя, а в южном в четыре раза меньше. Оба региона способны производить товары Икс в количестве x и Игрек в количестве y . Из-за климатических особенностей производственные возможности регионов отличаются. Кривая производственных возможностей одного представителя северного региона задается уравнением $y = 13,5 - 9x$, а южного — $y = 24 - 1,5 \cdot x^2$. Оба товара производятся только для продажи за рубеж, причём продажа возможна исключительно в комплектах. Каждый комплект состоит из 1 ед. товара Икс и 9 ед. товара Игрек, количество комплектов может быть нецелым. Цена комплекта 2000 денежных единиц. Каждый регион максимизирует суммарный доход от продажи комплектов. Весь доход, заработанный регионом, равномерно распределяется между жителями данного региона.

(а) Найдите коэффициент Джини в стране, если оба региона работают отдельно друг от друга.

(б) Южный регион предложил северному объединить производственные усилия в создании комплектов и поделить между собой заработанные деньги, распределив их равномерно между жителями всей страны. Администрация северного региона отказалась от этого предложения, так как сочла, что это может уменьшить совокупный доход региона. Однако внимательно все посчитав, она заявила, что северный регион готов отдать свои производственные ресурсы, если южный регион заплатит сумму, равную предыдущему совокупному доходу северного региона, и символическую плату в размере 661 денежной единицы. Определите, как изменится коэффициент Джини, если южный регион согласится на условия северного.

Решение:

(а) В северном регионе живет 24 жителя, а в южном $\frac{24}{4} = 6$. Оба региона работают отдельно друг от друга. Найдём производственные возможности каждого региона. С учетом того, что индивидуальная кривая производственных возможностей (КПВ) каждого жителя северного региона имеет линейный вид и совпадает с КПВ других жителей, суммарная КПВ северного региона имеет вид $y = 13,5 \cdot 24 - 9x = 324 - 9x$. Пусть k_n и k_s — количество комплектов, которое производят северный и южный регионы. Известно, что для северного региона верно равенство $k_n = x = \frac{y}{9}$. Найдём максимальное количество комплектов, которое

производит северный регион: $9k_n = 324 - 9k_n$, $k_n = 18$. Продав комплекты, северный регион получит доход в размере $18 \cdot 2000 = 36000$ денежных единиц, доход на одного жителя составит $\frac{36000}{24} = 1500$ денежных единиц. Индивидуальные КПВ жителей южного региона имеют квадратичный вид и совпадают между собой, альтернативные издержки строго возрастают. Для достижения максимального суммарного дохода любой объём производства товаров должен распределяться равномерно между всеми жителями. Суммарная КПВ южного региона имеет вид $y = 24 \cdot 6 - 1,5 \cdot 6 \cdot \left(\frac{x}{6}\right)^2 = 144 - 0,25x^2$. Для производства максимального количества комплектов в южном регионе должно выполняться равенство $k_s = x = \frac{y}{9}$. $9k_s = 144 - 0,25k_s^2$. Очевидно, что $k_s > 0$. Подходящим корнем уравнения является $k_s = 12$. Продав комплекты, южный регион получит доход в размере $12 \cdot 2000 = 24000$ денежных единиц, доход на одного жителя 4000. Определим коэффициент Джини. Коэффициент Джини можно определить, используя общеизвестную формулу для двух групп населения $G = x - y$, где x — доля населения менее обеспеченной группы в общей численности населения, y — доля дохода относительно менее обеспеченной группы в общем доходе всего населения. Эту формулу можно применять, если доходы внутри группы распределены равномерно. Житель северного региона является менее обеспеченным относительно жителя южного региона, так как $1500 < 4000$: $x = \frac{24}{24+6} = 0,8$; $y = \frac{36000}{36000+24000} = 0,6$. $G = 0,8 - 0,6 = 0,2$.

Ответ: коэффициент Джини равен 0,2.

(b) Если южный регион согласится получить производственные возможности северного, то в распоряжении южного окажутся КПВ $y = 144 - 0,25x^2$ и $y = 324 - 9x$. Стремясь получить максимальный доход от реализации продукции, южный регион будет выбирать точку на суммарной КПВ. Построим суммарную КПВ. $AI_1 = 0,5x_1$, $AI_2 = 9$. Первые 18 единиц x южному региону выгодно производить на собственной КПВ, следующие 36 единиц x на производственных возможностях северного региона, после чего продолжить производить x на КПВ южного региона. Получаем, что суммарная КПВ имеет вид:

$$y = 468 - 0,25x^2, x \in [0; 18]$$

$$y = 549 - 9x, x \in (18; 54]$$

$$y = 18x - 0,25x^2 - 180, x \in (54; 60]$$

Максимальный доход от продажи комплектов достигается при выполнении равенства $x = \frac{y}{9}$. Данное равенство достигается на втором участке суммарной КПВ при $x = 30,5$. Используя ресурсы обоих регионов, максимально можно произвести $k_s = 30,5$. Доход от продажи комплектов составит 61000 денежных единиц. Согласно условию сделки, южный регион должен заплатить северному $36000 + 661 = 36661$ денежных единиц. В распоряжении южного региона остается 24339 денежных единиц. Житель северного региона остается менее обеспеченным, чем житель южного региона, так как $\frac{36661}{24} < \frac{24339}{6}$. Найдём коэффициент Джини: $G = \frac{24}{30} - \frac{36661}{61000} = 0,199$. Получаем, что коэффициент Джини уменьшился на 0,001.

Ответ: коэффициент Джини уменьшился на 0,001.

Критерии оценивания:**(a):**

- определено количество жителей южного региона (1 балл)
- определено оптимальное количество комплектов для северного региона (2 балла)
- определено оптимальное количество комплектов для южного региона (4 баллов)
- определен максимальный доход северного региона (1 балл)
- определен максимальный доход южного региона (2 балла)
- обосновано разделение населения по доходу (1 балл)
- определен коэффициент Джини (4 балла)

(b):

- определены производственные возможности южного региона (4 баллов)
- определено оптимальное количество комплектов (2 балла)
- определен суммарный доход южного региона (1 балл)
- определен суммарный доход северного региона (2 балла)
- обосновано разделение населения по доходу (1 балл)
- определен коэффициент Джини (3 балла)
- определено, как изменился коэффициент Джини (2 балла)

Альтернативные способы решения при полном и верном обосновании оцениваются в полный балл.

Задание 3. Максимум 20 баллов

На конгрессе «Экономика и право» проводился «Турнир лучших», в котором участвовало более 220, но менее 254 делегатов – экономистов и юристов. В рамках одного боя участникам нужно было в течение ограниченного времени задавать друг другу вопросы и фиксировать правильные ответы. Каждый участник сыграл с каждым по одному разу. Победитель боя получал одно очко, побежденный очков не получал; при ничейном исходе партии оба участника получали по пол-очка. По окончании турнира выяснилось, что в партиях против экономистов каждый участник набрал половину всех своих очков. Сколько юристов участвовало в турнире? Приведите в качестве ответа наименьший из всех возможных.

Решение: Пусть в турнире участвовало n делегатов, из них m – экономистов и $n-m$ – юристов. Всеми участниками было проведено $n(n-1)/2$ боев и набрано $n(n-1)/2$ очков. Из них экономисты между собой соревновались в $m(m-1)/2$ боях и набрали столько же очков. Юристы же провели между собой $(n-m)(n-m-1)/2$ боев и набрали, играя между собой $(n-m)(n-m-1)/2$ очков.

Так как по условию каждый участник набрал против экономистов половину всех своих очков, то и все экономисты против экономистов набрали половину своих очков, а значит всего очков они набрали вдвое больше: $m(m-1)$.

Поскольку юристы половину всех своих очков набрали против экономистов, то, соревнуясь между собой, они также набрали половину своих очков, а всего они набрали $(n-m)(n-m-1)$ очков. Общее количество очков, набранное участниками, равно:

$$m(m-1) + (n-m)(n-m-1) = n(n-1)/2.$$

После ряда преобразований получаем:

$$n^2 - 4nm + 4m^2 = n$$

Откуда $(n - 2m)^2 = n$, то есть n является квадратом натурального числа.

Из условия $220 < n < 254$, находим, что $n = 225$, тогда $(225 - 2m)^2 = 225$, отсюда $m = 105$ либо $m = 120$.

Количество участников турнира 225; количество юристов 105, либо 120. Наименьшее значение 105.

Критерии.

- приведено верное решение задачи и получен правильный ответ – 20 баллов (максимум),
- приведено верное решение задачи, но получен неправильный ответ или нет ответа – 8 баллов (округленная до целого половина максимума),
- ошибка в решении, но получен правильный ответ – 7 баллов (округленная до целого половина максимума без единицы),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом получен правильный ответ – 2 балла (при любом стечении обстоятельств),
- решение неверное или решение отсутствует, при этом приведен неправильный ответ, или нет ответа – 0 баллов.

Задание 4. Максимум 15 баллов

Несколько лет назад российская национальная платежная система «Мир» запустила специальную бонусную программу. Для участия в этой программе лояльности карты «Мир» клиентов банка должны пройти регистрацию на специальном портале. После завершения регистрации карта автоматически становится участником этой бонусной программы, в рамках которой владельцы карт платежной системы «Мир» могут получать кэшбэк в рублях, скидки за покупки товаров и услуг, доступ к различным акциям компаний и даже призы. В программе могут участвовать держатели карт «Мир» многих банков России, в ней принимают участие несколько десятков компаний различных регионов страны, которые предоставляют различные товары и услуги, регистрация и участие в программе бесплатны. При этом владелец нескольких карт этой платежной системы может зарегистрировать в программе карты «Мир» всех банков страны, которые принимают в ней участие.

- (а) Приведите не менее двух различных аргументов, которые могли бы обосновать заинтересованность Центрального банка РФ в использование описанной программы лояльности. Обоснуйте свои предположения.
- (б) Приведите не менее двух различных аргументов, обосновывающих выгоду банков, чьи карты клиентов участвуют в такой программе лояльности. Обоснуйте свои предположения.
- (в) Как вы полагаете, почему при таком широком ассортименте различных бонусов для клиентов и большом количестве компаний-участников в платежной системе требуется регистрация карт «Мир» клиентов, почему бы не предоставить возможность получения этих бонусов всем держателям карт этой платежной системы? Обоснуйте свои предположения, используя экономические аргументы.

Решение:

(а) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

1. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей в структуре своих расходов. Проведение безналичных расчетов с компаниями облегчает государству контроль и отслеживание передвижения денежных средств от контрагента к контрагенту. Значительно труднее, а иногда и вовсе невозможно отслеживать и контролировать передвижение наличных денежных средств, которое характерно, например, для теневой экономики. Контроль за безналичными транзакциями позволяет, например, различным фискальным ведомствам формировать общую картину движения денежных средств, отслеживать законность происхождения денежных средств у различных организаций.
2. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей, направленных в определенные отрасли экономики. Таким образом, организуя и/или участвуя в такой программе лояльности государство может стимулировать клиентов повышать расходы в той отрасли, которая в текущий момент времени нуждается в притоке денежных средств, увеличении количества клиентов, стимулировании развития отрасли. Примером такого направления денежного потока может быть недавняя программа кэшбэка за поездку по России, так называемый туристический кэшбэк.

Критерии проверки пункта (а). 2 балла за первый аргумент, 3 балла за второй аргумент. Аргументы должны быть различными, не противоречить экономической логике, давать развернутое пояснение. Аргументы должны быть относительно программы лояльности, а не национальной платежной системы в целом. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

(б) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

1. Конкуренция между банками за клиентов стимулирует банки использовать различные программы лояльности, в том числе и программы с кэшбэком. Возвращая клиентам часть денежных средств в виде кэшбэка, банк фактически платит за лояльность клиентов, привлекая новых клиентов.
2. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов увеличивать долю безналичных платежей в структуре своих расходов. За проведение безналичных транзакций банки получают комиссию от платежных систем, что увеличивает доходы банков в этой категории их деятельности.
3. Подобные программы лояльности стимулируют клиентов отказаться от снятия наличных денежных средств со своих счетов, а значит, увеличивать объем средств, которые остаются на счетах клиентов. Банки могут использовать эти средства для получения дополнительной прибыли.

Критерии проверки пункта (а). 2 балла за первый аргумент, 3 балла за второй аргумент. Аргументы должны быть различными, не противоречить экономической логике, давать развернутое пояснение. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь

словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

(в) (5 баллов) Возможные варианты ответов:

С одной стороны, такие программы лояльности привлекают большое количество клиентов, увеличивая безналичный оборот денежных средств, выгода от которого описана выше. С другой стороны, предоставление кэшбеков каждому клиенту оказывается весьма затратным для организаций, которые эти программы реализуют. Необходимость регистрации можно сравнить с «платой за доступ к товару» (или «платой за вход») при осуществлении ценовой дискриминации второго типа, при которой осуществляется так называемый самоотбор (или самовывявление) клиентов. Клиент, который готов пройти регистрацию в системе, вполне может считать, что предоставление информации о себе, затраченное на регистрацию время, отслеживание системой безналичных платежей по зарегистрированной карте клиента – приемлемая плата за возможность получения им кэшбека. Но есть и такие держатели банковских карт, которые ценят личную информацию выше экономии денежных средств при участии в описанной программе лояльности. Кроме того, какая-то часть держателей банковских карт «Мир» вообще не знает о подобных программах лояльности и/или не готова приложить усилия для поиска информации о возможной выгоде. Автоматическая регистрация карт таких клиентов в системе предполагала бы необходимость выплат им кэшбека по каким-то платежным операциям, без которого они вполне могли бы обойтись из-за отсутствия информированности о программе лояльности. Выплаты кэшбека таким клиентам снижают доходы организаций от безналичных денежных операций.

Критерии проверки пункта (в). 5 баллов за развернутое пояснение, которое не противоречит экономической логике. Если пояснение отсутствует, а приведено лишь словосочетание, предполагающее неоднозначную дальнейшую его интерпретацию, то за ответ в этом пункте выставляется не более 1 балла.

Задание 5. Максимум 15 баллов

В хранилище казны Волшебного королевства хотели бы заменить все старые банкноты на новые. Всего старых банкнот в казне 3 628 800. Аппарат, который печатает новые банкноты, к сожалению, требует капитального ремонта и каждый день он может выпустить все меньше банкнот: в первый день он может выпустить только половину банкнот от того количества, которое требует замены; во второй день только треть от того количества старых банкнот, что остались в хранилище; в третий день только четверть и т. д. Каждый его запуск в любом состоянии обходится казне в 90 000 денежных единиц (д.е.), а капитальный ремонт обойдется в 700 000 д.е. После капремонта аппарат способен выпустить не более одного миллиона банкнот в день. На обновление купюр из хранилища королевства выделено не более 1 млн. д.е.

(а) Через сколько дней будет заменено 90% старых банкнот?

(б) Смогут ли в королевстве заменить все старые банкноты в хранилище?

Решение:

(а) Если проводить капремонт, то эффективно проводить его на второй день, т.к. это позволит увеличить выпуск новых банкнот с 604800 до 1 млн в этот день, в последующие также выпуск будет 1 млн, что больше возможностей без капремонта. В первый день капремонт проводить неэффективно, т.к. выпуск без него составляет 1 814 400 купюр. **(9 баллов)**.

При капремонте бюджета хватит на сам ремонт и 3 запуска аппарата, таким образом максимально можно заменить $1\,814\,400 + 1\,000\,000 + 1\,000\,000 = 3\,814\,400$ банкнот, что превышает 90% от числа старых банкнот **(2 балла)**.

Рассмотрим вариант, что аппарат не будут чинить. У нас достаточно средств только на 11 запусков. В процентном соотношении тогда остается:

После первого дня: 50%.

После второго дня: 200/3.

После третьего: 25%.

После четвертого: 20%. И так далее.

После девятого 10%.

Значит потребуется 9 дней (после восьми дней будут заменены 3 265 920 банкнот), что составляет 90% банкнот. Этот вариант позволяет сэкономить бюджет, но потратить больше времени. **(2 балла)**

(б) Если капремонт не делать, после 11 запусков мы сможем поменять только 3 298 909 банкнот, т. е. в любом случае мы не сможем, не чиня аппарат перечеканить все банкноты.

Однако мы уже показали, что при капремонте можно заменить все старые банкноты **(2 балла)**